

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Jika X ruang Banach yang konveks seragam, $D \subseteq X$ tak kosong, tutup, terbatas, dan konveks, maka pemetaan asimtotik non-ekspansif $T: D \rightarrow D$ memiliki titik tetap.
2. Jika X ruang Banach yang konveks seragam, $D \subseteq X$ tak kosong, tutup, terbatas, dan konveks, $T: D \rightarrow D$ asimtotik non-ekspansif, dan $\{x_n\}, \{y_n\}, \{z_n\}$ adalah barisan yang dikonstruksi oleh iterasi tiga langkah maka berlaku sifat-sifat berikut.
 - Ketaksamaan sebagaimana teorema 4.3.2,
 - $\|T^n y_n - x_n\| \rightarrow 0$, dengan syarat tambahan yaitu, $0 < \alpha_n < 1$ untuk n yang cukup besar dan $\sum_{n=1}^{\infty} (k_n - 1) < \infty$,
 - $\|T^n z_n - x_n\| \rightarrow 0$, dengan syarat tambahan yaitu, $0 < \alpha_n$ dan $0 < \beta_n < 1$ untuk n yang cukup besar dan $\sum_{n=1}^{\infty} (k_n - 1) < \infty$, dan
 - $\|x_n - s\|$ memiliki limit untuk setiap s titik tetap dari T .
3. Jika dipenuhi semua syarat pada poin 1 dengan penambahan syarat yaitu T kontinu lengkap maka diperoleh bahwa $\{x_n\}, \{y_n\}$, dan $\{z_n\}$ konvergen ke suatu titik tetap dari T .
4. Kekonvergenan iterasi tiga langkah menuju titik tetap dari T masih berlaku jika $\{\gamma_n\}$ adalah barisan nol asalkan $k_n \beta_n < 1$ untuk n yang cukup besar, juga jika $\{\gamma_n\}$ dan $\{\beta_n\}$ keduanya barisan nol asalkan $0 < \alpha_n < 1$ untuk n yang cukup besar.
5. Pada ruang Banach konveks seragam X yang berdimensi hingga, syarat T kontinu lengkap ekuivalen dengan T kontinu.

5.2 Saran

Skripsi ini hanyalah membahas mengenai iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif dan sifat-sifat serta kekonvergenannya. Adapun untuk penelitian selanjutnya, ada beberapa hal menarik yang bisa disajikan berkaitan dengan topik ini, antara lain mengenai pemilihan barisan $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$, dan $\{\gamma_n\}$ yang dapat mempercepat kekonvergenan dari iterasi tiga langkah, ataupun kekonvergenan lemah dari iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif. Penelitian lebih rinci mengenai syarat-syarat yang disebutkan dalam skripsi ini juga disarankan, antara lain mengenai ruang Banach konveks seragam dan pemetaan kontinu lengkap.