

BAB III

ANP DAN TOPSIS

3.1 *Analytic Network Process (ANP)*

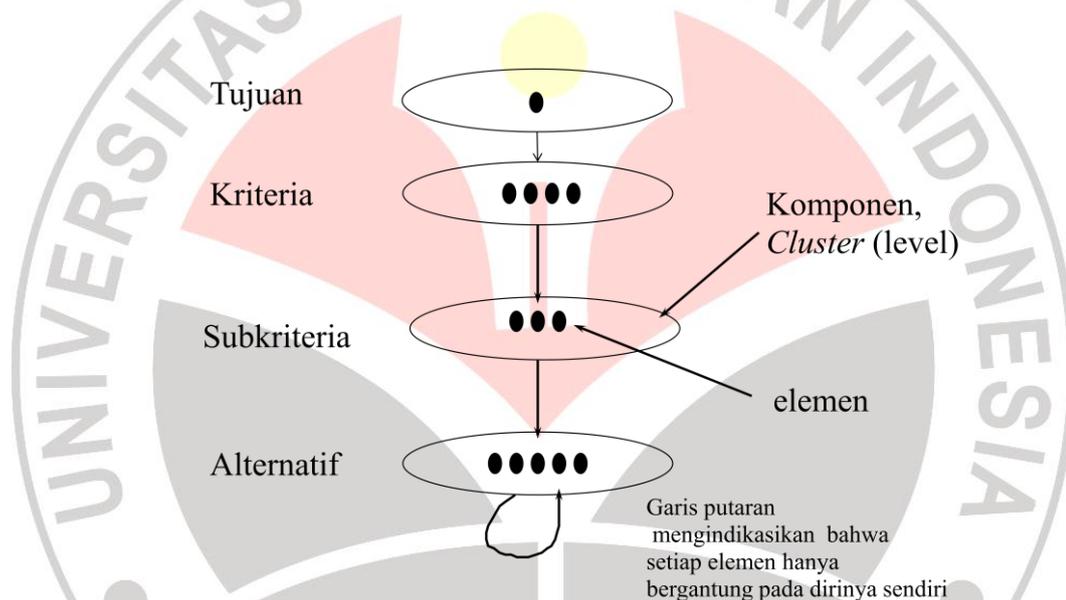
Analytic Network Process atau ANP adalah teori matematis yang memungkinkan seorang pengambil keputusan menghadapi faktor-faktor yang saling berhubungan (*dependence*) serta umpan balik (*feedback*) secara sistematis. ANP merupakan satu dari metode pengambilan keputusan berdasarkan banyaknya kriteria atau *Multiple Kriteria Decision Making (MCDM)* yang dikembangkan oleh Thomas L Saaty. Metode ini merupakan pendekatan baru metode kualitatif yang merupakan perkembangan lanjutan dari metode terdahulu yakni *Analytic Hierarchy Process (AHP)* (Tanjung dan Devi, 2013: 214).

Kelebihan ANP dari metode yang lain adalah kemampuannya untuk membantu para pengambil keputusan dalam melakukan pengukuran dan sintesis sejumlah faktor-faktor dalam hirarki atau jaringan. Banyak kelebihan dari metode baru yang diperkenalkan oleh Saaty ini, yang di antaranya adalah kesederhanaan konsep yang ditawarkan. Menurut Saaty (Tanjung dan Devi, 2013: 214) dari kesederhanaan metodenya membuat ANP menjadi metode yang lebih umum dan lebih mudah diaplikasikan untuk studi kualitatif yang beragam, seperti pengambilan keputusan, peramalan (*forecasting*), evaluasi, pemetaan (*mapping*), *strategizing*, alokasi sumber daya dan lain sebagainya.

Pada umumnya penelitian dengan pendekatan kualitatif hanya mendeskripsikan hasil penemuan yang ada dilapangan tanpa melakukan sintesis lebih dalam. Terlebih lagi jika dibandingkan dengan metode AHP, ANP memiliki banyak kelebihan, seperti perbandingan yang dihasilkan lebih objektif, kemampuan prediktif yang lebih akurat, dan hasil yang lebih stabil. ANP lebih bersifat general dari AHP yang digunakan pada *multi-criteria decision analysis*. struktur AHP merupakan suatu *decision problem* dalam bentuk tingkatan suatu hirarki, sementara ANP menggunakan pendekatan jaringan tanpa harus

menetapkan level seperti pada hirarki yang digunakan dalam AHP (Tanjung dan Devi, 2013: 214).

Menurut Saaty ANP digunakan untuk memecahkan masalah yang bergantung pada alternatif-alternatif dan kriteria-kriteria yang ada. Dalam teknik analisisnya, ANP menggunakan perbandingan berpasangan pada alternatif-alternatif dan kriteria proyek. Pada jaringan AHP terdapat level tujuan, kriteria, subkriteria, dan alternatif, dimana masing-masing level memiliki elemen. Sementara itu, level dalam AHP disebut *cluster* pada jaringan ANP yang dapat memiliki kriteria dan alternatif di dalamnya, yang sekarang disebut simpul.



Gambar 3.1 Jaringan Hirarki

Gambar 3.1 menunjukkan analisa dengan pendekatan jaringan hirarki. Menurut Ma'arif dan Hendri (2003) (Tanjung dan Devi, 2013: 216) hirarki merupakan alat yang sangat dasar dari pikiran manusia dengan melakukan pengidentifikasian elemen-elemen suatu masalah, lalu elemen-elemen tersebut dikelompokkan dalam bentuk kumpulan-kumpulan (komponen) yang *homogeny* dan dirumuskan dalam bentuk tingkatan yang berbeda. Tidak terdapat aturan baku dalam penyusunan jaringan hirarki, akan tetapi, penyusunan jaringan hirarki tetaplah harus disesuaikan dengan situasi keputusan yang diambil.

suatu pernyataan agar dapat dilihat kebenarannya tanpa perlu adanya bukti. Menurut Ascarya (Tanjung dan Devi, 2013: 219) aksioma-aksioma tersebut diantaranya:

1. Resiprokal.

Jika aktifitas X memiliki tingkat kepentingan 6 kali lebih besar dari aktifitas Y maka aktifitas Y besarnya $1/6$ dari aktifitas X.

2. Homogenitas.

Aksioma ini menyatakan bahwa elemen-elemen yang akan dibandingkan tidak memiliki perbedaan terlalu besar. Jika perbandingan terlalu besar maka akan berdampak pada kesalahan penilaian yang lebih besar. Skala yang digunakan dalam AHP dan ANP berbeda dengan skala yang digunakan pada skala likert umumnya (1 sampai 5). Skala yang digunakan dalam ANP memiliki rentang lebih besar, yaitu 1 sampai 9 bahkan lebih. Berikut skala yang digunakan dalam ANP diringkas pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Skala dalam ANP

Deskripsi	Tingkat Kepentingan	Penjelasan
Amat sangat lebih besar pengaruh/tingkat kepentingannya	9	Bukti-bukti yang memihak satu elemen dibandingkan elemen lainnya memiliki bukti yang tingkat kemungkinan afirmasinya tertinggi.
Di antara nilai 7-9	8	Nilai kompromi di antara dua nilai yang berdekatan.
Sangat lebih besar pengaruh/tingkat kepentingannya	7	Satu elemen sangat lebih dibandingkan elemen lainnya, dan dominan ditunjukkan dalam praktik.
Di antara nilai 5-7	6	Nilai kompromi di antara dua nilai yang berdekatan.
Lebih besar pengaruh/tingkat kepentingannya	5	Pengalaman dan penilaian kuat mendukung satu elemen dibandingkan elemen yang lainnya.
Di antara 3-5	4	Nilai kompromi di antara dua nilai yang berdekatan.

Lanjutan Tabel 3.1 Skala dalam ANP

Deskripsi	Tingkat Kepentingan	Penjelasan
Sedikit lebih besar pengaruh/tingkat kepentingannya	3	Pengalaman dan penilaian sedikit mendukung satu elemen dibandingkan elemen yang lain.
Di antara 1-3	2	Nilai kompromi di antara dua nilai yang berdekatan.
Sama besar pengaruh/tingkat kepentingannya	1	Dua elemen yang dibandingkan memiliki kontribusi kepentingan yang sama terhadap tujuan.

- Aksioma yang ketiga adalah setiap elemen dan komponen yang digambarkan dalam jaringan kerangka kerja baik hirarki maupun *feedback*, betul-betul dapat mewakili agar sesuai dengan kondisi yang ada dan hasilnya sesuai pula dengan yang diharapkan.

3.1.2 Prinsip Dasar ANP

Saaty (1994) (Tanjung dan Devi, 2013) membagi prinsip dasar dalam AHP dan ANP menjadi tiga, yakni dekomposisi, penilaian komparasi, dan komposisi hirarki (sintesis). Penjelasan lebih lengkap ketiga prinsip tersebut adalah sebagai berikut:

- Dekomposisi. Masalah-masalah yang dikumpulkan dengan melakukan studi lapangan ketika penelitian sedang berlangsung merupakan masalah yang sangat kompleks. Untuk menstruktur masalah-masalah yang kompleks tersebut perlu didekomposisikan ke dalam suatu jaringan dalam bentuk komponen-komponen, *cluster-cluster*, *sub cluster*, dan alternatif. Mendekomposisikan masalah menjadi dalam bentuk kerangka kerja hirarki atau *feedback* dapat juga dikatakan dengan membuat model dengan pendekatan ANP.
- Penilaian komparasi. Prinsip ini diterapkan untuk melihat perbandingan *pairwise* (pasangan) dari semua jaringan/hubungan/pengaruh yang dibentuk dalam suatu kerangka kerja. Hubungan tersebut dapat berupa hubungan antara elemen-elemen dalam suatu komponen yang berbeda atau hubungan antara

satu elemen dengan elemen yang lainnya dalam komponen yang sama. Semua pasangan perbandingan itu digunakan untuk memperoleh hasil prioritas ‘lokal’ elemen-elemen dalam setiap komponen. Untuk melakukan penilaian komparasi inilah berlaku aksioma resiprokal. Ma’arif dan Hendri (Tanjung dan Devi, 2013: 221) menyebutkan bahwa jika terdapat elemen, maka matriks perbandingan komparasi adalah sejumlah $n \times n$. Oleh karena itu, banyaknya penilaian yang diperlukan untuk menyusun matriks tersebut adalah $\frac{n(n-1)}{2}$. Pertanyaan yang digunakan untuk menilai perbandingan pasangan ini berbeda antara pendekatan AHP dan ANP. Dalam AHP seseorang bertanya “Elemen mana yang lebih disukai atau lebih penting?”, sementara dalam ANP seseorang bertanya “Elemen mana yang mempunyai pengaruh lebih besar?”. Untuk memperoleh hasil prioritas ‘lokal’, dari setiap matriks penilaian perbandingan pasangan kemudian dicari nilai *eigen vector*.

3. Komposisi hirarki atau sintesis. Prinsip ini diterapkan untuk mengalikan prioritas lokal dari elemen-elemen dalam *cluster* dengan prioritas global dari elemen induk yang akan menghasikan prioritas global seluruh hirarki dan menjumlahkannya untuk menghasilkan prioritas global untuk elemen level terendah (biasanya merupakan alternatif).

3.1.3 Fungsi Utama ANP

Menurut Ascarya (Tanjung dan Devi, 2013: 221) ada tiga fungsi utama ANP, yaitu:

1. Menstruktur Kompleksitas

Permasalahan yang kompleks jika tidak distruktur dengan baik maka akan sulit dalam menguraikan masalah tersebut. Serumit apapun dan sekompleks apapun masalah yang dihadapi, ANP membantu dalam menstruktur masalah tersebut.

2. Pengukuran dalam Skala Rasio

Pengukuran ke dalam skala rasio ini diperlukan untuk mencerminkan proporsi. Setiap metode dengan struktur hirarki harus menggunakan prioritas skala rasio untuk elemen di atas level terendah dari hirarki. Hal ini penting karena prioritas (bobot) dari elemen di level manapun dari hirarki ditentukan dengan

mengalikan prioritas dari elemen induknya. Karena hasil perkalian dari dua pengukuran level interval secara matematis tidak memiliki arti, skala rasio diperlukan untuk perkalian ini. ANP menggunakan skala rasio pada semua level terendah dari hirarki/jaringan, termasuk level terendah (alternatif dalam model pilihan). Skala rasio ini menjadi semakin penting jika prioritas tidak hanya digunakan untuk aplikasi pilihan, namun untuk aplikasi-aplikasi lain, seperti untuk aplikasi alokasi sumber daya.

3. Sintesis

Sintesis berarti menyatukan semua bagian menjadi satu kesatuan. Karena kompleksitas, situasi keputusan penting, atau prakiraan, atau alokasi sumber daya, sering melibatkan terlalu banyak dimensi bagi manusia untuk dapat melakukan sintesis secara intuitif, kita memerlukan suatu cara untuk melakukan sintesis dari banyak dimensi. Fungsi yang lebih penting lagi dalam ANP adalah kemampuannya untuk membantu pengambil keputusan dalam melakukan pengukuran dan sintesis sejumlah faktor-faktor dalam hirarki atau jaringan.

3.1.4 Konsistensi dalam ANP

Ma'arif dan Hendri (Tanjung dan Devi, 2013: 221) membagi jenis penilaian konsistensi baik dalam AHP maupun ANP menjadi dua jenis. Pertama, konsistensi diukur berdasarkan objek-objek (elemen) yang akan diperbandingkan. Contoh sederhana adalah buah lengkeng dan kelereng dapat dikelompokkan menjadi satu himpunan yang seragam jika kriteria yang digunakan adalah "bulat". Akan tetapi, buah lengkeng dan kelereng tidak dapat dijadikan dalam satu kelompok himpunan seragam jika kriteria yang digunakan adalah "rasa". Karena jelas antara kedua elemen yakni buah lengkeng dan kelereng adalah berbeda dari segi rasa tapi sama dari segi bentuk. Oleh karena itu, seorang peneliti harus mampu mengelompokkan elemen-elemen dalam satu kriteria (komponen) tertentu dan meminimalisir terjadinya ambiguitas agar tidak terdapat kesalahan tafsir oleh pembaca (responden). Kedua, konsistensi juga terdapat ketika akan melakukan perbandingan pasangan. Penilaian perbandingan pasangan akan selalu konsisten

jika elemen yang dibandingkan hanya dua. Akan tetapi, akan lebih sulit untuk konsisten jika komponen yang dibandingkan lebih dari dua. Misalnya, jika X enam kali lebih besar daripada Y, Y tiga kali lebih besar daripada Z, maka seharusnya X 18 kali lebih besar daripada Z. Jika X dinilai 10 kali lebih besar daripada Z maka penilaian komparasi perbandingan tersebut akan tidak konsisten sehingga proses penilaian perlu diulangi sampai penilaian yang dihasilkan konsisten.

3.1.5 Bentuk Jaringan dalam ANP

Pada umumnya, ada beberapa jaringan ANP yang telah dikembangkan menjadi lebih variatif. Hal ini dikarenakan ANP tidak dibatasi pada struktur hirarki sebagaimana AHP, sehingga jaringan yang dibuat dalam ANP pun menjadi lebih beragam. Beberapa bentuk jaringan ANP yang diperkenalkan oleh Ascarya (Tanjung dan Devi, 2013: 221) antara lain dapat berbentuk hirarki, holarki, BORCR (*Benefit-Opportunity-Cost-Risk*), dan jaringan secara umum baik dari jaringan yang sederhana sampai jaringan yang lebih kompleks.

1. Jaringan Hirarki

Jaringan hirarki adalah jaringan yang paling umum dan sederhana. Jaringan inilah yang sering digunakan dalam AHP. Secara umum struktur dari hirarki linier berupa komponen-komponen (*cluster*) dan di dalam setiap *cluster* terdapat elemen-elemen. Level tertinggi jaringan hirarki adalah *cluster* tujuan, kemudian *cluster* kriteria (dan sub kriteria jika ada), dan terendah adalah alternatif. Penerapan jaringan ANP bentuk hirarki linier memiliki tiga *cluster*, yaitu *cluster* tujuan, kriteria, dan alternatif. Elemen dapat disebut juga dengan node. Setiap *cluster* memiliki node masing-masing.

2. Jaringan Holarki

Bentuk jaringan lainnya adalah jaringan holarki. Jaringan ini merupakan bentuk jaringan di mana elemen-elemen dalam suatu *cluster* pada level yang paling tinggi, terikat atau dependen terhadap elemen-elemen dalam *cluster* pada level yang paling rendah. Jaringan ini otomatis membentuk garis hubungan antara *cluster* level terendah dengan *cluster* pada level tertinggi.

Perbedaan bentuk jaringan holarki dengan jaringan hilarki terletak pada adanya hubungan *feedback* antara *cluster* alternatif ke *cluster* faktor utama.

3. Jaringan BORC (*Benefit-Opportunity-Cost-Risk*)

Setiap kriteria-kriteria yang menjadi bahan pertimbangan pengambilan keputusan tentunya memiliki beberapa keuntungan dan ketidakuntungan bagi si pengambil keputusan. Beberapa dari kriteria tersebut bisa jadi sesuatu yang pasti atau bahkan belum pasti terjadinya. Oleh sebab itulah, pada umumnya keuntungan untuk sesuatu yang pasti itu disebut *benefit* (manfaat/keuntungan), sedangkan ketidakuntungannya adalah *cost* (biaya). Sedangkan keuntungan untuk sesuatu yang tidak pasti dikenal dengan *opportunities* (kesempatan) dan ketidakuntungan adalah *risk* (resiko) yang merupakan sesuatu yang belum pasti dan kemungkinan akan dihadapi oleh pengambil keputusan. Pada dasarnya teori ini senada dengan analisis SWOT (*Strenght, Weakness, Opportunity, Treats*).

Bentuk sederhana dari jaringan analisa BORC adalah jaringan pengaruh (*impact network*) sebagaimana bentuk jaringan ANP pada umumnya. Jaringan ini memiliki dua jaringan terpisah secara bagan, di mana untuk pengaruh positif, dan untuk pengaruh negatif. Sebagaimana diketahui bahwa pengaruh positif meliputi sesuatu yang memberikan keuntungan bagi pengambil keputusan yaitu *benefit* (pasti) dan *opportunities* (belum pasti), sedangkan pengaruh negatif meliputi sesuatu yang memberikan ketidakuntungan bagi pengambil keputusan yaitu *cost* (pasti) dan *risk* (belum pasti).

Untuk melakukan analisis *benefit, opportunities, cost, dan risk* sebagai analisis strategis, perhitungannya menggunakan metode *pairwise comparison*. Menurut Saaty (Tanjung dan Devi, 2013: 232) secara struktural, sebuah keputusan dibagi menjadi tiga bagian, pertama sistem penilaian, kedua sebagai pertimbangan membuat keputusan, dan ketiga hirarki atau jaringan keterkaitan, fakta (objektif) yang membuat sebuah alternatif keputusan lebih diinginkan dibanding yang lainnya. Hasil dari beberapa alternatif yang diprioritaskan, didapatkan tiga hasil, kondisi umum (*standard condition*) B/C, *pessimistic* B/(CxR), dan *realistic* (BxO)/(CxR). Alternatif yang terbaik dipilih dengan

nilai *realistic* yang tinggi dan alternatif terpilih tersebut dipertimbangkan sebagai keputusan yang ditentukan dari alternatif lainnya.

4. Jaringan Umum

Bentuk jaringan lainnya dalam ANP dan sangat umum digunakan adalah jaringan umum, di mana tidak memiliki bentuk khusus. Jaringan umum ini dapat berbentuk sederhana bahkan dapat terlihat kompleks asalkan memenuhi syarat ANP yang berlaku dimana terdapat beberapa *cluster* dan node, jaringan dependensi, dan jaringan *feedback*.

Jaringan umum menunjukkan bahwa satu *cluster* ke *cluster* lainnya memiliki hubungan dependensi (*inner dependence*) serta dari jaringan *feedback*. Hubungan *inner dependence* menunjukkan bahwa node dalam satu *cluster* memiliki hubungan dengan node lainnya dalam *cluster* yang sama. Sedangkan jaringan *feedback* menunjukkan bahwa antara satu *cluster* dengan *cluster* lainnya memiliki hubungan yang saling mempengaruhi.

3.1.6 Supermatrix dari Sistem *Feedback*

Jika diasumsikan suatu sistem memiliki N *cluster* di mana elemen-elemen dalam setiap *cluster* saling berinteraksi atau memiliki pengaruh terhadap beberapa atau seluruh *cluster* yang ada. Jika *cluster* dinotasikan dengan C_h di mana $h = 1, 2, \dots, N$ dengan elemen sebanyak n_h yang dinotasikan dengan $e_{h1}, e_{h2}, \dots, e_{hn_h}$. Pengaruh dari satu elemen dalam suatu *cluster* pada elemen yang lain dalam suatu sistem dapat direpresentasikan melalui vektor prioritas berskala rasio yang diambil dari perbandingan berpasangan. Pengaruh dari elemen terhadap elemen lain dalam suatu jaringan dapat diperlihatkan pada *supermatrix* berikut:

$$W = \begin{array}{c} \begin{array}{c} C_1 \\ e_{11} \\ \vdots \\ e_{1n_1} \\ C_2 \\ e_{21} \\ \vdots \\ e_{2n_2} \\ \vdots \\ e_{N1} \\ \vdots \\ e_{Nn_N} \\ C_N \end{array} \end{array} \begin{array}{c} C_1 \quad C_2 \quad \dots \quad C_N \\ e_{11}e_{12} \dots e_{1n_1} \quad e_{21}e_{22} \dots e_{2n_2} \quad \dots \quad e_{N1}e_{N2} \dots e_{Nn_N} \\ \left[\begin{array}{cccc} W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1N} \\ W_{21} & W_{22} & \dots & W_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ W_{N1} & W_{N2} & \dots & W_{NN} \end{array} \right] \end{array}$$

Gambar 3.3 Format Dasar *Supermatrix*

di mana blok i, j dari matriks ini adalah:

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} W_{i1}^{(j_1)} & W_{i1}^{(j_2)} & \dots & W_{i1}^{(j_{n_j})} \\ W_{i2}^{(j_1)} & W_{i2}^{(j_2)} & \dots & W_{i2}^{(j_{n_j})} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ W_{in_i}^{(j_1)} & W_{in_i}^{(j_2)} & \dots & W_{in_i}^{(j_{n_j})} \end{bmatrix}$$

Gambar 3.4 Matriks Blok i dan j

Masing-masing kolom dari W_{ij} adalah *eigen vector* utama dari pengaruh (penting) elemen dalam komponen ke- i dari jaringan pada suatu elemen dalam komponen ke- j . Beberapa masukan (*entri*) yang menunjukkan nilai nol pada elemen artinya tidak terdapat kepentingan pada elemen tersebut. Jika hal tersebut terjadi maka elemen tersebut tidak digunakan dalam perbandingan berpasangan untuk menurunkan *eigen vector* (Saaty, 2008: 10).

3.1.7 Tahapan ANP

Saaty menjelaskan tahapan dalam pengambilan keputusan dengan ANP sebagai berikut:

1. Menyusun struktur masalah dan mengembangkan model keterkaitan

Melakukan penentuan sasaran atau tujuan yang diinginkan, menentukan kriteria mengacu pada kriteria kontrol, dan menentukan alternatif pilihan. Jika

terdapat elemen-elemen yang memiliki kualitas setara maka dikelompokkan ke dalam suatu komponen yang sama.

2. Membentuk matriks perbandingan berpasangan

ANP mengasumsikan bahwa pengambil keputusan harus membuat perbandingan kepentingan antara seluruh elemen untuk setiap level dalam bentuk berpasangan. Perbandingan tersebut ditransformasi ke dalam bentuk matriks A. Nilai a_{ij} merepresentasikan nilai kepentingan relatif dari elemen pada baris ke- i terhadap elemen pada kolom ke- j . misalnya $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$. Jika ada n elemen yang dibandingkan maka matriks perbandingan A didefinisikan sebagai:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \dots (3.1)$$

3. Menghitung bobot elemen

Jika perbandingan berpasangan telah lengkap, vektor prioritas w yang disebut sebagai *eigenvector* dihitung dengan rumus:

$$A \cdot w = \lambda_{maks} \cdot W \dots (3.2)$$

dengan A adalah matriks perbandingan berpasangan dan λ_{maks} adalah *eigen value* terbesar dari A. *Eigen vector* merupakan bobot prioritas suatu matriks yang kemudian digunakan dalam penyusunan supermatriks.

4. Menhitung rasio konsistensi

Rasio konsistensi tersebut harus 10 persen atau kurang. Jika nilainya lebih dari 10 persen, maka penilaian data keputusan harus diperbaiki. Dalam prakteknya, konsistensi tersebut tidak mungkin didapat. Pada matriks konsistensi, secara praktis $\lambda_{max} = n$, sedangkan pada matriks tidak setiap variasi dari w_{ij} akan membawa perubahan pada nilai λ_{max} . Deviasi λ_{max} dari n merupakan suatu parameter *Consistency Index* (CI) sebagai berikut:

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad \dots (3.3)$$

di mana

CI = *Consistency Index*

λ_{max} = nilai eigen terbesar

n = jumlah elemen yang dibandingkan

Nilai CI tidak akan berarti apabila terdapat standar untuk menyatakan apakah CI menunjukkan matriks yang konsisten. Saaty (2008) memberikan patokan dengan melakukan perbandingan secara acak atas 500 buah sampel. Saaty berpendapat bahwa suatu matriks yang dihasilkan dari perbandingan yang dilakukan secara acak merupakan suatu matriks yang mutlak tidak konsisten. Dari matriks acak tersebut didapatkan juga nilai *Consistency Index*, yang disebut dengan *Random Index* (RI).

Dengan membandingkan CI dan RI maka didapatkan patokan untuk menentukan tingkat konsistensi suatu matriks, yang disebut dengan *Consistency Ratio* (CR), dengan rumus:

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad \dots (3.4)$$

di mana

CR = *Consistency Ratio*

CI = *Consistency Index*

RI = *Random Index*

Nilai RI merupakan nilai random indeks yang dikeluarkan oleh *Oarkridge Laboratory* yang dapat dilihat pada tabel 2.2.

5. Membuat Supermatriks

Supermatriks merupakan hasil vektor prioritas dari perbandingan berpasangan antar *cluster*, kriteria, dan alternatif. Supermatriks terdiri dari tiga tahap, yaitu Supermatriks Tidak Tertimbang (*Unweighted Supermatrix*), Supermatriks

Tertimbang (*Weighted Supermatrix*), dan Supermatriks Limit (*Limmiting Supermatrix*).

a. Tahap *Unweighted Supermatrix*

Unweighted Supermatrix dibuat berdasarkan perbandingan berpasangan antar *cluster*, kriteria, dan alternatif dengan cara memasukkan vektor prioritas (*eigen vector*) kolom ke dalam matriks yang sesuai dengan selnya.

b. Tahap *Weighted Supermatrix*

Weighted Supermatrix diperoleh dengan cara mengalikan semua elemen pada *unweighted supermatrix* dengan nilai yang terdapat dalam matriks *cluster* yang sesuai sehingga setiap kolom memiliki jumlah satu.

c. Tahap *Limmiting Supermatrix*

Selanjutnya untuk memperoleh *limmiting supermatrix*, *weighted supermatrix* dinaikan bobotnya. Menaikan bobot *weighted supermatrix* dilakukan dengan cara mengalikan supermatriks tersebut dengan dirinya sendiri sampai beberapa kali. Ketika bobot pada setiap kolom memiliki nilai yang sama, maka *limmiting supermatrix* sudah didapatkan.

3.2 *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS)*

TOPSIS adalah metode pengambilan keputusan multikriteria yang pertama kali diperkenalkan oleh Yoon dan Hwang tahun 1981. Menurut Hwang dan Zeleny (Kusumadewi, dkk., 2006), TOPSIS didasarkan pada konsep dimana alternatif terpilih yang terbaik tidak hanya memiliki jarak terpendek dari solusi ideal positif, namun juga memiliki jarak terpanjang dari solusi ideal negatif. Solusi ideal positif didefinisikan sebagai jumlah dari seluruh nilai terbaik yang dapat dicapai untuk setiap atribut, sedangkan solusi ideal negatif terdiri dari seluruh nilai terburuk yang dicapai untuk setiap atribut (Meliana, 2011).

Konsep ini banyak digunakan pada beberapa model MADM untuk menyelesaikan masalah keputusan secara praktis (Hwang, 1993; Liang, 1999; Yeh, 2000). Hal ini disebabkan konsepnya sederhana, mudah dipahami, komputasinya efisien, dan memiliki kemampuan untuk mengukur kinerja relatif

dari alternatif-alternatif keputusan dalam bentuk matematis yang sederhana (Kusumadewi, dkk., 2006: 88).

3.2.1 Prosedur TOPSIS

Secara umum, prosedur TOPSIS mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membuat matriks keputusan yang ternormalisasi

TOPSIS membutuhkan rating kinerja setiap alternatif A_i pada setiap kriteria C_j yang ternormalisasi, yaitu:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}; \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, m; \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad \dots(3.5)$$

2. Membuat matriks keputusan yang ternormalisasi terbobot

Solusi ideal positif A^+ dan solusi ideal negatif A^- dapat ditentukan berdasarkan rating bobot ternormalisasi (y_{ij}) sebagai:

$$y_{ij} = w_i r_{ij}; \text{ dengan } i = 1, 2, \dots, m; \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad \dots(3.6)$$

dimana:

y_{ij} = matriks ternormalisasi terbobot

w_i = vektor bobot ke-i

3. Menentukan matriks solusi ideal positif dan matriks solusi ideal negatif

Solusi ideal positif (A^+) dihitung berdasarkan:

$$A^+ = (y_1^+, y_2^+, \dots, y_n^+); \quad \dots(3.7)$$

Solusi ideal negatif (A^-) dihitung berdasarkan:

$$A^- = (y_1^-, y_2^-, \dots, y_n^-); \quad \dots(3.8)$$

dengan

$$y_j^+ = \begin{cases} \max_i y_{ij}; & \text{jika } j \text{ adalah atribut keuntungan} \\ \min_i y_{ij}; & \text{jika } j \text{ adalah atribut biaya} \end{cases} \quad \dots(3.9)$$

$$y_j^- = \begin{cases} \min_i y_{ij}; & \text{jika } j \text{ adalah atribut keuntungan} \\ \max_i y_{ij}; & \text{jika } j \text{ adalah atribut biaya} \end{cases} \quad \dots(3.10)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

4. Menentukan jarak antara nilai setiap alternatif dengan matriks solusi ideal positif dan matriks solusi ideal negatif

Jarak antara alternatif A_i dengan solusi ideal positif dirumuskan sebagai:

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (y_j^+ - y_{ij})^2}; \quad i = 1, 2, 3, \dots, m. \quad \dots(3.11)$$

Jarak antara alternatif A_i dengan solusi ideal negatif dirumuskan sebagai:

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (y_{ij} - y_j^-)^2}; \quad i = 1, 2, 3, \dots, m. \quad \dots(3.12)$$

5. Menentukan nilai preferensi untuk setiap alternatif

Nilai preferensi untuk setiap alternatif (V_i) diberikan sebagai:

$$V_i = \frac{D_i^-}{D_i^- + D_i^+}; \quad i = 1, 2, 3, \dots, m. \quad \dots(3.13)$$

Nilai V_i yang lebih besar menunjukkan bahwa alternatif A_i lebih dipilih.