

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Analisis fungsional merupakan cabang dari matematika abstrak yang berasal dari analisis klasik. Perkembangannya dimulai sekitar delapan puluh tahun lalu. Metode dan hasilnya penting di berbagai bidang matematika dan aplikasinya. Aljabar- $C^*$  merupakan konsep penting pada analisis fungsional. Aljabar graf yaitu salah satu bentuk aljabar- $C^*$  yang terkait dengan graf berarah  $E$ . Graf berarah  $E$  adalah objek kombinatorial yang terdiri dari titik yang dihubungkan satu sama lain melalui sisi. Kita dapat mewakili graf dengan operator pada ruang Hilbert  $H$ : titik yang diwakili oleh subruang-subruang tertutup yang saling ortogonal dan sisi yang diwakili oleh operator-operator antara subruang-subruang yang saling bersesuaian. Ketika graf tersebut berhingga dan terhubung, aljabar graf bertepatan dengan keluarga aljabar- $C^*$  yang pertama kali dipelajari oleh Cuntz dan Krieger pada tahun 1980, keluarga tersebut kemudian dikenal dengan keluarga Cuntz-Krieger- $E$ . Kajian aljabar graf merupakan topik yang menarik dalam perkembangan teori aljabar operator. Hal ini ditandai dengan banyaknya peneliti yang mengkaji aljabar graf, diantaranya Enomoto dan Watatani (1980), Kumjian dan Pask (1997), Kumjian, Pask dan Raeburn (1998), Bates, Hong, Raeburn dan Szymański (2002), Tyler (2004), Raeburn (2005), Pask (2015), Tomforde (2016).

Aljabar graf menjelaskan dua konsep penting yaitu sifat universal dan keunikan. Sifat universal tersebut membahas bagaimana membedakan aljabar- $C^*$ . Sedangkan keunikan membahas berapa banyak aljabar- $C^*$  yang berbeda. Di dalam teori aljabar graf tersebut terdapat sebuah teorema yang dikenal sebagai teorema keunikan gauge-invariant.

Berdasarkan uraian di atas, penulis termotivasi untuk mengkaji teorema keunikan gauge-invariant. Topik ini sangat menarik karena dari teorema ini dapat ditunjukkan bahwa sembarang aljabar- $C^*$   $B$  akan isomorfik dengan aljabar graf jika

Rosalina Handayani, 2016

**KEUNIKAN GAUGE-INVARIANT PADA ALJABAR GRAF**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

kita bisa menemukan keluarga Cuntz-Krieger- $E$  yang membangun  $B$  dan memenuhi sifat tertentu.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian di atas, rumusan masalah dari penelitian ini adalah:

1. Bagaimanakah konsep aljabar graf?
2. Bagaimanakah sifat universal aljabar graf?
3. Bagaimanakah teorema keunikan gauge-invariant pada aljabar graf?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah penelitian di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Untuk memperoleh informasi menyeluruh mengenai konsep aljabar graf,
2. Untuk memperoleh sifat universal aljabar graf, dan
3. Untuk memperoleh informasi menyeluruh tentang teorema keunikan gauge-invariant pada aljabar graf.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini, agar dapat memahami dan menjelaskan teorema keunikan gauge invariant sebagai suatu konsep penting yang bisa menjelaskan keunikan dari suatu aljabar- $C^*$  dari graf.

## 1.5 Struktur Organisasi Skripsi

Skripsi ini dibagi menjadi lima bab dan akan dijelaskan secara ringkas bab demi bab secara berurutan. Sebagaimana yang telah diuraikan di atas, BAB I merupakan pendahuluan yang berisi latar belakang penelitian, rumusan masalah penelitian, tujuan dan manfaat penelitian, serta struktur organisasi skripsi.

Berikutnya BAB II, yaitu kajian teori yang memaparkan teori yang menjadi kajian penelitian, meliputi aljabar- $C^*$  dan graf berarah, di mana berisi ruang

Hilbert, aljabar operator, operator proyeksi, isometri parsial, homomorfisma-<sup>\*</sup> beserta contoh-contohnya.

BAB III yaitu metode penelitian yang menguraikan gambaran alur penelitian, dimulai dari mencari sumber/referensi sebanyak-banyaknya, menentukan topik, membuat peta konsep, lalu mengkaji dan memahami lebih dalam terkait topik yang telah dipilih.

Selanjutnya BAB IV, yaitu pembahasan. Diawali dengan keluarga Cuntz Krieger beserta sifat-sifatnya. Kemudian aksi gauge pada aljabar graf dan teorema keunikan gauge invariant beserta buktinya.

Pada bagian akhir, BAB V merupakan penutup yang berisi simpulan dari penelitian ini, implikasi dan rekomendasi untuk penelitian selanjutnya.