

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Bernhard Riemann merupakan seorang ilmuwan yang mendefinisikan teori integral secara konstruktif pada tahun 1850. Integral yang diperkenalkan merupakan integral untuk fungsi bernilai real. Integral Riemann didefinisikan dari sebuah fungsi kontinu pada interval tertutup, dapat pula dari sebuah fungsi yang diskontinu di berhingga titik namun terbatas pada interval tertutup. Konstruksi definisi integral Riemann menggunakan pendekatan luas daerah yang dibatasi oleh sebuah kurva yang bersesuaian dengan fungsi tersebut, dengan membuat partisi pada domain yaitu merupakan suatu koleksi subinterval yang berhingga. Partisi yang dibuat akan membangun poligon-poligon dari daerah tersebut sehingga ketika banyaknya poligon itu menuju tak hingga dan panjang subinterval terpanjang menuju nol, maka jumlah luas dari poligon-poligon tersebut akan menyatakan integral yang dicari.

Perkembangan dan perluasan integral Riemann telah banyak dikaji, seperti integral Lebesgue yang diperkenalkan oleh Henry Lebesgue pada tahun 1902, yang membuat fungsi-fungsi yang tidak terintegralkan Riemann menjadi dapat terintegralkan. Dengan kata lain, koleksi dari semua fungsi terintegralkan Riemann termuat pada koleksi dari semua fungsi terintegralkan Lebesgue. Umumnya pada perluasan Integral Riemann, beberapa integral yang ditemukan didefinisikan secara deskriptif. Pendefinisian secara deskriptif dilakukan dengan menggunakan sebuah fungsi yang menjadi antiderivatif dari fungsi yang terintegralkan.

Telah banyak ditemukan kajian teori integral pada perluasan integral real, seperti integral bernilai vektor atau integral yang berlaku di ruang Euclid \mathbb{R}^n . Perluasan lainnya adalah integral untuk fungsi di ruang Riesz yang lengkap Dedekind, salah satunya yaitu integral SL(Strong

Luzin). Awal pendefinisian integral SL adalah memperkenalkan fungsi yang menjadi antiderivatif dari suatu fungsi yang terintegralkan SL, fungsi tersebut memiliki sifat SL atau termasuk ke dalam kelas SL, terlebih lagi fungsi ini disebut fungsi SL. Pada definisi integral SL, istilah antiderivatif diganti dengan primitif lemah.

Derivatif pada integral SL berbeda dengan derivatif pada umumnya yang biasa dijumpai pada integral real, yaitu menggunakan definisi (u)-derivatif dengan u sebuah unit di ruang Riesz yang lengkap Dedekind. Misalkan f, g sebuah fungsi dengan f adalah (u)-derivatif dari g , jika g fungsi SL maka f teintegralkan SL dengan g sebagai primitif lemah dari f . Semua fungsi yang mempunyai (u)-derivatif juga mempunyai derivatif, namun tidak berlaku sebaliknya kecuali jika \mathbb{R} sebagai ruang Riesz yang lengkap Dedekind, konsep derivatif akan ekivalen dengan (u)-derivatif.

Dimotivasi dari konsep (u)-derivatif di ruang Riesz yang lengkap Dedekind lalu pendefinisian integral SL dimana fungsi yang menjadi antiderivatif atau primitif lemah harus memiliki sifat SL, maka penulis tertarik untuk mengkaji apa yang dimaksud dengan fungsi SL dan menganalisa lebih mendalam tentang fungsi yang terintegralkan SL serta sifat-sifat apa saja yang berlaku pada integral SL di ruang Riesz yang lengkap Dedekind.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang diatas, maka permasalahan pada penulisan ini dirumuskan sebagai berikut:

1. Apa yang dimaksud dengan fungsi SL di ruang Riesz yang lengkap Dedekind?
2. Apa saja sifat-sifat yang berkaitan dengan fungsi SL di ruang Riesz yang lengkap Dedekind?
3. Bagaimana suatu fungsi dapat dikatakan terintegralkan SL di ruang Riesz yang lengkap Dedekind?

4. Apa saja sifat-sifat yang berlaku pada integral SL di ruang Riesz yang lengkap Dedekind?

1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah dan rumusan masalah yang telah diuraikan diatas terlihat banyak hal menarik yang mampu dikembangkan. Namun karena keterbatasan penulis maka kajian pada tulisan ini hanya dibatasi pada sifat-sifat yang berkaitan dengan fungsi SL dan sifat-sifat dasar yang berlaku pada integral SL di ruang Riesz yang lengkap Dedekind.

1.4 Tujuan Penulisan

Secara garis besar, tujuan dari penulisan ini adalah mempelajari sifat-sifat dasar integral SL di ruang Riesz yang lengkap Dedekind, yang diawali dengan mengkaji lebih mendalam fungsi SL serta sifat-sifatnya.

1.5 Manfaat Penulisan

Tulisan ini diharapkan mampu memberikan kontribusi yang berarti, baik bagi pengembangan ilmu matematika dan bagi penulis. Bagi ilmu matematika, diharapkan penulisan ini dapat memperkaya kajian teori integral, menjadi suatu pembahasan yang dapat dipublikasikan melalui seminar nasional atau internasional, dan menjadi sumber bacaan bagi pembaca yang nantinya diharapkan dapat diteliti dan dikaji kembali agar muncul hasil penulisan yang dapat memperkaya keilmuan teori integral, karena mengingat masih banyak hal menarik yang mampu dikembangkan pada teori integral di ruang Riesz yang lengkap Dedekind. Bagi penulis, diharapkan penulisan ini dapat mengasah pola pikir analisis penulis dan memotivasi penulis agar semakin mengembangkan keilmuan matematikanya, khususnya mengenai teori integral.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan ini terbagi menjadi lima bab. Bab pertama merupakan bab pendahuluan yang berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penulisan, manfaat penulisan, dan sistematika penulisan.

Selanjutnya, bab dua merupakan teori yang menjadi landasan untuk pembahasan, berisi beberapa definisi dan proposisi yang diperlukan dalam penulisan. Bab dua terbagi ke dalam empat subbab yakni ukuran Lebesgue, gages, himpunan terurut parsial dan pengantar ruang Riesz.

Selanjutnya, bab tiga merupakan bab metode penulisan yang berisi penjelasan metode apa yang digunakan serta bagaimana penulis menggunakan metode tersebut dalam penulisan.

Selanjutnya, bab empat merupakan pokok inti dalam penulisan yang berisi pembahasan. Bab empat terbagi ke dalam dua subbab yakni fungsi SL dan integral SL.

Terakhir, bab lima merupakan bab penutup dari penulisan ini yang berisi kesimpulan penulisan dan saran.