

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Misalkan  $D$  subhimpunan tak kosong dari ruang Banach  $X$ .  $T: D \rightarrow D$  disebut pemetaan asimtotik non-ekspansif jika terdapat barisan bilangan real  $\{k_n\}$  dengan  $k_{n+1} \leq k_n, \forall n \in \mathbb{N}$  dan  $\lim\{k_n\} = 1$ , sedemikian sehingga untuk setiap bilangan asli  $n$  berlaku  $\|T^n x - T^n y\| \leq k_n \|x - y\|, \forall x, y \in D$ . Selanjutnya,  $T: D \rightarrow D$  dikatakan asimtotik non-ekspansif dengan barisan  $\{k_n\}$ . Goebel dan Kirk (1972), dalam sebuah artikel berjudul “*A Fixed Point Theorem for Asymptotically Nonexpansive Mappings*” menunjukkan bahwa terdapat  $x \in D$  sedemikian sehingga memenuhi persamaan  $x = Tx$ , dimana  $T: D \rightarrow D$  adalah pemetaan asimtotik non-ekspansif, dengan  $D$  adalah subhimpunan tak kosong yang tutup, konveks, dan terbatas dari sebuah ruang Banach  $X$  yang konveks seragam, sebagaimana didefinisikan oleh Clarkson (1936). Adapun,  $x \in D$  yang demikian disebut sebagai titik tetap dari  $T$ .

Publikasi-publikasi selanjutnya yang berkaitan dengan pemetaan asimtotik non-ekspansif mengemukakan tentang iterasi yang konvergen menuju titik tetap pada pemetaan asimtotik non-ekspansif, diantaranya oleh Schu (1991) yang menjelaskan tentang proses iterasi satu langkah yang disebut sebagai modifikasi dari iterasi Mann, Tan dan Xu (1994) dan Osilike dan Aniagbosor (1999) masing-masing dengan menggunakan iterasi Ishikawa dan modifikasinya, dan Xu dan Noor (2002) yang memperkenalkan iterasi tiga langkah untuk mengkonstruksi barisan yang konvergen menuju titik tetap dari suatu pemetaan asimtotik non-ekspansif yang kontinu lengkap dan sekaligus menjelaskan kekonvergenan iterasi dua langkah maupun satu langkah sebagai kasus khusus dari iterasi tiga langkah.

Dalam skripsi ini, penulis tertarik untuk mengkaji tentang sifat-sifat dan kekonvergenan iterasi tiga langkah yang diperkenalkan oleh Xu dan Noor (2002) tersebut. Penulis mencoba mengemukakan lebih rinci uraian dari Kirk dan Gobel (1972) mengenai syarat eksistensi titik tetap pada pemetaan asimtotik non-

ekspansif dan uraian Xu dan Noor (2002) mengenai sifat-sifat dan kekonvergenan

Agung Anggoro, 2016

**ITERASI TIGA LANGKAH PADA PEMETAAN ASIMTOTIK NON-EKSPANSIF**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif. Penulis juga mencoba menjelaskan sebuah kasus khusus, yaitu pada ruang Banach  $X$  yang konveks seragam dan berdimensi hingga, dimana syarat kontinu lengkap cukup ditulis dengan kontinu saja.

## 1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang dikaji dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimanakah teori eksistensi titik tetap pada pemetaan asimtotik non-ekspansif ?
2. Sifat-sifat apa saja yang berlaku pada iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif ?
3. Bagaimanakah kekonvergenan dari barisan yang dikonstruksi dari iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif untuk beberapa kasus khusus ?

## 1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah diatas, tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Mengetahui eksistensi titik tetap pada pemetaan asimtotik non-ekspansif.
2. Mengetahui sifat-sifat iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif.
3. Mengetahui kekonvergenan dari barisan yang dikonstruksi dari iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif.

## 1.4 Manfaat Penulisan

Melalui penulisan skripsi ini, diharapkan adanya manfaat terutama dalam bidang matematika analisis. Manfaat yang diharapkan yaitu :

1. Menambah wawasan bagi penulis maupun pembaca mengenai pemetaan asimtotik non-ekspansif dan iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif.

2. Memberikan inspirasi bagi mahasiswa ataupun peneliti lainnya agar tertarik membahas dan meneliti lebih mendalam tentang iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif.

### 1.5 Sistematika Penulisan

Pada skripsi ini, BAB I menjelaskan latar belakang, rumusan masalah, serta tujuan dan manfaat penulisan sebagaimana telah tertera diatas.

Pada BAB II, diberikan konsep-konsep dasar yaitu ruang metrik, ruang Banach, hingga konsep titik tetap sebagai materi penunjang dalam pengkajian permasalahan pada skripsi ini.

Kemudian, pada BAB III akan dijelaskan mengenai tahap-tahap yang dilakukan penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

BAB IV berisi pembahasan, yaitu mengenai pemetaan asimtotik non-ekspansif dan teorema titik tetapnya di Ruang Banach yang konveks seragam serta sifat-sifat dan kekonvergenan dari iterasi tiga langkah pada pemetaan asimtotik non-ekspansif.

Terakhir, BAB V berisi kesimpulan dari hasil kajian dan rekomendasi untuk kajian selanjutnya yang berkesinambungan dengan topik pada skripsi ini.