

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Graf berarah  $E = (E^0, E^1, r, s)$  memuat dua himpunan berhingga  $E^0$  yang merupakan himpunan titik dan  $E^1$  yang merupakan himpunan sisi, serta suatu fungsi  $r, s: E^1 \rightarrow E^0$  yang menunjukkan arah dari setiap sisinya. Sedangkan graf berarah dikatakan graf berhingga baris jika setiap titik menerima paling banyak sejumlah sisi berhingga. Konsep graf berarah dapat diterapkan dalam konsep-konsep lainnya di matematika, dengan menggabungkan konsep-konsep lainnya (dalam penulisan ini) yaitu konsep shift dan aljabar graf.

William Ott, Mark Tomforde, dan Paulette N. Willis (2014) menyebutkan bahwa ruang shift adalah suatu pasangan dari semua himpunan barisan berhingga dan tak hingga dengan pemetaan shiftnya. Dari definisi tersebut, suatu barisan dapat dianggap sebagai lintasan dari suatu graf.

R. F. Williams (1973) menunjukkan bahwa dua graf berarah (mungkin tak berhingga), katakan graf  $E$  dan  $F$ , memiliki *edge shift*  $(X_E, \sigma_E)$  dan  $(X_F, \sigma_F)$  yang konjugat, jika dan hanya jika matriks sisi  $A_E$  dan  $A_F$  *strong shift equivalent*.

Mark Tomforde (2005) mendefinisikan tentang kapan dua buah matriks  $A$  dan  $B$  dikatakan *elementary strong shift equivalent*, yaitu jika terdapat matriks bilangan bulat non negatif  $R$  dan  $S$  sedemikian sehingga  $A = RS$  dan  $B = SR$ . Kemudian, Mark Tomforde (2005) menyebutkan bahwa jika terdapat barisan berhingga  $C_1, C_2, \dots, C_n$  dari matriks bilangan bulat berhingga non negatif berukuran  $n \times n$  dengan  $C_1 = A$ ,  $C_n = B$ , dan  $C_i$  *elementary strong shift equivalent* dengan  $C_{i+1}$ , untuk  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , maka matriks  $A$  dan  $B$  dikatakan *strong shift equivalent*.

Definisi matriks titik yang dijabarkan oleh Iain Raeburn (2005) sebagai  $A_E(v, w) = \#\{e \in E^1 : r(e) = v, s(e) = w\}$  tidaklah berbeda dengan definisi yang dijabarkan oleh Mark Tomforde (2005), mengenai matriks titik. Namun arah graf yang digunakan oleh Tomforde berlawanan dengan arah graf yang digunakan

Zarra Prameswari, 2016

**STRONG SHIFT EQUIVALENCE PADA ALJABAR GRAF**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

oleh Raeburn. Dengan melakukan penyesuaian, penulis menggunakan arah graf yang sama dengan Iain Raeburn.

Iain Raeburn (2005) mendefinisikan bahwa aljabar Cuntz-Krieger dari graf  $E$ , atau yang secara umum disebut sebagai aljabar graf, sebagai suatu aljabar- $C^*$   $C^*(E)$  yang dibangun oleh keluarga Cuntz-Krieger- $E$   $\{s, p\}$  sedemikian sehingga untuk setiap keluarga Cuntz-Krieger- $E$   $\{T, Q\}$  di aljabar- $C^*$   $B$ , terdapat homomorfisma  $\pi_{T,Q}$  dari  $C^*(E)$  ke  $B$  yang memenuhi  $\pi_{T,Q}(s_e) = T_e$  untuk setiap  $e \in E^1$  dan  $\pi_{T,Q}(p_v) = Q_v$  untuk setiap  $v \in E^0$ . Berdasarkan definisi aljabar graf tersebut serta definisi *strong shift equivalence* yang diberikan oleh Mark Tomforde (2005) penulis mencoba menjelaskan mengenai kaitan konsep shift pada graf dengan konsep aljabar graf, serta gambaran ilustrasinya.

## 1.2. Rumusan Masalah

Dari latar belakang yang telah dijabarkan, penulis merumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana konsep ruang shift?
2. Bagaimana konsep aljabar graf?
3. Bagaimana kaitan antara konsep shift dengan konsep graf?
4. Bagaimana konsep *strong shift equivalence*?
5. Bagaimana kaitan antara konsep shift dengan konsep aljabar graf?

## 1.3. Tujuan Penelitian

Sejalan dengan masalah yang dirumuskan maka tujuan yang ingin dicapai dalam penulisan ini adalah:

1. Untuk memperoleh informasi secara menyeluruh tentang konsep ruang shift.
2. Untuk memperoleh informasi secara menyeluruh tentang konsep aljabar graf.
3. Untuk memperoleh informasi secara menyeluruh tentang keterkaitan antara konsep shift dengan konsep graf.
4. Untuk memperoleh informasi secara menyeluruh tentang konsep *strong shift equivalence*.

5. Untuk memperoleh informasi secara menyeluruh tentang kaitan antara konsep shift dengan konsep aljabar graf.

#### 1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat penulisan *Strong Shift Equivalent* pada Aljabar Graf adalah untuk memberikan gambaran keterkaitan antara konsep shift, yaitu *strong shift equivalence*, dengan konsep aljabar graf.

#### 1.5. Sistematika Penelitian

Skripsi ini terbagi menjadi 5 bab. Seperti yang telah diuraikan sebelumnya, BAB I merupakan bab pendahuluan. Bab ini memaparkan latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penelitian.

Selanjutnya, BAB II merupakan kajian teori. Bab ini membahas tentang teori-teori yang menjadi acuan untuk pelaksanaan penelitian yang meliputi konsep topologi, kompak, konsep dasar aljabar operator, aljabar- $C^*$ , serta beberapa contoh.

Bab berikutnya adalah BAB III, yaitu metode penulisan. Bab ini berisi mengenai tahap-tahap pengkajian materi, mulai dari pengkajian konsep ruang shift, konsep graf, konsep aljabar graf, dan konsep *strong shift equivalent*.

BAB IV merupakan inti dari skripsi ini. Bab ini berisi tentang pembahasan, pertama-tama mengenai konsep graf dan matriks titik. Selanjutnya pengkajian mengenai konsep ruang shift, yaitu *shift strong equivalent* dan kaitannya dengan konsep aljabar graf serta contoh ilustrasinya.

Terakhir, BAB V merupakan penutup dari skripsi ini. Bab ini berisi kesimpulan dari hasil pengkajian kemudian dilengkapi saran untuk penulisan selanjutnya.