

BAB III

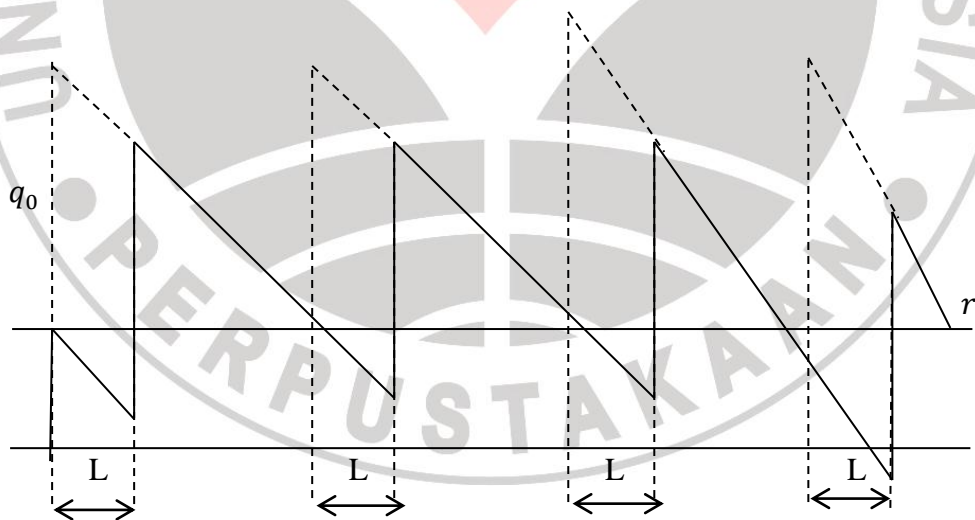
PROGRAM MODEL PROBABILISTIK Q

3.1 Karakteristik Model Q

Karakteristik kebijakan persediaan model Q ditandai oleh dua hal mendasar sebagai berikut:

1. Besarnya ukuran pemesanan (q_0) selalu tetap untuk setiap kali pemesanan dilakukan.
2. Pemesanan dilakukan apabila jumlah persediaan yang dimiliki telah mencapai suatu tingkat tertentu (r) yang disebut titik pemesanan kembali (*reorder point*).

Sesuai dengan karakteristik serta asumsi tersebut di atas, secara grafis situasi persediaan yang ada dalam gudang bila menggunakan metode Q dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 3.1 Situasi Persediaan dengan Metode Q

Karena permintaan probabilistik tidak tetap sedangkan ukuran pemesanan (q_0) selalu tetap maka interval waktu antara saat pemesanan berubah-ubah (variabel). Disamping itu tampak juga adanya suatu periode waktu tertentu

dimana kemungkinan barang tidak ada di gudang atau terjadi kekurangan inventori (*out of stock*). Dalam model Q, kekurangan persediaan hanya mungkin terjadi selama waktu anjang-angang (L) saja, karena itu cadangan pengaman yang diperlukan hanya digunakan untuk meredam fluktuasi kebutuhan selama waktu anjang-angang tersebut.

Penentuan besarnya persediaan pengaman (ss) akan dilakukan dengan mencari keseimbangan antara tingkat pelayanan dan biaya persediaan yang ditimbulkan. Untuk mengatasi kondisi kekurangan persediaan dapat ditempuh melalui dua cara sebagai berikut:

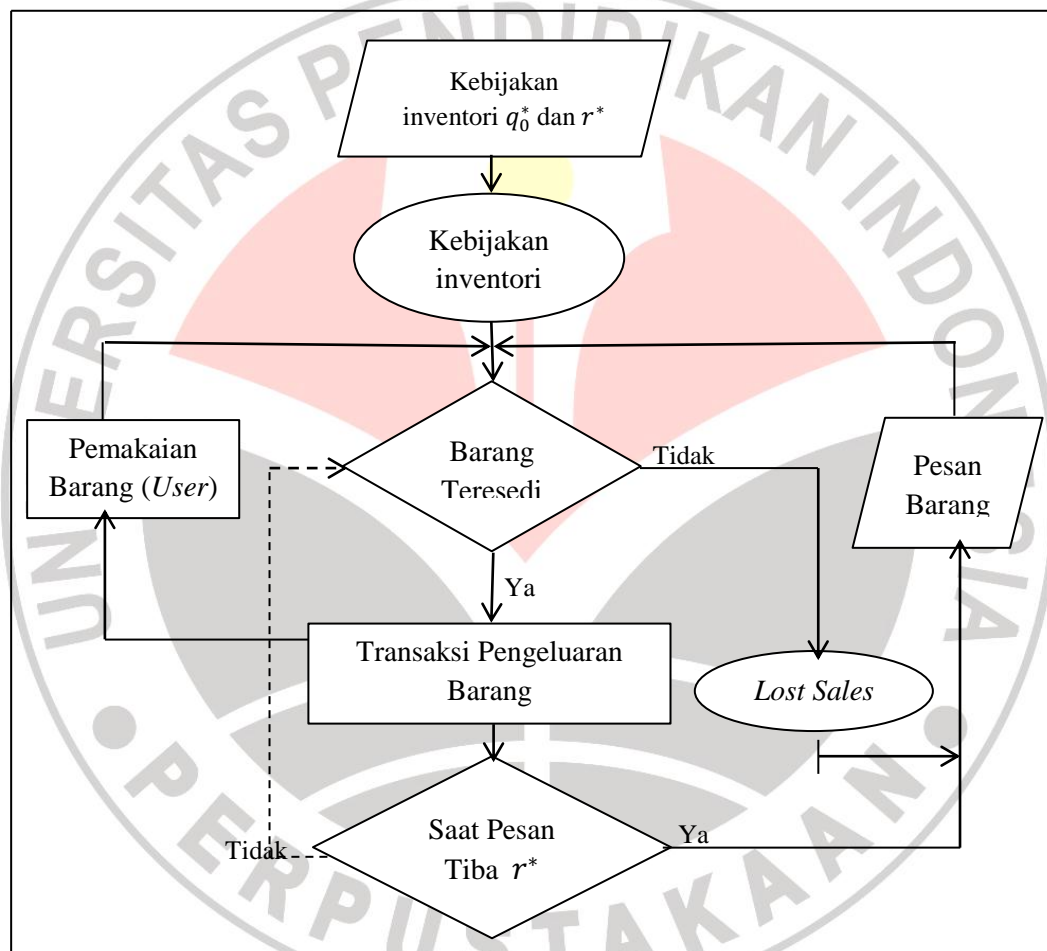
1. Pemesanan ulang (*back order*), yaitu melakukan pemesanan darurat untuk memenuhi kekurangan tersebut, dimana biaya yang ditimbulkan biasanya lebih mahal dari pemesanan normal. Kondisi *back order* ini bisa terjadi dalam pasar yang sifatnya monopolistik atau pemakai mau menunggu sampai barang tersedia.
2. Kehilangan penjualan (*lost sales*), yaitu membiarkan pelanggan tidak terpenuhi pemesanannya. Keadaan ini menyebabkan pelanggan mencari barang di tempat lain. Biasanya hal seperti ini terjadi dalam situasi persaingan yang ketat (pasar bebas).

3.2 Mekanisme Pengendalian Model Q Kasus Lost Sales

Mekanisme pengendalian persediaan menurut model Q dapat dipaparkan secara skematis seperti pada Gambar 3.2. Disini pihak manajemen harus melakukan monitoring secara intensif atas status persediaan untuk mengetahui kapan saat pemesanan dilakukan (r) dan harus konsisten dalam melakukan pemesanan, yaitu sebesar q_0 yang konstan untuk setiap kali melakukan pembelian. Oleh karenanya model Q disebut pula sebagai sistem inventory otomatis (*Automated Inventory System*).

Artinya pemesanan akan dilakukan secara otomatis bila posisi barang telah mencapai r dan besarnya ukuran pemesanan selalu konstan sebesar q_0 untuk setiap kali pemesanan. Dengan waktu anjang-angang yang tidak sama dengan nol maka saat pemesanan (*reorder point*) dilakukan pada saat barang di gudang (*stock*

on hand) sebesar kebutuhan selama waktu anjang-ancang, sehingga yang menjadi masalah selanjutnya yang perlu dikaji adalah berapa besarnya q_0 dan r yang optimal. Optimalitas disini diukur tidak hanya dengan menggunakan kriteria ekspektasi biaya total persediaan selama waktu perencanaan, tetapi juga harus memperhitungkan tingkat pelayanan dalam pengertian ketersediaan agar dapat diupayakan setinggi mungkin dengan tetap menjaga biaya yang rendah.



Gambar 3.2 Mekanisme Pengendalian Inventori Menurut Model Q

3.3 Komponen Model

Komponen model yang dimaksud disini meliputi kinerja, variabel keputusan, dan notasi seperti diuraikan berikut ini.

1. Kriteria Kinerja

Dalam mencari jawaban q_0 yang optimal, kriteria kinerja yang menjadi fungsi tujuan dari model Q adalah minimasi biaya total persediaan (O_T) selama waktu perencanaan dengan mengoptimasikan pula tingkat pelayanan. Karena fenomenanya bersifat probabilistik maka semua biaya yang dibahas berikut ini bukanlah biaya riil tapi ekspektasi biaya yang terjadi selama satu tahun. Ekspektasi biaya total persediaan yang dimaksud disini dinyatakan sebagai berikut:

$$O_T = O_p + O_s + O_k \quad \dots(3.1)$$

2. Variabel Keputusan

Ada dua variabel keputusan yang terkait dalam penentuan kebijakan persediaan probabilistik model Q, yaitu:

- a. Ukuran lot pemesanan untuk setiap kali melakukan pembelian (q_0).
- b. Saat pemesanan dilakukan (r) atau sering dikenal dengan titik pemesanan kembali (*reorder point*).

Dalam hal ini cadangan pengaman (ss) secara implisit sudah terwakili dalam *reorder point*, dan besarnya akan ditentukan berdasarkan *trade off* antara biaya.

3. Notasi

Notasi matematika dalam perhitungan pengendalian persediaan dengan kasus *lost sales* dijelaskan sebagai berikut:

λ : Permintaan Barang (unit pertahun)

L : Waktu ancap-ancang (*lead time*)

q_0 : Ukuran pemesanan

q_0^* : Ukuran pemesanan optimal

r : Titik pemesanan kembali

r^* : Titik pemesanan kembali yang optimal

π : Biaya kekurangan persediaan

h : Biaya simpan per tahun

A : Biaya tiap kali pesan

μ : Rata-rata kebutuhan selama *lead time*

- $\eta(r)$: Ekspektasi jumlah kekurangan persediaan
 $\Phi(z)$: Probabilitas terjadinya kekurangan persediaan
 $\phi(z)$: *Cumulative area under the normal distribution*

3.4 Formulasi Model Q (G. Handley and T.M Within) Kasus *Lost Sales*

Pada metode G.Hadley dan T.M Whitin untuk kasus *lost sales* ini dikenal pola permintaan berdistribusi normal serta waktu anjang (*lead time*) yang konstan. Berdasarkan ekspektasi biaya persediaan total O_T seperti dinyatakan dalam persamaan (3-1), berikut ini akan dirinci formulasinya sehingga kelak akan dapat ditentukan variabel-variabel keputusan yang akan dikendalikan, yaitu q_0 dan r .

1. Biaya Pengadaan

Biaya pengadaan per tahun (O_p) bergantung pada besarnya ekspektasi frekuensi pemesanan (f) dan biaya untuk setiap kali pemesanan (A). Secara matematis biaya pengadaan dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$O_p = f \cdot A \quad \dots(3-2)$$

Adapun besarnya ekspektasi frekuensi pemesanan per tahun bergantung pada ekspektasi kebutuhan tahunan (λ) dan besarnya ukuran pemesanan (q_0), maka secara matematis dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$f = \frac{\lambda}{q_0} \quad \dots(3-3)$$

Dengan demikian besarnya biaya pengadaan per tahun (O_p) dapat diperoleh dengan melakukan substitusi persamaan (3-3) ke dalam persamaan (3-2) sehingga didapat:

$$O_p = \frac{A\lambda}{q_0} \quad \dots(3-4)$$

2. Biaya Simpan

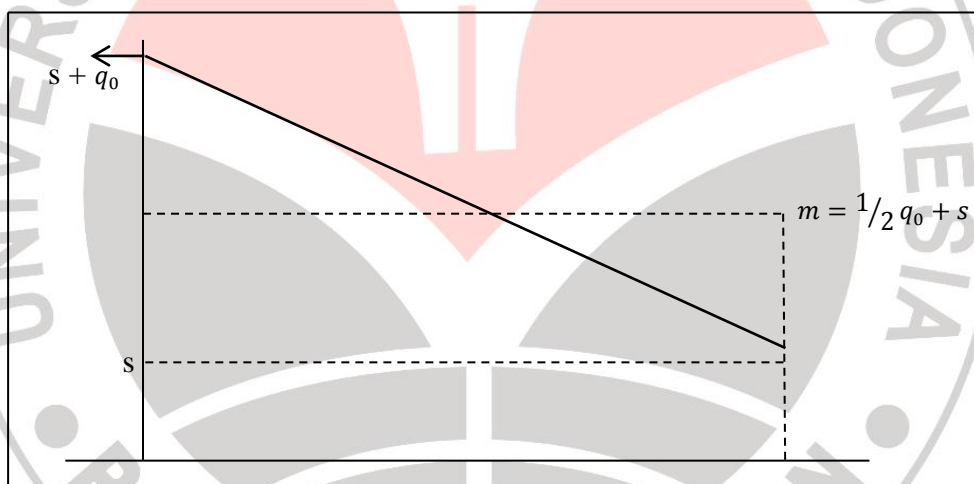
Biaya simpan per tahun (O_s) bergantung pada ekspektasi jumlah persediaan yang disimpan (m) dan biaya simpan per unit per tahun (h), yang dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$O_s = h \times m \quad \dots(3-5)$$

Biaya simpan per unit per tahun (h) biasanya merupakan fungsi dari harga barang yang disimpan dan besarnya dinyatakan sebagai persentase (I) dari harga barang (c).

$$h = I \cdot c \quad \dots(3-6)$$

untuk menghitung m dapat ditinjau posisi persediaan bagi setiap siklusnya seperti ditunjukkan pada Gambar 3.3. Dalam keadaan yang stabil (*steady state*) maka pada awal siklus (sebelum barang yang dipesan tiba), jumlah barang yang ada di gudang sebesar s (*safety stock*) dan setelah pesanan datang jumlah barang akan sebesar $(s + q_0)$. Pada akhir siklus, jumlah persediaan akan menyusut kembali menjadi s . Situasi ini dapat digambarkan pada Gambar 3.3 sebagai berikut.



Gambar 3.3 Posisi Inventori dalam Keadaan *Steady State*

Dengan demikian dalam keadaan *steady state* persediaan yang ada dalam gudang akan berfluktuasi antara s dan $(s + q_0)$, sehingga ekspektasi persediaan yang ada (m) dapat dinyatakan:

$$m = \frac{1}{2} q_0 + s \quad \dots(3-7)$$

Substitusi persamaan $m = 1/2 q_0 + s$, ke dalam O_s , akan memberikan hasil sebagai berikut.

$$O_s = \left(\frac{1}{2} q_0 + s \right) h \quad \dots(3-8)$$

Untuk dapat menghitung biaya simpan (O_s) dari persamaan di atas yang belum diketahui hanyalah s . Harga s akan bervariasi dari satu siklus ke siklus yang lain. Jika permintaan barang selama *lead time* (L) sebesar x dengan distribusi kemungkinan $f(x)$, maka harga s adalah $s = r - x$. Harga s dengan demikian bisa berharga positif maupun negatif. Dalam keadaan *steady state* nilai ekspektasi s dapat dicari dimana besarnya bergantung pada cara mengatasi keadaan kekurangan persediaan (*out of stock*).

Dalam keadaan *lost sales* tidak dimungkinkan persediaan berharga negatif, karena itu harga s adalah:

$$s = \begin{cases} r - x & \text{jika } r > x \\ 0 & \text{jika } r \leq x \end{cases}$$

Dengan demikian ekspektasi dari harga s dapat dihitung sebagai berikut.

$$\begin{aligned} s &= \int_0^r (r - x)f(x)dx \\ s &= \int_0^{\infty} (r - x)f(x)dx - \int_r^{\infty} (r - x)f(x)dx \\ s &= \int_0^{\infty} rf(x)dx - \int_0^{\infty} xf(x)dx + \int_r^{\infty} (x - r)f(x)dx \\ s &= r - \mu + \eta(r) \end{aligned} \quad \dots(3-9)$$

Dimana :

$$\begin{aligned} \eta(r) &= \int_r^{\infty} (x - r)f(x)dx \\ \eta(r) &= \int_r^{\infty} xf(x)dx - \int_r^{\infty} rf(x)dx \\ \eta(r) &= \sigma \int_{r-\mu/\sigma}^{\infty} z\phi(z)dz + \mu \int_{r-\mu/\sigma}^{\infty} \phi(z)dz - r \int_{r-\mu/\sigma}^{\infty} \phi(z)dz \\ \eta(r) &= \sigma\phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) + \mu\Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) - r\Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh,

$$\eta(r) = \sigma\phi(z) + (\mu - r) \Phi(z) \quad \dots(3-10)$$

Jika persamaan (3-9) disubstitusikan kedalam persamaan (3-8) akan diperoleh biaya simpan untuk keadaan *lost sales* sebagai berikut.

$$O_s = h \left(\frac{q_0}{2} + r - \mu + \eta(r) \right) \quad \dots(3-11)$$

3. Biaya kekurangan persediaan (O_k)

Dalam model Q kekurangan persediaan hanya dimungkinkan selama waktu ancap-ancangnya saja dan kekurangan ini terjadi bila jumlah permintaan selama *lead time* (x) lebih besar dari tingkat persediaan pada saat pemesanan dilakukan (r). Untuk menghitung biaya kekurangan persediaan dapat didasarkan atas kuantitas barang yang kurang. Jika biaya kekurangan setiap satu unit barang sebesar π , biaya kekurangan persediaan per tahun (O_k) adalah:

$$O_k = N_T \pi \quad \dots(3-12)$$

Dimana:

N_T : jumlah kekurangan barang selama satu tahun

Harga N_T dapat dicari dengan menghitung ekspektasi jumlah kekurangan persediaan setiap siklusnya ($\eta(r)$) dan ekspektasi frekuensi siklus selama satu tahun (f), atau :

$$N_T = f \cdot \eta(r) \quad \dots(3-13)$$

Dimana:

$$f = \frac{\lambda}{q_0} \quad \dots(3-14)$$

$$\eta(r) = \int_r^{\infty} (x - r) f(x) dx \quad \dots(3-15)$$

Dengan demikian biaya kekurangan persediaan (O_k) yang dihitung berdasarkan kuantitas dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$O_k = \frac{\pi\lambda}{q_0} \eta(r) \quad \dots(3-16)$$

Berangkat dari rumus biaya simpan dan biaya kekurangan persediaan, akan diperoleh formulasi total biaya persediaan.

Hasil yang diperoleh dari persamaan 3-4, 3-11 dan 3-16 jika disubstitusikan kedalam O_T dengan kekurangan persediaan diperlakukan secara *lost sales* maka akan diperoleh:

$$O_T = O_p + O_s + O_k$$

$$O_T = \frac{A\lambda}{q_0} + h\left(\frac{q_0}{2} + r - \mu + \eta(r)\right) + \frac{\pi\lambda}{q_0}\eta(r)$$

$$O_T = \frac{A\lambda}{q_0} + h\left(\frac{q_0}{2} + r - \mu\right) + \left(\frac{\pi\lambda}{q_0} + h\right)\eta(r) \quad \dots(3-17)$$

Variabel keputusan optimal akan dapat diperoleh dengan menggunakan prinsip optimasi. Syarat agar O_T minimal adalah:

$$a. \frac{\partial O_T}{\partial q_0} = 0 \rightarrow -\frac{A\lambda}{q_0^2} + \frac{1}{2}h - \frac{\pi\lambda}{q_0^2}\eta(r) = 0$$

$$hq_0^2 = 2A\lambda + 2\pi\lambda\eta(r)$$

$$q_0^* = \sqrt{\frac{2\lambda[A+\pi\eta(r)]}{h}} \quad \dots(3-18)$$

$$b. \frac{\partial O_T}{\partial r} = 0 \rightarrow h - \left(\frac{\pi\lambda}{q_0} + h\right) \int_r^\infty f(x)dx = 0$$

$$\int_r^\infty f(x)dx = \Phi(z) = \frac{hq_0}{\pi\lambda + hq_0} \quad \dots(3-19)$$

Penyelesaian q_0^* dan r^* yang optimal sebagai jalan meminimasi nilai O_T maka digunakan prosedur interaktif G.Hadley and T.M Within sebagai berikut:

- a. Hitung nilai q_{01}^* awal sama dengan nilai q_{0w}^* dengan formula Wilson yaitu:

$$q_{01}^* = q_{0w}^* = \sqrt{\frac{2A\lambda}{h}} \quad \dots(3-20)$$

- b. Berdasarkan nilai q_{01}^* yang diperoleh akan dapat dicari besarnya kemungkinan kekurangan persediaan $\Phi(z)$ dengan menggunakan persamaan (3-19) dan selanjutnya akan dapat dihitung nilai r_1^* :

$$\Phi(z) = \frac{hq_0}{\pi\lambda + hq_0}, \quad z \text{ dapat dicari dari tabel normalitas}$$

Selanjutnya nilai r_1^* dapat dicari dengan menggunakan persamaan berikut:

$$r_1^* = \mu + z\sigma \quad \dots(3-21)$$

- c. Dengan diketahui r_1^* yang diperoleh akan dapat dihitung nilai q_{02}^* berdasarkan formula yang diperoleh dari persamaan (3-18).

$$q_{02}^* = \sqrt{\frac{2\lambda[A + \pi\eta(r)]}{h}}$$

Dimana:

$$\eta(r) = \sigma\phi(z) + (\mu - r)\Phi(z)$$

- d. Hitung kembali nilai $\Phi(z)$ menggunakan persamaan (3-19) dengan nilai $q_0 = q_{02}^*$ dan hitung nilai r_2^* menggunakan persamaan (3-21).
- e. Bandingkan nilai r_1^* dan r_2^* ; jika harga r_2^* relatif sama dengan r_1^* iterasi selesai dan akan diperoleh $r^* = r_2^*$ dan $q_0^* = q_{02}^*$. Jika tidak kembali kelangkah c dengan menggantikan nilai $r_1^* = r_2^*$ dan $q_{01}^* = q_{02}^*$

3.5 Perancangan Program Aplikasi

Pada tahap perancangan ini, akan dibuat rancangan data dan rancangan layar dari program aplikasi yang akan dibuat. Untuk aplikasi digunakan bahasa pemrograman *Visual basic* 6.0, sedangkan untuk *databasenya* digunakan *Microsoft access*.

3.5.1 Perancangan Data

3.5.1.1 Perancangan Data Input

Untuk menjalankan program ini, dibutuhkan *input* seperti dijelaskan dalam tabel 3.1. data ini akan diambil dari tabel *DataPenjualan* dalam file *inventori* barang.

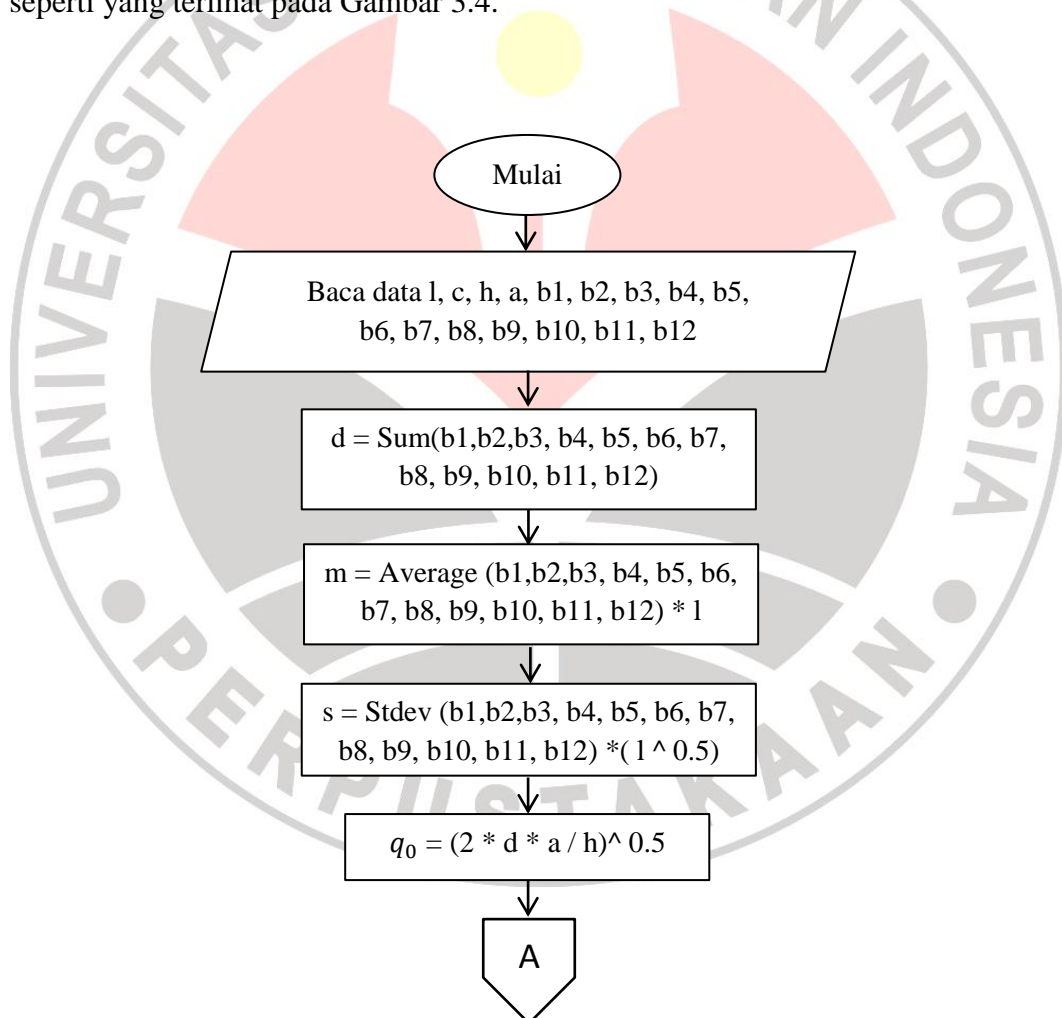
Tabel 3.1 Data Input

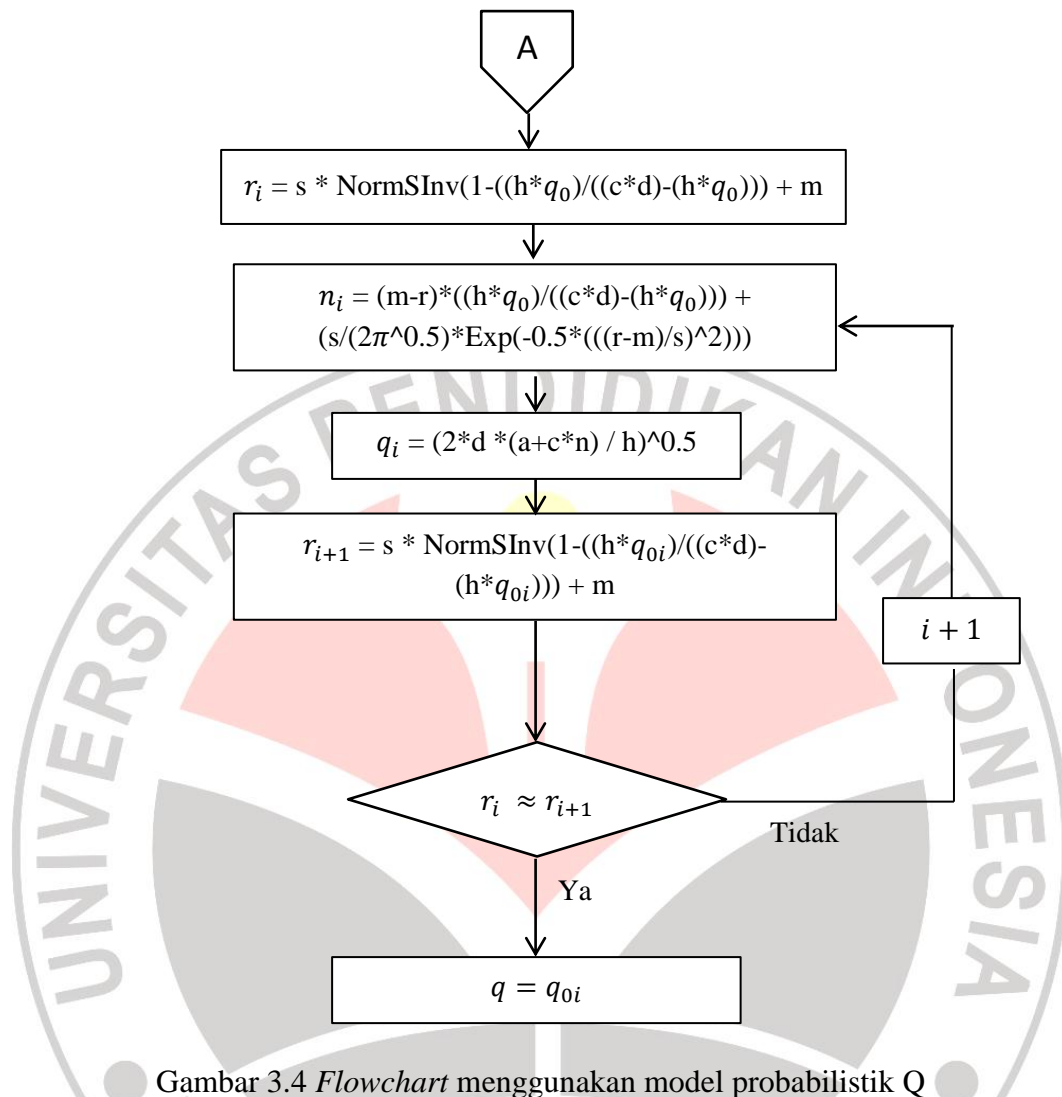
Data	Simbol	Type
Nama barang	-	Text
Waktu tenggang	l	Double
Biaya simpan	h	Double
Biaya pesan	a	Double
Biaya kekurangan persediaan	c	Double
Data bulan ke-1	b1	Double
Data bulan ke-2	b2	Double
Data bulan ke-3	b3	Double
Data bulan ke-4	b4	Double
Data bulan ke-5	b5	Double
Data bulan ke-6	b6	Double

Data	Simbol	Tipe
Data bulan ke-7	b7	Double
Data bulan ke-8	b8	Double
Data bulan ke-9	b9	Double
Data bulan ke-10	b10	Double
Data bulan ke-11	b11	Double
Data bulan ke-12	b12	Double

3.5.1.2 Perancangan Proses

Proses yang digunakan dalam aplikasi ini dijelaskan dalam *flowchart* seperti yang terlihat pada Gambar 3.4.





Gambar 3.4 Flowchart menggunakan model probabilistik Q

3.5.1.3 Perancangan Data Output

Program ini bertujuan untuk melakukan perhitungan optimalisasi persediaan. Oleh sebab itu, program ini menghasilkan *output* seperti dijelaskan dalam tabel 3.2.

Tabel 3.2 Data Output

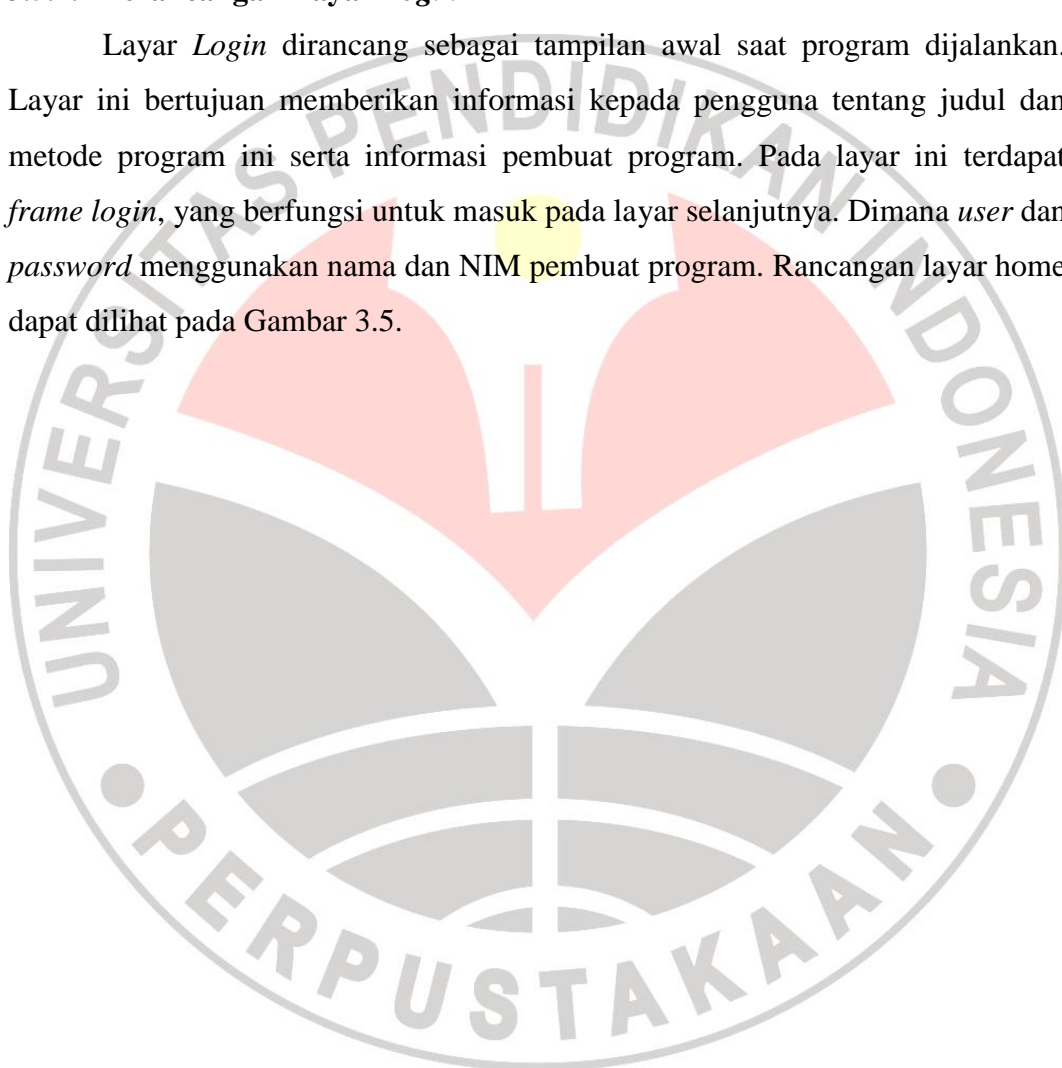
Data	Simbol	Tipe
Pemesanan Optimal	Q	Double
Titik pemesanan kembali	R	Double
Persediaan cadangan	Pc	Double
Total biaya persediaan	Ot	Double
Iterasi	I	Integer

Hasil perhitungan *output* dalam program ini akan ditampilkan pada *frame output*. Selain itu, hasil perhitungan dapat disimpan kedalam *database* yang juga ditampilkan pada *frame output*.

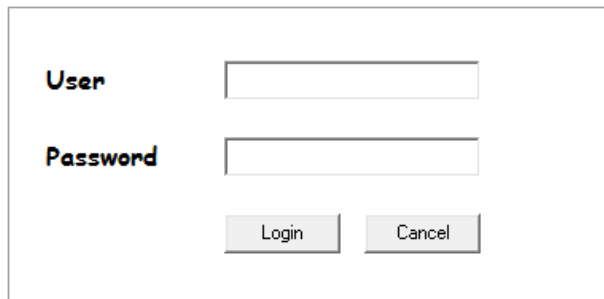
3.5.2 Perancangan Layar

3.5.2.1 Perancangan Layar *Login*

Layar *Login* dirancang sebagai tampilan awal saat program dijalankan. Layar ini bertujuan memberikan informasi kepada pengguna tentang judul dan metode program ini serta informasi pembuat program. Pada layar ini terdapat *frame login*, yang berfungsi untuk masuk pada layar selanjutnya. Dimana *user* dan *password* menggunakan nama dan NIM pembuat program. Rancangan layar home dapat dilihat pada Gambar 3.5.



Program Pengendalian Persediaan Barang Menggunakan Model Probabilistik Q



A login form with two input fields: "User" and "Password". Below the fields are two buttons: "Login" and "Cancel".

Created by :
Nurul Novianti B
0905623
Jurusan Pendidikan Matematika
Universitas Pendidikan Indonesia

Gambar 3.5 Perancangan Layar *Login*

3.5.2.2 Perancangan Layar *Input-Output*

Pada layar *input-output* seperti pada Gambar 3.6 ini terdapat *frame input* dan *frame output*. *Frame input* dirancang untuk menerima *input* data-data yang diperlukan untuk menjalankan program aplikasi, seperti nama barang, waktu tenggang (*lead time*), biaya pesan, biaya simpan, biaya kekurangan persediaan, serta data penjualan barang perbulan selama 12 bulan.

Pada *frame input* ini, pengguna mempunyai dua cara untuk memasukkan *input*, yaitu dengan mengambil data dari *database* atau memasukkan data baru. Bila pengguna ingin mengambil data dari *database*, pengguna cukup memilih Nama Barang yang ingin dihitung dan menampilkan data dengan memilih tombol *View Data*. Setelah itu pengguna dapat memilih tombol Hitung. Tombol Hitung berfungsi untuk menampilkan hasil perhitungan pada *frame output*. Sementara itu, bila pengguna ingin memasukkan data baru, pengguna harus mengisi semua *textbox* yang ada. Tombol Hitung bersifat *disabled*, pengguna dapat memilikinya setelah data yang terisi pada *textbox* disimpan kedalam *database* menggunakan tombol *Save Data*. Tombol *Input* digunakan jika pengguna ingin menghitung kembali data baru.

Frame output dirancang untuk menampilkan hasil perhitungan yang diperoleh setelah menjalankan program aplikasi. Hasilnya berupa jumlah pemesanan optimal, titik pemesanan kembali atau *reorder point*, jumlah persediaan cadangan atau *safety stock*, total biaya persediaan, serta banyaknya iterasi dalam perhitungan. Hasil perhitungan dapat di *save* ke dalam *database* menggunakan tombol *Save Output*.

Input

Nama Barang :

Dari Database
 Data Baru

NamaBarang

Bulan ke-1

Bulan ke-2

Bulan ke-3

Bulan ke-4

Bulan ke-5

Bulan ke-6

Bulan ke-7

Bulan ke-8

Bulan ke-9

Bulan ke-10

Bulan ke-11

Bulan ke-12

Lead Time

Biaya Pesan

Biaya Simpan

Biaya Kekurangan Persediaan

Output

Pemesanan Optimal
 Total Biaya

Reorder Point
 Iterasi

Safety Stock

NamaBarang	Leadtime	i	q	r
▶				

Gambar 3.6 Perancangan Layar *Input-Output*