

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Aljabar- C^* dari graf berarah tak berhingga pertama kali dipelajari sekitar tahun 1990an [15, 14] sebagai generalisasi aljabar Cuntz-Krieger dari matriks berhingga $\{0, 1\}$ [9]. Aljabar lintasan Leavitt dipelajari mulai tahun 2005 [1, 2] sebagai bentuk analogi aljabar murni dari aljabar- C^* graf. Sejauh ini, aljabar- C^* graf dan aljabar lintasan Leavitt telah dikaji secara intensif oleh banyak peneliti. Keduanya kini telah mempunyai teori-teori struktur pokok dan telah terbukti sebagai sumber yang kaya dengan contoh-contoh yang menarik.

Analogi dari aljabar Cuntz-Krieger dengan rank lebih tinggi pertama kali diteliti oleh Robertson dan Steger [22, 23]. Tidak lama setelah itu, Kumjian dan Pask [13] memperkenalkan graf dengan rank lebih tinggi (atau graf- k) untuk memberikan model yang dapat divisualisasi untuk aljabar Robertson dan Steger. Graf- k didefinisikan sebagai objek kombinatorial berupa kategori terbilang yang dilengkapi dengan pemetaan derajat sedemikian sehingga memenuhi sifat faktorisasi. Graf- k tidak lain adalah graf berarah dengan dimensi k .

Aljabar- C^* dari graf- k telah diperkenalkan pula oleh Kumjian dan Pask [13] sebagai aljabar- C^* universal yang dibangun oleh keluarga isometri parsial sedemikian sehingga memenuhi relasi-relasi yang analog dengan relasi Cuntz-Krieger. Aljabar- C^* ini telah banyak menjadi perhatian kalangan ilmuwan aljabar operator untuk melakukan penelitian lebih lanjut dan telah memperluas beberapa kelas aljabar- C^* yang dapat direalisasikan sebagai aljabar graf.

Analogi aljabar murni dari aljabar- C^* graf- k pertama kali dikemukakan oleh Pino, Clark, an Huef, dan Raeburn [19] pada tahun 2011. Aljabar ini berpadanan dengan graf- k berhingga baris tanpa *sources* dan dinamakan sebagai aljabar Kumjian-Pask. Sampai saat ini, aljabar Kumjian-Pask merupakan topik yang sedang berkembang pesat dalam penelitian kalangan ilmuwan aljabar operator.

Aljabar Kumjian-Pask dari graf- k berhingga baris tanpa *sources* telah banyak dikaji mulai dari sifat universal, sifat khusus, juga kasus khusus di

antaranya [4, 3, 12, 5, 24, 27]. Mulai tahun 2013, konsep aljabar Kumjian-Pask telah diperluas atas graf- k *locally convex* [8, 25] dan graf- k *finitely aligned* [6, 16]. Selain itu, aljabar Kumjian-Pask telah ditunjukkan isomorfik dengan aljabar lintasan Cohn dari graf- k [7], yang diperkenalkan pada tahun 2016, sehingga sifat dari aljabar lintasan Cohn ini dapat lebih mudah dipelajari melalui sifat aljabar Kumjian-Pask.

Berdasarkan uraian di atas, penulis termotivasi untuk meneliti secara lebih mendalam konsep aljabar Kumjian-Pask dan bagaimana teknik konstruksinya untuk suatu graf- k . Sebagai langkah awal, graf- k yang menjadi fokus penelitian ialah graf- k berhingga baris tanpa *sources*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian di atas, rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimanakah konsep aljabar Kumjian-Pask dari graf- k berhingga baris tanpa *sources*?
2. Bagaimanakah konstruksi aljabar Kumjian-Pask untuk suatu graf- k berhingga baris tanpa *sources*?

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah penelitian di atas, tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Untuk memperoleh informasi yang menyeluruh tentang konsep aljabar Kumjian-Pask dari graf- k berhingga baris tanpa *sources*.
2. Untuk memperoleh informasi yang menyeluruh tentang teknik konstruksi aljabar Kumjian-Pask dari suatu graf- k berhingga baris tanpa *sources*.

1.4 Manfaat Penelitian

Memperoleh gambaran yang menyeluruh tentang konsep aljabar Kumjian-Pask dari graf- k berhingga baris tanpa *sources* beserta teknik konstruksinya.

1.5 Struktur Organisasi Skripsi

1. BAB I PENDAHULUAN

Menguraikan latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan struktur organisasi skripsi.

2. BAB II KAJIAN PUSTAKA

Membahas teori-teori yang menjadi landasan masalah dalam penelitian, di antaranya konsep graf- k , aljabar bebas, dan aljabar- C^* . Konsep graf- k meliputi definisi graf- k , visualisasi graf- k , graf- k berhingga baris tanpa *sources*, dan ruang lintasan tak berhingga. Sementara konsep aljabar bebas meliputi *words*, modul bebas, aljabar bebas, dan aljabar *graded*.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Menguraikan metode penelitian yang digunakan berupa langkah-langkah yang ditempuh dalam mengkaji permasalahan pada skripsi ini.

4. BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Mengemukakan hasil dan pembahasan dari penelitian yang telah dilakukan. Pertama, dilakukan analisis pada keluarga isometri parsial pembangun aljabar- C^* graf- k agar memperoleh konsekuensi aljabar dari relasi-relasinya. Setelah itu, didefinisikan *ghost path* sebagai relasi tambahan untuk selanjutnya mendefinisikan keluarga Kumjian-Pask. Kemudian didefinisikan aljabar Kumjian-Pask dari suatu graf- k berhingga baris tanpa *sources* dan ditunjukkan eksistensinya melalui konstruksi.

5. BAB V SIMPULAN DAN REKOMENDASI

Menyampaikan kesimpulan dari hasil penelitian dan rekomendasi untuk penelitian berikutnya.