BAB V

PENUTUP

1.1 Kesimpulan

Berdasarkan pemaparan pada Bab IV, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Jika $\Phi: \mathcal{A} \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ adalah pemetaan positif, $(\pi, \mathcal{K})$ adalah representasi dari $\mathcal{A}$ dengan $\mathcal{H} \leq \mathcal{K}$, P adalah proyeksi dari $\mathcal{K}$ ke $\mathcal{H}$ dan $\Phi(a) = P\pi(a)|_{\mathcal{H}}$ untuk setiap $a \in \mathcal{A}$, maka $(\pi, \mathcal{K})$ disebut dilasi dari Φ.

2. Teorema dilasi Naimark mengemukakan bahwa sebuah ukuran bernilai operator dalam ruang Hilbert yang regular positif dapat didilasi ke ukuran spektral bernilai operator yang regular, *self-adjoint*. Kemudian Teorema dilasi Stinespring yang merupakan generalisasi dari Teorema Dilasi Naimark membahas dilasi pada pemetaan positif lengkap dalam ruang Hilbert $\mathcal{H}$ yang didilasi ke homomorfisma-* dalam ruang Hilbert $\mathcal{K}$ yang memuat $\mathcal{H}$. Dalam artikelnya, Stinespring (1955) menyatakan bahwa teoremanya merupakan perumusan ulang dari Teorema Dilasi Naimark dengan mengganti σ-aljabar $\mathfrak{X}$ dengan aljabar-C^* $\mathcal{A}$. Sedangkan Teorema dilasi Sz-Nagy membahas kontraksi pada ruang Hilbert yang didilasi ke sebuah operator uniter pada ruang Hilbert yang lebih besar, teorema ini disebut pula sebagai dilasi uniter pada kontraksi.

3. a. Misalkan $(\Omega, \Sigma, E, \mathcal{B}(\mathcal{H}))$ adalah sistem ukuran bernilai operator. E dikatakan memiliki ruang dilasi Hilbert jika terdapat ruang Hilbert $\mathcal{K}$, dua buah operator linear terbatas $S: \mathcal{H} \to \mathcal{K}$ dan $T: \mathcal{K} \to \mathcal{H}$ dan ukuran bernilai idempoten $F: \Sigma \to \mathcal{B}(\mathcal{K})$ sedemikian sehingga $E(B) = SF(B)T$ untuk setiap $B \in \mathfrak{X}$.

   b. Misalkan (Ω, Σ) ruang terukur, X dan Y adalah ruang Banach, dan $E : \Sigma \to \mathcal{B}(X, Y)$ ukuran bernilai operator. Ruang Banach Z dikatakan ruang dilasi pada ukuran bernilai operator (Ω, Σ, E) jika terdapat operator linear $S : Z \rightarrow Y$ dan $T : X \rightarrow Z$ dan ruang ukuran bernilai proyeksi $(\Omega, \Sigma, F, B(Z))$ sedemikian sehingga untuk setiap $B \in \Sigma$

$$E(B) = SF(B)T.$$

1.2 Saran

Dalam skripsi ini penulis membahas teorema-teorema dilasi dengan ruang Hilbert sebagai ruang pokok, yaitu Teorema Dilasi Naimark, Teorema Dilasi Stinespring dan Teorema Dilasi Sz-Nagy dan untuk dilasi dengan ruang Banach sebagai ruang pokok hanya membahas sampai definisi Ruang Dilasi Banach saja. Untuk kajian selanjutnya, dapat dikaji dan diteliti teori dilasi pada kontraksi yang dikemukakan oleh Halmos yang kemudian digeneralisasi oleh Sz. Nagy dan konsep-konsep selanjutnya yang berkaitan dengan ruang dilasi Banach. Selanjutnya pada Definisi 4.2.2 didefinisikan norm pada ruang ukuran bernilai-operator tetapi belum dilengkapi dengan fakta dan argumen yang tepat mengapa dapat didefinisikan norm di dalam ukuran bernilai operator.