

BAB 3

METODE *FUZZY TIME SERIES* BERDASARKAN SELISIH DATA HISTORIS PADA METODE CHEN DENGAN PENENTUAN INTERVAL BERBASIS RATA-RATA

3.1 Konsep Dasar Peramalan

Peramalan merupakan bagian awal dari suatu proses pengambilan suatu keputusan. Sebelum melakukan peramalan harus diketahui terlebih dahulu apa sebenarnya persoalan dalam pengambilan keputusan itu. Peramalan adalah pemikiran terhadap suatu besaran, misalnya permintaan terhadap satu atau beberapa produk pada periode yang akan datang. Pada hakekatnya peramalan hanya merupakan suatu perkiraan. tetapi dengan menggunakan teknik-teknik tertentu, maka peramalan menjadi lebih sekedar perkiraan.

3.2 Karakteristik Peramalan Yang Baik

Peramalan yang baik mempunyai beberapa kriteria yang penting, antara lain akurasi, biaya, dan kemudahan. Penjelasan dari kriteria-kriteria tersebut adalah sebagai berikut :

1. Akurasi.

Akurasi dari suatu hasil peramalan diukur dengan kekonsistenan hasil peramalan tersebut. Hasil peramalan dikatakan bias bila peramalan tersebut terlalu tinggi atau rendah dibandingkan dengan kenyataan yang sebenarnya terjadi. Hasil peramalan dikatakan konsisten bila besarnya kesalahan peramalan relatif kecil. Sebagai contoh peramalan yang terlalu rendah akan mengakibatkan kekurangan persediaan, sehingga permintaan konsumen tidak dapat dipenuhi segera akibatnya perusahaan dimungkinkan kehilangan pelanggan dan kehilangan keuntungan penjualan. Peramalan yang terlalu tinggi akan mengakibatkan terjadinya penumpukan persediaan, sehingga banyak modal yang terserap sia – sia. Keakuratan dari hasil peramalan ini berperan penting dalam menyeimbangkan persediaan yang ideal.

2. Biaya.

Biaya yang diperlukan dalam pembuatan suatu peramalan adalah tergantung dari jumlah item yang diramalkan, lamanya periode peramalan, dan metode peramalan yang dipakai. Ketiga faktor pemicu biaya tersebut akan mempengaruhi berapa banyak data yang dibutuhkan, bagaimana pengolahan datanya (manual atau komputerisasi), bagaimana penyimpanan datanya dan siapa tenaga ahli yang diperbantukan. Pemilihan metode peramalan harus disesuaikan dengan dana yang tersedia dan tingkat akurasi yang ingin didapat, misalnya item-item yang penting akan diramalkan dengan metode yang sederhana dan murah.

3. Kemudahan

Penggunaan metode peramalan yang sederhana, mudah dibuat, dan mudah diaplikasikan akan memberikan keuntungan bagi perusahaan. Memakai metode yang canggih, tetapi tidak dapat diaplikasikan pada sistem perusahaan akan menjadi kurang efektif karena harus mempertimbangkan keterbatasan dana, sumber daya manusia, maupun peralatan teknologi.

3.3 Teknik Peramalan

Dalam penyusunan peramalan banyak didasarkan atas data yang relevan pada masa lalu. Dua metode yang sering digunakan untuk meramalkan suatu data yaitu analisis regresi dan metode runtun waktu (*time series*).

Analisis regresi selain dapat melakukan peramalan dapat pula digunakan untuk menentukan hubungan sebab akibat. Sedangkan metode *time series* digunakan untuk meramalkan data, berdasarkan data masa lalu dalam jangka waktu yang panjang. Dari kedua metode tersebut yang sering di gunakan adalah metode *time series*. Beberapa teknik didalam permodelan *time series*, dibahas dalam metode Box-Jenkins seperti Autoregressive (AR), Moving Average (MA), ARMA, ARIMA, dan sebagainya. Metode *time series* ini dapat disebut sebagai metode *time series* klasik.

Selain peramalan *time series* menggunakan metode Box-Jenkins, ada banyak metode yang diajukan. Metode *time series* klasik dapat memprediksi

masalah musiman, sehingga membutuhkan data dalam waktu yang panjang. Untuk peramalan dalam jangka waktu yang tidak harus panjang, terdapat metode peramalan yang tepat, yaitu *fuzzy time series*. Hal ini dikarenakan data harus diubah terlebih dahulu menjadi bentuk linguistik yang dikenal dengan himpunan *fuzzy*, sehingga dalam metode *fuzzy time series* teknik peramalannya tidak membutuhkan tren yang menyeluruh, melainkan hanya cukup melihat bentuk linguistik dari data.

3.4 *Fuzzy Time Series*

Pada konsep *Fuzzy time series* model peramalan yang digunakan adalah aplikasi dari himpunan *fuzzy*. Himpunan *fuzzy* digunakan untuk menggantikan data historis yang akan diramalkan. Metode *fuzzy time series* diperkenalkan pertama kali oleh Song and Chisom. Berikut adalah definisinya.

Definisi 3.4.1 (Xihao dan Yimin, 2008:105)

$Y(t) \subset \mathbb{R}, (t = \dots, 0, 1, 2, \dots)$ menjadi himpunan semesta pembicaraan dimana himpunan *fuzzy* $f_i(t), (i = 1, 2, \dots)$ didefinisikan, $F(t)$ disebut sebagai runtun waktu *fuzzy* pada $Y(t), (t = \dots, 0, 1, 2, \dots)$.

3.5 Relasi Logika *fuzzy*

Konsep peramalan membutuhkan relasi yang menghubungkan antar data historis. Karena data pada peramalan *fuzzy time series* diubah menjadi himpunan *fuzzy* maka relasi yang dipakai adalah relasi logika *fuzzy* yang definisinya sebagai berikut.

Definisi 3.5.1 (Xihao dan Yimin, 2008:105)

Jika terdapat relasi *fuzzy* $R(t, t - 1)$ sehingga $F(t) = F(t - 1) \times R(t, t - 1)$ dengan symbol \times adalah suatu operator maka $F(t)$ disebabkan oleh $F(t - 1)$. Relasi antara $F(t)$ dan $F(t - 1)$ dinotasikan dengan $F(t - 1) \rightarrow F(t)$. Misal $F(t - 1) = A_i$ dan $F(t) = A_j$ dan relasi logika *fuzzy* antara $F(t - 1)$ dan $F(t)$

adalah $A_i \rightarrow A_j$, maka $F(t - 1) = A_i$ dikenal dengan “sisi kiri” dan $F(t) = A_j$ dikenal dengan “sisi kanan”.

3.6 Time Invariant Fuzzy Time Series

Time Invariant Fuzzy time series merupakan *fuzzy time series* dimana relasinya tidak bergantung terhadap waktu t .

Definisi 3.6.1 (Chen dan Hsu, 2004: 235)

Misal $F(t)$ merupakan suatu *fuzzy time series* dan misalkan $R(t, t - 1)$ menjadi model orde pertama dari $F(t)$. Jika untuk t_1 dan t_2 yang berbeda, $R(t_1, t_1 - 1) = R(t_2, t_2 - 1)$ untuk sebarang waktu t maka $F(t)$ dinyatakan sebagai *Time Invariant Fuzzy time series*

Dalam skripsi ini *fuzzy time series* yang dipakai adalah *time-invariant fuzzy time series*.

3.7 Model Order Pertama Fuzzy Time Series

Definisi 3.7.1 (Chen dan Hsu, 2004: 235)

Jika $F(t)$ disebabkan oleh $F(t - 1)$ dinotasikan dengan $F(t - 1) \rightarrow F(t)$ maka relasinya dinyatakan dengan $F(t) = F(t - 1) \circ R(t, t - 1)$ simbol “ \circ ” merupakan Max-Min operator komposisi, $R(t, t - 1)$ disebut sebagai model orde pertama dari $F(t)$.

Definisi 3.7.2 (Sah dan Degtiarev, 2005 : 376)

Jika $F(t)$ adalah sebuah *time-invariant fuzzy time series*, maka relasi logika fuzzy $F(t - 1) \rightarrow F(t)$ disebut dengan orde pertama relasi logika fuzzy.

Namun pada skripsi ini tidak dibahas lebih dalam mengenai max-min operator. Model yang dipakai hanyalah order pertama.

3.8 Grup Relasi Logika Fuzzy

Grup relasi logika *fuzzy* merupakan kumpulan dari relasi *fuzzy* yang terbentuk jika terdapat “sisi kiri” dua buah atau lebih relasi logika *fuzzy* “disebabkan” oleh *fuzzy time series* yang identik.

Definisi 3.8.1 (Xihao dan Yimin, 2008:105)

Diberikan dua buah Relasi logika *fuzzy* dengan sisi kiri yang sama, dimana sisi kiri $A_i \rightarrow A_{j1}, A_i \rightarrow A_{j2}$. Kedua sisi kiri dapat digrupkan menjadi grup relasi logika *fuzzy* $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}$.

Contoh :

Misalkan A_i memiliki relasi logika lebih dari satu, yaitu $A_i \rightarrow A_{j1}, A_i \rightarrow A_{j2}, A_i \rightarrow A_{j3}, A_i \rightarrow \dots$, maka grupnya dinyatakan sebagai berikut:

$$\left. \begin{array}{l} A_i \rightarrow A_{j1} \\ A_i \rightarrow A_{j2} \\ \dots \dots \dots \end{array} \right\} \Rightarrow A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots$$

3.9 Metode Fuzzy Time Series Yang Dikembangkan oleh Song dan Chissom

Song dan Chissom merupakan orang-orang yang pertama kali memperkenalkan teori *fuzzy time series* yaitu dalam peramalan banyak siswa pendaftar pada Universitas Alabama. Metode yang digunakan adalah model *time-invariant*. Berikut adalah algoritma dari metode yang dikembangkan oleh Song dan Chissom:

1. Definisikan himpunan semesta $U = [D_{min}, D_{max}]$
2. Partisikan himpunan semesta U menjadi beberapa interval dengan panjang yang sama $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$. Definisikan himpunan *fuzzy* A_i dari himpunan semesta berdasarkan interval partisi yang dibuat u_i , dengan aturan:

Wendy Andrytiarandy, 2013

Metode Fuzzy Time Series Berdasarkan Selisih Data Historis Pada Metode Chen Dengan Penentuan Interval Berbasis Rata-Rata

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

A_1 = sangat sangat rendah, A_2 =sangat rendah, A_3 =rendah, dan seterusnya sehingga himpunan *fuzzy* didefinisikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{a_{11}}{u_1} + \frac{a_{12}}{u_2} + \dots + \frac{a_{1m}}{u_m} \\ A_2 &= \frac{a_{21}}{u_1} + \frac{a_{22}}{u_2} + \dots + \frac{a_{2m}}{u_m} \\ &\vdots \\ A_k &= \frac{a_{k1}}{u_1} + \frac{a_{k2}}{u_2} + \dots + \frac{a_{km}}{u_m} \end{aligned}$$

Dimana $a_{ij} \in [0,1]$, $1 \leq i \leq k$ dan $1 \leq j \leq m$. Nilai dari a_{ij} menunjukkan derajat keanggotaan dari u_j dalam himpunan *fuzzy* A_i . Penentuan derajat untuk masing-masing $A_i (i = 1, 2, \dots, m)$ yaitu jika keanggotaan maksimum dari suatu data didalam A_k maka nilai fuzzifikasinya dikatakan sebagai A_k . Karena untuk mendapatkan nilai keanggotaan dalam metode ini menggunakan pendekatan fungsi keanggotaan segitiga maka diperoleh Himpunan *Fuzzy* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{u_1} + \frac{0,5}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \dots + \frac{0}{u_n} \\ A_2 &= \frac{0,5}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{0,5}{u_3} + \dots + \frac{0}{u_n} \end{aligned}$$

Dan seterusnya hingga

$$A_n = \frac{0}{u_1} + \dots + \frac{0,5}{u_{n-1}} + \frac{1}{u_n}$$

3. Fuzifikasikan data historis dimana jika data $x \in u_i$ maka x diubah menjadi himpunan *fuzzy* A_i dimana u_i memiliki nilai keanggotaan maksimum.
4. Bentuklah relasi *fuzzy* dari hasil fuzifikasi dimana $R_i = A_s^T \times A_q$, dan untuk setiap k relasi $A_s \rightarrow A_q$, $R = \bigcup_{i=1}^k R_i$, dimana \times adalah operator minimum.
5. Ramalkan output dalam bentuk himpunan *fuzzy* dan defuzzifikasi output peramalan.

6. Menentukan grup relasi logika *fuzzy* yang akan digunakan untuk peramalan berdasarkan A_{i-1} pada tahun sebelumnya yang diketahui dengan persamaan. Jika $A_{i-1} = A_j$ maka $R_i = R_j$, dengan menggunakan definisi dari model peramalan komposit

$$A_i^* = A_{i-1} \circ R_i$$

Dimana A_i adalah selisih yang akan diramalkan pada tahun ke “ i ” dalam artian himpunan *fuzzy*.

Setelah output peramalan dalam bentuk himpunan *fuzzy* akan dilakukan defuzzifikasi untuk memperoleh nilai selisih peramalan, langkah-langkah defuzzifikasi adalah sebagai berikut:

- a. Jika nilai keanggotaan outputnya adalah 0, maka $z = 0$
- b. Jika nilai keanggotaan outputnya memiliki 1 maximum, maka titik tengah interval dimana nilai ini dicapai adalah z .
- c. Jika nilai keanggotaan dari outputnya memiliki lebih dari 2 maximum yang berurutan, maka titik tengah interval dimana nilai ini dicapai adalah z .
- d. Jika outputnya selain dari hal diatas maka digunakan Metode *Centroid*

Defuzzifikasi hasil peramalan A_i .

3.10 Metode *Fuzzy Time Series* yang dikembangkan oleh Chen

Metode Song dan Chisom memiliki perhitungan yang rumit pada langkah 4 dan 5 dimana dalam perhitungannya menggunakan operasi matriks yang kompleks walaupun pada akhirnya defuzzifikasinya sama. Sehingga Chen mengembangkan metode yang lebih sederhana dari pada metode sebelumnya, perhitungan langkah 4 dan 5 di metode Song dan Chissom, tidak dipergunakan melainkan setelah membentuk grup relasi *fuzzy* langsung dilakukan fuzzifikasi dengan menggunakan operasi aritmatika sederhana, yaitu dengan tahap sebagai berikut:

1. Partisikan himpunan semesta U menjadi beberapa interval dengan panjang yang sama.
2. Definisikan himpunan *fuzzy*.

3. Fuzzifikasi data historis.
4. Bentuk *fuzzy* relasinya dan menetapkan grup relasi *fuzzy*.
5. Defuzzifikasi hasil peramalan, dengan aturan sebagai berikut :

Misalkan $F(t)$ adalah data yang akan diramalkan dimana $F(t - 1) = A_j$, maka:

- 1) Jika hanya terdapat satu relasi grup *fuzzy* dari A_j yaitu $A_j \rightarrow A_s$, maka $F(t) = A_s$ dimana defuzifikasinya adalah nilai tengah dari interval dimana memiliki nilai keanggotaan maksimum pada A_s .
- 2) Jika A_j tidak memiliki relasi maka defuzifikasi $F(t)$ diperoleh dari nilai tengah interval yang memiliki nilai keanggotaan maksimum pada A_j .
- 3) Jika terdapat lebih dari satu relasi grup *fuzzy* dari A_j yaitu $A_j \rightarrow A_{k1}, A_{k2}, \dots$ maka defuzifikasi $F(t)$ diperoleh dari rata-rata nilai tengah dari masing-masing interval yang memiliki nilai keanggotaan maksimum pada masing-masing A_{k1}, A_{k2}, \dots .

3.11 Penentuan Interval Berbasis Rata-rata Pada *Fuzzy time series*

Pada metode - metode sebelumnya dalam menentukan panjang interval umumnya ditentukan berdasarkan keinginan peneliti untuk mempermudah perhitungan. Sedangkan penentuan panjang interval sangat berpengaruh dalam menentukan banyaknya himpunan *fuzzy* sehingga pembentukan *fuzzy relationship* tentunya akan memberikan dampak perbedaan hasil perhitungan peramalan. Oleh karena itu, pembentukan *fuzzy relationship* haruslah tepat dan hal ini mengharuskan penentuan panjang interval yang sesuai. Salah satu metode untuk penentuan panjang interval yang efektif adalah dengan metode berbasis rata-rata atau *average-based fuzzy time series* sebagaimana yang telah diperkenalkan oleh Xihao dkk pada tahun 2007 dalam jurnalnya.

Dimana penentuan Algoritma dalam penentuan interval rata-rata sebagaimana berikut:

1. Hitung semua nilai mutlak selisih antara A_{i+1} dan $A_i (i = 1, 2, \dots, n - 1)$ sehingga diperoleh nilai mutlak selisih.

2. Tentukan setengah dari rata-rata yang diperoleh dari langkah pertama untuk kemudian dijadikan sebagai panjang interval.
3. Berdasarkan panjang interval yang di peroleh dari langkah kedua, tentukan basis dari panjang interval sesuai dengan tabulasi basis berikut.

Tabel 3.1 : Basis inteval

Jangkauan	Basis
0.1 – 1.0	0.1
1.1 – 10	1
11 – 100	10
101 – 1000	100
1001 – 10000	1000
10001 – 100000	10000

4. Panjang interval kemudian dibulatkan sesuai dengan tabel basis interval.

Sebagai contoh bagaimana cara menghitung panjang interval berbasis rata-rata, maka akan di berikan sebuah contoh. Misalkan terdapat data time series sebagai berikut : 40, 50, 90, 120, 70 dan 100. Maka algoritma dari penentuan interval berbasis rata-rata bisa diimplementasikan sebagai berikut :

1. Selisih mutlak antara data time series diperoleh nilai – nilai 10, 40, 30, 40, dan 30. Maka bisa diketahui bahwa rata – rata selisih data adalah 30.
2. Ditentukan setengah dari rata – rata pada langkah pertama sebagai panjang interval, yaitu 15.
3. Sesuai dengan table basis interval, maka 15 termasuk pada kategori interval berbasis 10.

Bulatkan nilai 15 dengan menggunakan basis 10, maka diperoleh angka 10 sebagai panjang interval.

3.12 Pengembangan Metode Chen dalam Mendefuzzifikasi Hasil Peramalan

Dalam mendefuzzifikasi hasil peramalan, Shyi-Ming Chen dan Chia-Ching Hsu telah mengembangkan metode baru yang ditulis dalam jurnalnya “*A New Method to Forecast Enrollments Using Fuzzy time series*” pada tahun 2004, dengan aturan sebagai berikut:

Dalam meramalkan tahun ke- t , maka lihat *fuzzy* untuk tahun ke- t , misalkan A_j .

- 1) Jika mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ lebih besar dari setengah panjang interval partisi, maka data peramalan tahun ke- t adalah titik $\frac{3}{4}$ dari interval u_j yang memiliki tingkat keanggotaan 1 pada A_j
- 2) Jika mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ sama dengan setengah panjang interval partisi, maka data peramalan tahun ke- t adalah titik $\frac{1}{2}$ dari interval u_j yang memiliki tingkat keanggotaan 1 pada A_j
- 3) Jika mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ lebih kecil dari setengah panjang interval partisi, maka data peramalan tahun ke- t adalah titik $\frac{1}{4}$ dari interval u_j yang memiliki tingkat keanggotaan 1 pada A_j

Perhatikan bahwa penggunaan mutlak selisih dalam penentuan titik peramalan yaitu $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ atau $\frac{3}{4}$ sangat berguna untuk melihat tren seberapa besar kenaikan atau penurunan antar data beruntun, sehingga dengan selisih tersebut hasil peramalan dapat diperoleh lebih akurat.

Namun dalam metode ini memiliki kekurangan yaitu tidak dapat meramalkan, karena untuk meramalkan tahun ke- t membutuhkan himpunan *fuzzy* pada tahun ke- t . Tetapi pada aturan defuzzifikasinya lebih detail dikarenakan menggunakan sistem selisih sehingga dapat melihat seberapa besar kenaikan dan penurunan untuk data berikutnya.

3.13 Metode *Fuzzy Time Series* Berdasarkan Selisih Data Historis Pada Metode Chen dengan Penentuan Interval Berbasis Rata-rata

Metode ini merupakan penggabungan dari metode-metode *fuzzy time series* yang dikembangkan oleh Chen dan Xihao sehingga konsep peramalan yang

diterapkan adalah peramalan yang berbasis metode Chen 1996 dengan penentuan interval berbasis rata-rata (Metode Xihao) dimana pada peramalannya menggunakan sistem selisih dan beberapa aturan pada metode Chen 2004.

Proses yang dilakukan sebelum peramalan pada dasarnya serupa dengan metode-metode yang sudah ada. Berikut adalah tahap-tahap dalam peramalan pada metode yang diajukan pada skripsi ini.

1. Fuzifikasi data historis

Proses yang dilakukan pada tahap ini sama seperti metode-metode yang sudah ada pada metode *fuzzy time series*, yaitu:

- Mendefinisikan interval himpunan semesta $U = [D_{min}, D_{max}]$ yang memuat semua data historis.
- Membagi U menjadi beberapa bagian interval dengan panjang yang sama u_1, u_2, \dots, u_n yang panjangnya ditentukan dengan penentuan interval berbasis rata-rata.
- Mendefinisikan himpunan *fuzzy* pada U yang nilai linguistiknya didasarkan pada interval partisi u_i , yaitu A_i merupakan himpunan *fuzzy* untuk nilai linguistik pada u_i sehingga dapat dituliskan

$$A_i = \sum_{j=1}^n \frac{f(u_j)}{u_j}$$

Dimana

$$f(u_j) = 1 \text{ untuk } j = i,$$

$$f(u_j) = 0,5 \text{ untuk } j = i - 1 \text{ dan } j = i + 1$$

$$f(u_j) = 0 \text{ untuk } j \text{ lainnya.}$$

- Fuzifikasi data historis berdasarkan interval data historis tersebut berada yang memiliki nilai fungsi keanggotaan 1, yaitu $y(t)$ dapat difuzifikasi menjadi A_i jika $y(t) \in u_i$, dimana $f(u_i) = 1$ pada A_i . Dalam hal ini *fuzzy* untuk $y(t)$ dituliskan sebagai $F(t) = A_i$.

2. Membentuk grup relasi logika *fuzzy*

Tujuan dari pembentukan grup relasi ini adalah melihat tren dari relasi yang terhubung pada masing-masing himpunan *fuzzy* dari data historis. Berikut adalah prosesnya.

- Membentuk relasi logika *fuzzy*, yaitu menghubungkan himpunan *fuzzy* $F(t - 1) \rightarrow F(t)$ untuk setiap t atau dengan kata lain jika A_i merupakan *fuzzy* $F(t - 1)$ dan A_j merupakan *fuzzy* $F(t)$, maka $A_i \rightarrow A_j$.
- Membentuk grup relasi logika *fuzzy*, yaitu jika $A_i \rightarrow A_{j1}$ kemudian pada historis lain $A_i \rightarrow A_{j2}$, lalu $A_i \rightarrow A_{j3}$, atau seterusnya jika ada, maka grup relasi *fuzzy* untuk A_i dapat dituliskan sebagai $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jn}$

3. Meramalkan

Untuk melakukan peramalan pada waktu ke- t , maka diperlukan tren relasi himpunan *fuzzy* dari waktu ke- $(t - 1)$, yaitu jika pada waktu ke- $(t - 1)$ himpunan *fuzzy* dari data historis adalah A_i , kemudian tren relasinya (grup relasi logika *fuzzy*) adalah $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jn}$, maka data historis untuk tahun ke- t merupakan hasil defuzzifikasi dari salah satu aturan berikut:

- 1) Jika mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ lebih besar dari panjang interval partisi, maka data peramalan tahun ke- t adalah rata-rata dari setiap titik $\frac{3}{4}$ dari interval $u_{j1}, u_{j2}, \dots, \text{dan } u_{jn}$, misalkan titik- titik $\frac{3}{4}$ tersebut adalah $b_{j1}, b_{j2}, \dots, \text{dan } b_{jn}$, yaitu

$$y'(t) = \frac{b_{j1} + b_{j2} + \dots + b_{jn}}{n}$$

- 2) Jika mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ sama dengan panjang interval partisi, maka data peramalan tahun ke- t adalah rata-rata dari setiap titik $\frac{1}{2}$ dari interval $u_{j1}, u_{j2}, \dots, \text{dan } u_{jn}$, misalkan titik- titik $\frac{1}{2}$ tersebut adalah $m_{j1}, m_{j2}, \dots, \text{dan } m_{jn}$, yaitu

$$y'(t) = \frac{m_{j1} + m_{j2} + \dots + m_{jn}}{n}$$

- 3) Jika mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ lebih kecil dari panjang interval partisi, maka data peramalan tahun ke- t adalah rata-rata dari setiap titik $\frac{1}{4}$ dari interval $u_{j1}, u_{j2}, \dots, \text{dan } u_{jn}$, misalkan titik-titik $\frac{1}{4}$ tersebut adalah $k_{j1}, k_{j2}, \dots, \text{dan } k_{jn}$, yaitu

$$y'(t) = \frac{k_{j1} + k_{j2} + \dots + k_{jn}}{n}$$