BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Graf berarah $E = (E^0, E^1, r, s)$ memuat dua himpunan berhingga E^0 dan E^1 serta suatu fungsi $r, s: E^1 \to E^0$ yang memberikan arah dari setiap sisi. E^0 merupakan himpunan yang memuat semua titik dan E^1 merupakan himpunan yang memuat semua sisi. Untuk setiap sisi e, $s(e)$ adalah *source* dari e dan $r(e)$ adalah *range* dari e. Suatu graf berarah disebut *row-finite directed graph* atau graf berarah berhingga baris jika setiap titik menerima paling banyak sejumlah sisi berhingga.

Keluarga Cuntz-Krieger-E $\{S, P\}$ di H dari suatu graf berarah berhingga baris E merupakan suatu keluarga yang terdiri dari himpunan $\{P_v : v \in E^0\}$ dari proyeksi yang saling ortogonal di H dan himpunan $\{S_e : e \in E^1\}$ dari isometri parsial di H. Proyeksi-proyeksi dan isometri-isometri parsial tersebut harus memenuhi relasi berikut:

1. $S_e^* S_e = P_{s(e)}$ untuk $e \in E^1$,
2. $P_v = \sum_{\{e \in E^1 : r(e) = v\}} S_e S_e^*$ di mana v bukan *source*.

Pada graf berarah berhingga baris E, terdapat aljabar-C^* $C^*(E)$ yang dibangun oleh keluarga Cuntz-Krieger-E $\{s, p\}$, sehingga, untuk setiap keluarga Cuntz-Krieger-E $\{T, Q\}$ dari sutu aljabar-C^* B, terdapat homomorfisma dari $C^*(E)$ ke B. Kemudian, jika C adalah aljabar-C^*yang dibangun oleh suatu keluarga Cuntz-Krieger-E $\{w, r\}$ maka C isomorfik dengan $C^*(E)$. Maka $C^*(E)$ memiliki sifat universal dan disebut dengan aljabar graf.

Matriks titik A_E dari graf E adalah matriks $E^0 \times E^0$ yang didefinisikan oleh $A_E(v, w) = \#\{e \in E^1 : r(e) = v, s(e) = w\}$. Graf E adalah *row-finite* atau berhingga baris jika dan hanya jika setiap baris $\{A_E(v, w) : e \in E^0\}$ dari A_E memiliki jumlah yang berhingga.

Jika E graf berarah berhingga baris, maka ruang shift X_E dengan pemetaan shift $\sigma_E : X_E \longrightarrow X_E$ dan didefinisikan dengan

$X_E = \{(e_i)_{i\in\mathbb{Z}} : \; e_i \in E^1 \text{ untuk setiap } i \in \mathbb{Z} \text{ dan } s(e_i) = r(e_{i+1})\}$ dan $\sigma_E((e_i)_{i\in\mathbb{Z}}) = (e_{i+1})_{i\in\mathbb{Z}}$, disebut dengan *edge shift* dan ditulis (X_E, σ_E).

Matriks A dan B dikatakan *elementary strong shift equivalent* jika terdapat matriks bilangan bulat non negatif R dan S sedemikian sehingga $A = RS$ dan $B = SR$. Dua buah graf dikatakan *strong shift equivalence* jika terdapat barisan matriks titik yang *elementary strong shift equivalence* di antara kedua graf tersebut. R. F. Williams membuktikan teorema, bahwa dua buah *edge shift* dari dua graf berbeda konjugat jika dan hanya jika kedua matriks titiknya *strong shift equivalence*.

5.2. Saran

Dalam skripsi ini penulis mengkaji kaitan antara *strong shift equivalence* dan aljabar graf $C^*(E)$. Untuk bahan kajian selanjutnya, dapat diteliti hubungan antara *shift equivalence* dan aljabar graf $C^*(E)$ melalui konsep matriks.