

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Jika  $X$  ruang Banach yang konveks seragam,  $D \subseteq X$  tak kosong, tutup, terbatas, dan konveks, maka pemetaan asimtotik non-ekspansif  $T: D \rightarrow D$  memiliki titik tetap.
2. Jika  $X$  ruang Banach yang konveks seragam,  $D \subseteq X$  tak kosong, tutup, terbatas, dan konveks,  $T: D \rightarrow D$  asimtotik non-ekspansif, dan  $\{x_n\}, \{y_n\}, \{z_n\}$  adalah barisan yang dikonstruksi oleh iterasi tiga langkah maka berlaku sifat-sifat berikut.
  - Ketaksamaan sebagaimana teorema 4.3.2,
  - $\|T^n y_n - x_n\| \rightarrow 0$ , dengan syarat tambahan yaitu,  $0 < \alpha_n < 1$  untuk  $n$  yang cukup besar dan  $\sum_{n=1}^{\infty} (k_n - 1) < \infty$ ,
  - $\|T^n z_n - x_n\| \rightarrow 0$ , dengan syarat tambahan yaitu,  $0 < \alpha_n$  dan  $0 < \beta_n < 1$  untuk  $n$  yang cukup besar dan  $\sum_{n=1}^{\infty} (k_n - 1) < \infty$ , dan
  - $\|x_n - s\|$  memiliki limit untuk setiap  $s$  titik tetap dari  $T$ .
3. Jika dipenuhi semua syarat pada poin 1 dengan penambahan syarat yaitu  $T$  kontinu lengkap maka diperoleh bahwa  $\{x_n\}, \{y_n\}$ , dan  $\{z_n\}$  konvergen ke suatu titik tetap dari  $T$ .
4. Kekonvergenan iterasi tiga langkah menuju titik tetap dari  $T$  masih berlaku jika  $\{\gamma_n\}$  adalah barisan nol asalkan  $k_n \beta_n < 1$  untuk  $n$  yang cukup besar, juga jika  $\{\gamma_n\}$  dan  $\{\beta_n\}$  keduanya barisan nol asalkan  $0 < \alpha_n < 1$  untuk  $n$  yang cukup besar.
5. Pada ruang Banach konveks seragam  $X$  yang berdimensi hingga, syarat  $T$  kontinu lengkap ekuivalen dengan  $T$  kontinu.

## 5.2 Saran

Skripsi ini hanyalah membahas mengenai iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif dan sifat-sifat serta kekonvergenannya. Adapun untuk penelitian selanjutnya, ada beberapa hal menarik yang bisa disajikan berkaitan dengan topik ini, antara lain mengenai pemilihan barisan  $\{\alpha_n\}$ ,  $\{\beta_n\}$ , dan  $\{\gamma_n\}$  yang dapat mempercepat kekonvergenan dari iterasi tiga langkah, ataupun kekonvergenan lemah dari iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif. Penelitian lebih rinci mengenai syarat-syarat yang disebutkan dalam skripsi ini juga disarankan, antara lain mengenai ruang Banach konveks seragam dan pemetaan kontinu lengkap.