BAB III
METODE PENELITIAN

A. Desain Penelitian

Penelitian yang dilakukan merupakan penelitian kuasi-eksperimen (*quasi-experiment*), dengan model pembelajaran metakognitif langsung dicoba diterapkan dalam pembelajaran matematika pada para siswa SMA. Penelitian ini termasuk jenis kuasi-eksperimen sesuai dengan pendapat Nazir (2011) yang mengemukakan bahwa ciri khusus penelitian eksperimen adalah: (1) peneliti mengadakan manipulasi dengan cara memberikan perlakuan-perlakuan (*treatment*) tertentu pada kelompok eksperimental; (2) terdapat kontrol untuk perbandingan; dan (3) menyelidiki ada tidaknya hubungan sebab akibat atau pengaruh dari pemberian perlakuan tersebut; dan ciri kuasi-eksprimen adalah peneliti tidak mungkin mengadakan kontrol/memanipulasikan semua variabel yang relevan. Menurut Cresswell (2010), dalam kuasi-eksperimen peneliti menggunakan kelompok kontrol dan kelompok eksperimen, namun tidak secara acak memasukkan (*nonrandom assignment*) para partisipan ke dalam dua kelompok tersebut. Penelitian ini juga memenuhi karakteristik lain dari penelitian eksperimen, yaitu menggunakan statistika inferensial; bagian dari statistika yang dapat dipergunakan untuk membuat generalisasi hasil penelitian terhadap populasinya atau terhadap yang lain yang karakteristiknya mirip dengan populasi tersebut (Ruseffendi, 1998).

Peneliti bermaksud melihat hubungan sebab akibat dari pembelajaran dengan menerapkan pendekatan metakognitif terhadap kemampuan berpikir logis matematis, kemampuan komunikasi matematis, dan kemandirian belajar matematis siswa. Desain eksperimen yang digunakan dalam penelitian ini berbentuk *Nonequivalent [Pretest and Postest] Control-Group Design* (Creswell, 2010: 242) sebagai berikut.

Kelompok A	O ——	X ——	O
Kelompok B	O		O

dengan:

X = pembelajaran metakognitif

O = pengukuran dengan tes dan nontes

Pada desain ini, kelompok A merupakan kelompok eksperimen dan kelompok B merupakan kelompok kontrol. Sebelum diberi perlakuan kepada subyek sampel diberikan tes awal, dan setelah diberikan perlakuan diberikan tes akhir. Perangkat instrumen yang diberikan di awal dan di akhir pembelajaran adalah sama, tes berupa soal-soal berpikir logis matematis dan soal-soal kemampuan komunikasi matematis, nontes berupa skala sikap kemandirian belajar matematis.

Pada penelitian ini kemampuan berpikir logis, komunikasi, dan kemandirian belajar matematis siswa dikaji pula berdasarkan tingkat kemampuan akademis siswa, yakni tinggi, sedang, dan rendah. Untuk keperluan penentuan anggota sampel mana yang termasuk pada kategori di atas, peneliti terlebih dahulu memberikan tes kemampuan awal matematis (KAM) sebelum melakukan eksperimen. Perangkat tes KAM memuat materi-materi yang telah dipelajari siswa di SMP yang merupakan prasyarat bagi materi yang akan dipelajari selama pelaksanaan penelitian ini.

B. Populasi dan Sampel Penelitian

Populasi dalam penelitian ini adalah siswa kelas X sebuah SMA Negeri di Kabupaten Sumedang. Pada tahun pelajaran 2013/2014 sekolah ini menggunakan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) 2006. Para siswa kelas X berasal dari berbagai SLTP dengan kemampuan yang heterogen. Terdapat sembilan kelas X, dengan jumlah siswa seluruhnya 316 orang, terdiri atas 115 siswa laki-laki, dan 201 siswa perempuan. Jumlah siswa di tiap kelas berkisar 33 – 37 orang. Pendistribusian siswa kelas X yang kemampuan akademisnya termasuk tinggi, sedang, dan rendah pada kelas paralel merata, yaitu berdasarkan Nilai Ujian Nasional dan Nilai Ujian Sekolah, dan tiap kelas mempunyai jumlah siswa laki-laki dan perempuan yang berimbang.

Dari sembilan kelas yang ada, ditentukan dua kelas sebagai subyek sampel, diambil melalui teknik *purposive sampling*, yakni yang tidak bersamaan jadwal jam pelajaran matematikanya agar memungkinkan peneliti dapat melaksanakan pembelajaran di kedua kelas tersebut. Selanjutnya dari dua kelas yang telah dipilih, dilakukan undian untuk menentukan kelas eksperimen dan kelas kontrol. Siswa kelas eksperimen (yang memperoleh pembelajaran metakognitif) berjumlah 36 yang terdiri atas 15 laki-laki dan 21 perempuan, dan siswa kelas kontrol (yang memperoleh pembelajaran konvensional) berjumlah 34 terdiri atas 12 laki-laki dan 22 perempuan.

Beberapa karakteristik dari sekolah tempat penelitian dikemukakan sebagai berikut: sekolah terakreditasi A berdasarkan peneftapan Badan Akreditasi Nasionla Sekolah/Madrasah (BAN S/M), ruangan kelas sebanyak rombongan belajar (kelas), sarana dan prasarana sekolah (ruang guru, perpustakaan, laboratorium IPA, alat peraga matematika, akses internet, dan sebagainya) dapat mendukung proses belajar serta aktivitas kesiswaan lainnya. Proses belajar mengajar untuk semua siswa dilaksanakan pada pagi hari.

C. Waktu Penelitian

Pelaksanaan eksperimen dan pengambilan data di sekolah dilaksanakan selama satu semester penuh, yakni semester ganjil tahun ajaran 2013/2014 pada bulan Juli – Desember 2013. Uraian lebih rinci mengenai waktu pelaksanaan tersaji pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1
Waktu Pelaksanaan Penelitian

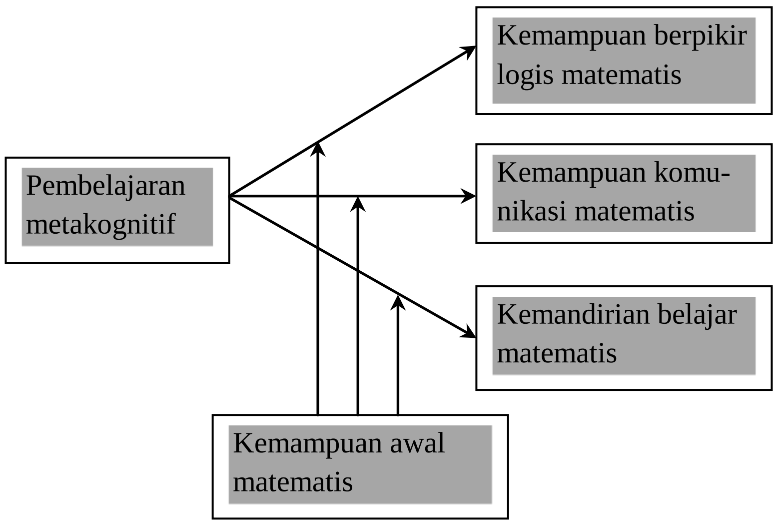
Tahap	Waktu	Kegiatan
Persiapan	April – Juli 2013	1. Penyusunan bahan ajar dan instrumen penelitian 2. Validasi bahan ajar dan instrumen oleh ahli 3. Uji coba instrumen 4. Revisi instrumen 5. Penentuan kelas eksperimen dan kelas kontrol 6. Diskusi prosedur eksperimen dengan guru matematika

Pretes	Juli 2013	7. Tes kemampuan awal matematis (KAM) 8. Tes awal kemampuan berpikir logis dan komunikasi matematis 9. Pengisian skala sikap awal kemandirian belajar matematis
Pembelajaran	Agustus – November 2013	10. Pelaksanaan pembelajaran metakognitif di kelas eksperimen 11. Pelaksanaan pembelajaran konvensional di kelas control
Postes	Desember 2013	12. Tes akhir kemampuan berpikir logis dan komunikasi matematis 13. Pengisian skala sikap akhir kemandirian belajar matematis 14. Pengisian skala sikap terhadap pembelajaran metakognitif di kelas eksperimen

D. Variabel Penelitian dan Definisi Operasional

D.1 Variabel Penelitian

Penelitian ini menyangkut 1 variabel bebas (variabel yang mempengaruhi atau menjadi sebab perubahannya atau timbulnya variabel terikat), 3 variabel terikat (variabel yang dipengaruhi atau yang menjadi akibat karena adanya variabel bebas), dan 1 variabel moderator (variabel yang memperkuat atau memperlemah hubungan antara variabel bebas dan terikat). Yang menjadi variabel bebas adalah pembelajaran metakognitif, yang menjadi variabel terikat adalah kemampuan berpikir logis matematis, kemampuan komunikasi matematis, dan kemandirian belajar matematis, dan yang menjadi variabel moderator adalah kemampuan awal matematis (KAM) siswa. Kemampuan matematis yang telah dimiliki siswa sebelumnya diduga mempunyai pengaruh yang kuat terhadap kemampuan berpikir logis, kemampuan komunikasi, dan kemandirian belajar matematis. Secara skematis, pola hubungan antara variabel yang akan diteliti sesuai dengan rumusan masalah, hipotesis, dan teknik analisis yang akan digunakan sebagaimana telah diuraikan pada bagian terdahulu terlihat dalam Gambar 3.1.



Gambar 3.1
Skema Hubungan antara Variabel yang Diteliti

D.2 Definisi Operasional

Istilah-istilah yang terdapat dalam penelitian ini didefinisikan sebagai berikut.

1. Kemampuan berpikir logis matematis adalah kemampuan menganalisis situasi atau masalah matematis, membuat pertimbangan atau perkiraan, dan memberikan penjelasan atas dasar alasan-alasan tertentu dan dengan langkah-langkah tertentu untuk sampai pada suatu kesimpulan.

   Indikator kemampuan berpikir logis matematis dalam penelitian ini meliputi:
   (a) menarik kesimpulan atau membuat perkiraan dan interpretasi berdasarkan proporsi;
   (b) menarik kesimpulan atau membuat perkiraan dan interpretasi berdasarkan peluang;
   (c) menarik kesimpulan atau membuat perkiraan dan interpretasi berdasarkan hubungan beberapa variabel;
   (d) menetapkan kombinasi beberapa variabel;
   (e) menarik analogi, yaitu menarik kesimpulan atau perkiraan berdasarkan keserupaan dua proses;

(f) membuat generalisasi, yaitu menarik kesimpulan umum melalui eksplorasi, identifikasi, dan penjelasan pola/hubungan dari data yang tersedia; dan

(g) melakukan pembuktian matematis, yaitu menyusun bukti dengan mengorganisir informasi yang ada disertai alasan yang valid.

2. Kemampuan komunikasi matematis adalah kemampuan menyatakan ide atau gagasan dengan menggunakan simbol atau bahasa matematika, tabel, diagram, atau media lain, serta menggunakan matematika untuk memecahkan masalah dan menginterpretasikannya.

   Indikator kemampuan komunikasi matematis dalam penelitian ini meliputi:

   (a) menghubungkan suatu situasi, gambar, grafik, atau benda nyata ke dalam bahasa, simbol, ide, atau model matematis;

   (b) menjelaskan ide, situasi dan relasi matematis dengan benda nyata, gambar, grafik, dan aljabar;

   (c) menyatakan peristiwa sehari-hari dalam representasi matematis; dan

   (d) membaca representasi matematis dan menyusun pertanyaan yang relevan.

3. Kemandirian belajar matematis adalah kegiatan individu mengatur aktivitas belajarnya sendiri yang melibatkan aspek pengendalian dan monitor (merencanakan tujuan, mengelola, memantau, serta mengevaluasi proses dan hasil belajar), aspek motivasi (minat, usaha, ketekunan, *self-efficacy*), dan aspek perilaku (memanfaatkan lingkungan untuk mengoptimalkan belajar).

4. Metakognisi adalah kesadaran individu mempertimbangkan pengetahuannya sendiri dan mengatur proses berpikirnya yang meliputi perencanaan, pemantauan, dan evaluasi apa yang dipelajarinya.

5. Pembelajaran metakognitif dalam matematika adalah pembelajaran matematika yang didesain untuk mengaktifkan dan membangun kesadaran siswa tentang pengetahuannya dan pengaturan diri terhadap proses berpikirnya saat melakukan aktivitas matematika.

6. Pembelajaran konvensional adalah pembelajaran yang prosesnya dimulai dari penjelasan materi, kemudian pemberian contoh soal dan dilanjutkan dengan latihan soal.

7. Kemampual awal matematis (KAM) siswa adalah seperangkat pengetahuan matematika yang telah dimiliki siswa yang dapat menunjang proses pemahaman dan penguasaan materi baru yang akan diberikan.

E. Instrumen Penelitian dan Pengembangannya

E.1 Prosedur Pengembangan Instrumen Penelitian

Untuk menjawab permasalahan dan membuktikan hipotesis digunakan empat macam perangkat instrumen, berupa: (1) tes kemampuan awal matematis (KAM); (2) tes kemampuan berpikir logis matematis; (3) tes kemampuan komunikasi matematis; dan (4) skala kemandirian belajar matematis Instrumen pertama diberikan sebelum pembelajaran, sedangkan tiga instrumen yang disebutkan terakhir diberikan sebelum dan setelah pembelajaran (pretes dan postes). Selain itu, dibuat angket untuk mengetahui pandangan siswa terhadap pembelajaran yang menerapkan pendekatan metakognitif.

Instrumen tes KAM, berpikir logis, dan komunikasi matematis dikembangkan sendiri oleh peneliti, sedangkan skala sikap kemandirian belajar matematis dimodifikasi dari skala sikap yang disusun oleh seorang ahli. Untuk memperoleh instrumen yang mantap kualitasnya dilakukan prosedur sebagai berikut.

a. Menyusun Kisi-Kisi dan Perangkat Tes/Skala Sikap

Dalam pembuatan perangkat tes, terlebih dahulu penulis menyusun kisi-kisi yang mencakup di dalamnya indikator kemampuan yang akan diukur serta materi matematika, selanjutnya penulis menyusun tiga set soal beserta kunci jawabannya. Begitu pula perangkat skala sikap kemandirian belajar matematis dibuat mengikuti rambu-rambu komponen kemandirian belajar matematis.

b. Konsultasi Ahli

Instrumen dapat dikatakan memenuhi persyaratan sebagai alat pengumpul data apabila instrumen tersebut valid dan reliabel. Untuk memperoleh informasi tentang validitas isi dan muka perangkat tes dilakukan dengan cara meminta pertimbangan dan penilaian dari 4 orang ahli, yakni: 2 mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika S-3 SPS UPI Bandung yang berprofesi sebagai dosen matematika; serta 2 orang guru matematika SMA yang berlatar belakang sarjana dan magister pendidikan matematika, telah berpengalaman mengajar, serta mendapatkan sertifikat guru profesional bidang matematika. Para ahli ini diminta menelaah kejelasan butir demi butir dan memberikan komentar bebas menurut pandangan penilai tersebut. Aspek yang ditelaah meliputi kesesuaian indikator kemampuan dengan butir soal, aspek bahasa, dan aspek materi matematika.

Skala sikap kemandirian belajar matematis dikembangkan dan dimodifikasi dari perangkat Skala Penilaian Diri yang disusun oleh Sumarmo (2011). Dua mahasiswa S-3 SPS UPI yang menilai perangkat tes di atas, seorang dosen Program Studi Bahasa Indonesia yang berpendidikan S3, dan seorang dosen Psikologi Pendidikan yang juga berpendidikan S3 diminta pertimbangan dan penilaiannya terhadap perangkat ini, baik terhadap aspek isi maupun bahasa yang digunakan. Para penilai secara langsung mengoreksi dan memberikan saran. Selanjutnya, instrumen diperiksa pula oleh dosen pembimbing. Berdasarkan koreksi para ahli ini, penulis memperbaiki kisi-kisi, soal, dan butir-butir pernyataan.

b. Uji Coba Instrumen

Instrumen kemampuan berpikir logis dan komunikasi matematis dijujicobakan pada tanggal 14 dan 15 Juni 2013 kepada 31 siswa kelas X tahun pelajaran 2012/2013, di sekolah tempat penelitian, yang akan segera naik ke kelas XI. Sedangkan instrumen KAM dan kemandirian belajar matematis diujicobakan kepada siswa kelas X tahun pelajaran 2013/2014 pada sekolah yang sama sebanyak 31 siswa, yang bukan merupakan siswa kelas sampel, pada tanggal 12 dan 13 Juli 2013. Para siswa ini masih ada dalam kelompok yang memiliki karakteristik seperti pada subyek penelitian sebagaimana diuraikan di atas. Selain itu seperti halnya siswa yang menjadi sampel penelitian, para siswa uji coba ini pun diterima di sekolah ini melalui seleksi Ujian Nasional dan Ujian Sekolah. Tiga hari sebelum pelaksanaan uji coba, para siswa terlebih dahulu diberi kisi-kisi materi yang akan diteskan serta rangkuman materi, dan diminta mempelajarinya kembali.

c. Analisis terhadap Data Tes Hasil Uji Coba

Selanjutnya data tes hasil uji coba tersebut dianalisis untuk mengetahui karakteristik setiap butir soal, meliputi: validitas, reliabilitas, indeks kesukaran (IK), dan daya pembeda (DP) dengan maksud mendapatkan butir tes yang baik. Untuk memperoleh harga-harga validitas butir tes, reliabilitas, indeks kesukaran, serta daya pembeda tersebut, perhitungannya dilakukan dengan menggunakan komputer program *Microsoft Excel*. Adapun pedoman yang digunakan dalam menganalisisnya diuraikan di bawah ini.

(i) Validitas Butir Soal

Validitas tes adalah tingkat ketepatan suatu tes mengukur sesuatu yang hendak diukur. Untuk mengetahui butir-butir soal mana yang mempunyai validitas yang memadai, dicari korelasi skor masing-masing butir soal dengan skor total, maka digunakan rumus korelasi produk momen dari Pearson (Arikunto, 2012: 92) sebagai berikut:

$$r_{xy} = \frac{N(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N\sum X^2 - (\sum X)^2\}\{\sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

dengan

r_{xy} = koefisien korelasi nilai-nilai X dan Y

X = skor butir soal yang dicari validitasnya

Y = skor total

N = banyaknya siswa

Kriteria validitas berdasarkan koefisien validitas r_{xy} sebagai berikut.

Tabel 3.2
Kriteria Validitas

r_{xy}	Derajat Validitas
$0,80 \leq r_{xy} \leq 1,00$	Sangat baik/sangat tinggi
$0,60 \leq r_{xy} < 0,80$	Baik/tinggi
$0,40 \leq r_{xy} < 0,60$	Sedang/cukup
$0,20 \leq r_{xy} < 0,40$	Kurang/rendah
$0,00 \leq r_{xy} < 0,20$	Sangat kurang/sangat rendah
$r_{xy} < 0,00$	Tidak valid

(Suherman dan Sukjaya, 1990)

(ii) Reliabilitas Instrumen

Pengertian reliabilitas berhubungan dengan masalah ketetapan hasil tes. Koefisien reliabilitas tes KAM dihitung dengan rumus *Kuder-Richardson 20* (*K-R.20*) mengingat jawaban tiap butir hanya mengandung dua kemungkinan yaitu benar atau salah (Arikunto, 2012). Rumus *K-R.20* adalah:

$$r_{11} = \left(\frac{n}{n-1}\right)\left(\frac{S^2-\sum pq}{S^2}\right)$$

dengan

r_{11} = koefisien reliabilitas tes

p = proporsi subyek yang menjawab soal tertentu dengan benar

q = proporsi subyek yang menjawab soal tertentu dengan salah

n = banyaknya butir soal

S = simpangan baku dari tes

Tes kemampuan berpikir logis dan komunikasi matematis berbentuk uraian, koefisien reliabilitasnya dihitung dengan rumus *Alpha* (Sudijono, 2011) sebagai berikut:

$$r_{11} = \left(\frac{n}{n-1}\right)\left(1-\frac{\sum {S_i}^2}{{S_t}^2}\right)$$

dengan

r_{11} = koefisien reliabilitas tes

n = banyaknya butir soal

$\sum {S_i}^2$ = jumlah varians skor setiap butir soal

${S_t}^2$ = varians skor total

Kriteria reliabilitas terdapat pada tabel berikut.

Tabel 3.3
Kriteria Reliabitas

Kriteria	Derajat Reliabilitas
$r_{11} < 0{,}20$	Sangat rendah
$0{,}20 \le r_{11} < 0{,}40$	Rendah
$0{,}40 \le r_{11} < 0{,}70$	Sedang
$0{,}70 \le r_{11} < 0{,}80$	Tinggi
$0{,}80 \le r_{11} \le 1{,}00$	Sangat tinggi

(Suherman dan Sukjaya, 1990)

(iii) Indeks Kesukaran Butir Soal

Indeks kesukaran menunjukkan sukar dan mudahnya sesuatu soal, harganya dihitung dengan rumus:

$$IK = \frac{JB_A + JB_B}{2JS_A} \text{ atau } IK = \frac{JB_A + JB_B}{2JS_B}$$

dengan

IK = indeks kesukaran

JB_A = jumlah siswa kelompok atas yang menjawab soal itu dengan benar

JB_B = jumlah siswa kelompok bawah yang menjawab soal itu dengan benar

JS_A = jumlah siswa kelompok atas

JS_B = jumlah siswa kelompok bawah

Klasifikasi interpretasi indeks kesukaran sebagai berikut.

Tabel 3.4
Kriteria Indeks Kesukaran Soal

Kriteria	Interpretasi
$IK \leq 0{,}00$	Soal terlalu sukar
$0{,}00 < IK \leq 0{,}30$	Soal sukar
$0{,}30 < IK \leq 0{,}70$	Soal sedang
$0{,}70 < IK < 1{,}00$	Soal mudah
$IK = 1{,}00$	Soal terlalu mudah

(Suherman dan Sukjaya, 1990)

(iv) Daya Pembeda

Daya pembeda soal adalah kemampuan soal untuk membedakan antara siswa yang berkemampuan tinggi dengan siswa berkemampuan rendah. Rumus untuk mencari daya pembeda sebagai berikut:

$$DP = \frac{JB_A - JB_B}{JS_A} \text{ atau } DP = \frac{JB_A - JB_B}{JS_B}$$

dengan

DP = daya pembeda

Notasi lainnya sama dengan notasi untuk indeks kesukaran.

Klasifikasi interpretasi untuk daya pembeda tersaji dalam Tabel 3.5.

Tabel 3.5
Kriteria Daya Pembeda Soal

Kriteria	Interpretasi
$DP \leq 0{,}00$	Soal sangat jelek
$0{,}00 < DP \leq 0{,}20$	Soal jelek
$0{,}20 < DP \leq 0{,}40$	Soal cukup
$0{,}40 < DP \leq 0{,}70$	Soal baik
$0{,}70 < DP \leq 1{,}00$	Soal sangat baik

(Suherman dan Sukjaya, 1990)

d. Analisis terhadap Data Skala Sikap Hasil Uji Coba

Metode untuk mengukur skala sikap kemandirian belajar matematis yang digunakan dalam penelitian ini adalah *the Method of Summated Ratings* dari Likert, berupa seperangkat pernyataan yang mempunyai pilihan jawaban sering sekali (SrS), sering (Sr), jarang (Jr), dan jarang sekali (JrS). Menurut Subino (1987) dan Azwar (2005) penentuan skor skala sikap Likert dapat dilakukan secara *apriori* (berdasarkan teori) dan dapat pula secara *aposteriori* (berdasarkan empirik). Pada penelitian ini digunakan cara kedua. Secara aposteriori, skor bagi setiap kemungkinan jawaban itu harus didasarkan atas hasil uji coba, dan menentukan nilai skalanya adalah dengan deviasi normal. Langkah-langkah yang ditempuh sebagai berikut.

(i) Menentukan Skor Setiap Kemungkinan Jawaban

Dari jawaban responden terhadap setiap pernyataan akan diperoleh distribusi frekuensi respons bagi setiap kategori, yang kemudian secara kumulatif akan dilihat deviasinya menurut distribusi normal. Dari sini nilai skala ditentukan, yang kemudian akan merupakan bobot atau skor terhadap jawaban individual subyek sampel yang diteliti.

(ii) Seleksi Butir Pernyataan

Butir-butir pernyataan yang diseleksi adalah butir-butir pernyataan yang mempunyai daya pembeda yang signifikan, artinya mampu memisahkan antara yang termasuk dalam kelompok responden dengan sikap positif dan yang termasuk dalam kelompok responden dengan sikap negatif. Rumus yang digunakan adalah *t-test* sebagai berikut:

$$t = \frac{\bar{Y}_A - \bar{Y}_B}{\sqrt{\frac{S_A{}^2}{n_A} + \frac{S_B{}^2}{n_B}}}$$

dengan

$\bar{Y}_A$ = skor rata-rata kelompok atas

$\bar{Y}_B$ = skor rata-rata kelompok bawah

$S_A{}^2$ = varians skor kelompok atas

$S_B{}^2$ = varians skor kelompok bawah

n_A = banyak subyek kelompok atas

n_B = banyak subyek kelompok bawah

$n_A = n_B =$ 25% dari seluruh responden

Untuk $t > t_{\text{tabel}}$ dengan $t_{\text{tabel}} = t_{(1-\alpha)(n_A + n_B - 2)}$, maka butir pernyataan tersebut mempunyai daya pembeda yang signifikan, oleh karena itu dapat digunakan (Azwar, 2005).

(iii) Keterpercayaan Skala Sikap

Menurut Ruseffendi (1998: 155) untuk menghitung koefisien reliabilitas perangkat skala sikap dari Likert digunakan rumus *Cronbach Alpha* sebagai berikut:

$$r_p = \frac{b}{b-1} \times \frac{DB_j{}^2 - \sum DB_i{}^2}{DB_j{}^2}$$

dengan

r_p = koefisien reliabilitas

b = banyaknya butir pernyataan

$DB_j{}^2$ = varians skor seluruh subyek menurut skor subyek perorangan

$DB_i{}^2$ = varians skor butir pernyataan tertentu (butir ke-*i*)

E.2 Tes Kemampuan Awal Matematis (KAM)

Tes KAM dimaksudkan untuk mengukur kemampuan awal siswa tentang materi matematika yang telah dipelajari sebelumnya, yaitu sewaktu di SMP. Materi ini menunjang dalam mempelajari pokok-pokok bahasan yang dibahas selama penelitian ini yang meliputi: (1) bentuk pangkat, akar, dan logaritma; (2) fungsi kuadrat dan parabola; (3) persamaan dan pertidaksamaan kuadrat; dan (4) sistem persamaan linear. Sebagian materi prasyarat yang termuat dalam tes KAM tersaji dalam Tabel 3.6.

Tabel 3.6
Kisi-Kisi Soal KAM

No.	Materi Pokok	Indikator	No. Soal
1	Operasi hitung pada bilangan	Menyelesaikan operasi hitung pada bilangan bulat	1
		Menyelesaikan operasi hitung pada bilangan pecahan	3
		Menggunakaan sifat operasi hitung dalam pemecahan masalah	18
2	Bentuk aljabar	Melakukan operasi hitung pada bentuk aljabar	2, 6
		Mengunakan konsep aljabar dalam pemecahan masalah aritmetika sosial	17, 20
		Mengubah masalah ke dalam model matematis bentuk aljabar	15, 16
3	Bentuk akar	Melakukan operasi aljabar pada bentuk akar	5
4	Pertidaksamaan linear satu variabel	Menentukan penyelesaian pertidaksamaan linear satu variabel	13
5	Barisan dan deret aritmetika	Memecahkan masalah yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmetika	4, 9
6	Himpunan	Menggunakan konsep operasi pada himpunan	8
7	Fungsi, dan persamaan garis lurus	Menghitung nilai fungsi	10
		Menentukan gradien garis lurus	7
		Menentukan persamaan garis lurus	12
8	Sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV)	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan SPLDV	11

No.	Materi Pokok	Indikator	No. Soal
9	Teorema Pythagoras	Memecahkan masalah pada bangun datar menggunakan Teorema Pythagoras	19
10	Balok	Menghitung luas permukaan balok	14

Tipe soal KAM adalah isian singkat, yang terdiri atas 20 butir soal dengan skor maksimal ideal 20. Jawaban benar diberi skor 1 dan jawaban salah diberi skor 0. Hasil uji coba disajikan dalam Tabel 3.7.

Tabel 3.7
Kategori Daya Pembeda, Indeks Kesukaran, dan Validitas Butir Soal KAM

Butir Soal	Daya Pembeda		Indeks Kesukaran		Validitas		Keterangan
	DP	Kategori	*IK*	Kategori	r_{XY}	Kategori	
1	0,38	Cukup	0,81	Mudah	0,42	Sedang	Dipakai
2	0,63	Baik	0,31	Sedang	0,48	Sedang	Dipakai
3	0,88	Sangat Baik	0,44	Sedang	0,65	Sedang	Dipakai
4	0,63	Baik	0,56	Sedang	0,54	Sedang	Dipakai
5	0,50	Baik	0,75	Mudah	0,47	Sedang	Dipakai
6	0,38	Cukup	0,69	Sedang	0,29	Rendah	Dipakai
7	0,63	Baik	0,31	Sedang	0,47	Sedang	Dipakai
8	0,63	Baik	0,56	Sedang	0,54	Sedang	Dipakai
9	0,88	Sangat Baik	0,56	Sedang	0,61	Sedang	Dipakai
10	0,13	Jelek	0,06	Sukar	0,27	Rendah	Diganti
11	0,38	Cukup	0,81	Mudah	0,42	Sedang	Dipakai
12	0,75	Sangat Baik	0,63	Sedang	0,55	Sedang	Dipakai
13	0,63	Baik	0,44	Sedang	0,61	Sedang	Dipakai
14	1,00	Sangat Baik	0,50	Sedang	0,64	Sedang	Dipakai
15	0,38	Cukup	0,19	Sukar	0,32	Rendah	Diperbaiki
16	0,75	Sangat Baik	0,38	Sedang	0,52	Sedang	Dipakai
17	0,75	Sangat Baik	0,63	Sedang	0,63	Sedang	Dipakai
18	0,63	Baik	0,56	Sedang	0,52	Sedang	Dipakai
19	0,88	Sangat Baik	0,56	Sedang	0,66	Sedang	Dipakai
20	0,50	Baik	0,25	Sukar	0,32	Rendah	Diperbaiki
Reliabilitas = 0,84 (tinggi)							

Berdasarkan skor total yang diraihnya, setiap siswa akan dimasukkan ke dalam kelompok tinggi, sedang, atau rendah. Terdapat beberapa kriteria tentang hasil belajar siswa, di antaranya menurut Depdikbud (1994) dan Nasoetion (2007) yang dapat dilihat pada Tabel 3.8.

Tabel 3.8
Kriteria Hasil Belajar Siswa

Menurut Depdikbud		Menurut Nasoetion	
Tingkat Penguasaan	Kategori	Skor	Kategori
85% – 100%	Sangat baik	$90 \leq$ Skor ≤ 100	Sangat baik
70% – 84%	Baik	$75 \leq$ Skor < 90	Baik
55% – 69%	Cukup	$55 \leq$ Skor < 75	Cukup
40% – 54%	Kurang	$40 \leq$ Skor < 55	Kurang
< 40%	Kurang sekali	Skor < 40	Buruk

Pengkategorian KAM ditetapkan dengan memodifikasi dua pendapat tersebut sebagaimana tertulis dalam Tabel 3.9.

Tabel 3.9
Kategori KAM

Skor	Tingkat Penguasaan	Kelompok
15 – 20	75% – 100%	Tinggi
11 – 14	55% – 74%	Sedang
0 – 10	< 55%	Rendah

E.3 Tes Kemampuan Berpikir Logis Matematis

Tes kemampuan berpikir logis matematis disusun berdasarkan indikator berpikir logis matematis dan tujuan pembelajaran khusus pada pokok bahasan terkait. Tes terdiri dari delapan butir soal. Kisi-kisi soal yang dimaksud disajikan dalam Tabel 3.10.

Tabel 3.10
Kisi-Kisi Soal Kemampuan Berpikir Logis Matematis

Pokok Bahasan	Indikator Kemampuan Berpikir Logis Mat	Indikator Soal	Nomor Soal
Bentuk Pangkat, Akar, dan Logaritma	Membuat generalisasi	Menyusun rumus panjang hipotenusa segitiga ke-*n* melalui eksplorasi dan identifikasi pola/hubungan panjang sisi-sisi beberapa segitiga,yang melibatkan operasi aljabar pada bentuk pangkat dan akar	1
	Menarik analogi	Menentukan suku-suku suatu barisan dengan menarik kesimpulan dari dua proses yang menggunakan sifat-sifat logaritma	2
	Melakukan pembuktian	Membuktikan suatu pernyataan yang berkaitan dengan sifat-sifat logaritma	3
Fungsi, Persamaan Kuadrat, dan Pertidaksamaan Kuadrat	Melakukan pembuktian	Melakukan pembuktian berkenaan sifat grafik fungsi kuadrat	4
	Menarik analogi	Menarik kesimpulan dari dua proses yang melibatkan persamaan kuadrat	5
	Melakukan pembuktian	Melakukan pembuktian berkaitan dengan akar-akar persamaan kuadrat	6
Sistem Persamaan Linear dan Pertidaksamaan Satu Variabel	Menarik kesimpulan berdasarkan proporsi	Menyelesaikan masalah berdasarkan proporsi menyangkut persamaan linear	7
	Menetapkan kombinasi beberapa obyek	Menetapkan kombinasi dalam suatu masalah pada sistem persamaan linear	8
	Menarik kesimpulan berdasarkan hubungan beberapa variabel	Membuat suatu perkiraan korelasi dari data pada suatu masalah pertidaksamaan linear	9
	Menarik kesimpulan berdasarkan peluang	Membuat suatu perkiraan berdasarkan peluang dalam suatu masalah pertidaksamaan satu variabel	10

Sistem penskoran kemampuan berpikir logis matematis menggunakan skema *California Generalized Rubric for Math* (*California State Department of Education*, 1989).

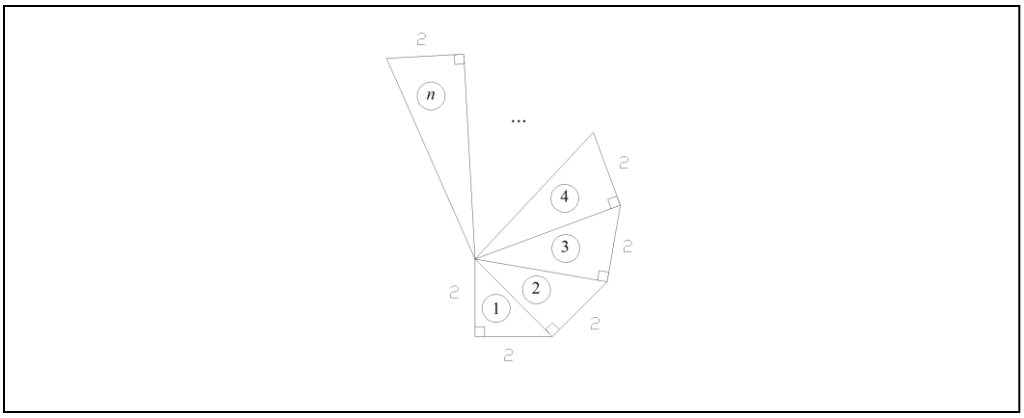
Tabel 3.11
Skema Penskoran Tugas Matematis

Skor	Kriteria
6	Memberikan respons lengkap dengan penjelasan yang jelas, koheren, dan tidak ambigu; termasuk diagram yang jelas dan mudah dipahami; menunjukkan pemahaman ide dan proses matematis; mengidentifikasi semua unsur penting dari masalah; menyajikan argumen pendukung yang kuat.
5	Memberikan respons yang cukup lengkap dengan penjelasan cukup jelas; mungkin termasuk diagram yang sesuai; menunjukkan pemahaman ide dan proses matematis; mengidentifikasi elemen yang paling penting dari masalah; menyajikan argumen yang pendukung kuat.
4	Menyelesaikan masalah cukup memuaskan, tapi penjelasan mungkin membingungkan; argumentasi mungkin tidak lengkap; diagram mungkin tidak cocok atau tidak jelas; memahami ide-ide matematis yang mendasari; menggunakan ide-ide matematis secara efektif.
3	Memulai masalah dengan tepat tapi mungkin gagal menyelesaikan atau mungkin menghilangkan bagian-bagian penting dari masalah; mungkin gagal menunjukkan pemahaman penuh pada ide dan proses matematis; mungkin membuat kesalahan komputasi utama; mungkin keliru menggunakan istilah matematis; mungkin mencerminkan strategi yang tidak cocok untuk memecahkan masalah.
2	Penjelasan tidak dimengerti; diagram mungkin tidak jelas; tidak menunjukkan pemahaman tentang situasi masalah; mungkin membuat kesalahan komputasi utama.
1	Kata-kata tidak mencerminkan masalah; salah menggambarkan situasi masalah; menyalin bagian dari masalah tetapi tanpa mencoba solusi; gagal menunjukkan informasi yang tepat untuk masalah.

Pedoman ini disesuaikan untuk masing-masing butir soal. Secara lengkap dipaparkan berikut ini.

1) Butir Soal Nomor 1

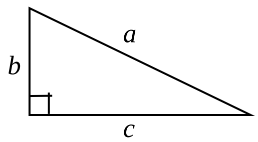
Perhatikan gambar di bawah ini. Semua segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku. Susunlah rumus untuk panjang hipotenusa segitiga ke-*n*. Sertakan penjelasan cara memperoleh rumus tersebut.



Alternatif Jawaban

Terdapat n buah segitiga yang semuanya merupakan segitiga siku-siku.

Rumus panjang hipotenusa segitiga siku-siku



$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Segitiga ke-	Panjang hipotenusa
1	$\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
2	$\sqrt{\sqrt{8}^2 + 2^2} = \sqrt{8 + 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
3	$\sqrt{\sqrt{12}^2 + 2^2} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 2\sqrt{4}$
4	$\sqrt{\sqrt{16}^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
⋮	
n	$2\sqrt{n + 1}$

Jadi, rumus untuk panjang hipotenusa segitiga ke-n adalah $2\sqrt{n + 1}$.

Tabel 3.12
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 1

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0

Kriteria	Skor Maks
Menentukan rumus umum panjang hipotenusa segitiga siku-siku	1
Menerapkan rumus panjang hipotenusa pada segitiga pertama dan menyederhanakan bentuk akar.	1
Menerapkan rumus panjang hipotenusa pada beberapa segitiga berikutnya seperti tersaji dalam gambar serta menyederhanakan bentuk akar.	4
Menyatakan rumus umum panjang hipotenusa segitiga ke-*n* berdasarkan hubungan/pola di antara panjang hipotenusa beberapa segitiga.	2
Jumlah	8

2) Butir Soal Nomor 2

Carilah tiga suku berikutnya pada barisan kedua dengan memperhatikan hubungan atau pola di antara unsur-unsur pada barisan pertama.

Barisan

log 3, log 30, log 300, log 3000, …

serupa dengan barisan

a, ……., ……., ……., …

? ? ?

Jelaskan konsep/rumus/aturan yang digunakan.

Alternatif Jawaban

Barisan pertama

$$\log 3,\ \log 30, \log 300, \log 3000, \ldots$$

Jika $\log 3 = a$, maka

$$\log 30 = \log (3\times10) = \log 3 + \log 10 = a + 1$$

$$\log 300 = \log (3\times100) = \log 3 + \log 100 = a + 2$$

$$\log 3000 = \log (3\times1000) = \log 3 + \log 1000 = a + 3$$

Barisan

$$\log 3, \log 3 + 1,\ \log 3 + 2, \log 3 + 3, \ldots$$

serupa dengan barisan

$$a, a + 1, a + 2, a + 3, \ldots$$

Tabel 3.13
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 2

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Menyatakan hubungan di antara suku-suku dalam barisan pertama dengan menggunakan sifat-sifat logaritma.	2
Menyatakan suku-suku barisan dalam ekspresi matematis yang memuat *a*.	1
Menarik analogi dari hubungan di antara suku-suku dalam barisan yang diketahui dan menyusun barisan kedua.	1
Jumlah	4

3) Butir Soal Nomor 3

> Buktikan bahwa untuk bilangan real positif *a* <u>tidak</u> selalu berlaku
> ${}^{2}\log a > {}^{3}\log a$.

Alternatif Jawaban

Harus dibuktikan bahwa untuk bilangan real positif *a* <u>tidak</u> selalu berlaku ${}^{2}\log a > {}^{3}\log a$.

$${}^{2}\log a = \frac{\log a}{\log 2}$$

$${}^{3}\log a = \frac{\log a}{\log 3}$$

log 2 dan log 3 masing-masing positif, dan $\log 2 < \log 3$.

Jika $\log a > 0$, maka $\frac{\log a}{\log 2} > \frac{\log a}{\log 3}$. Dengan kata lain, ${}^{2}\log a > {}^{3}\log a$.

Jika $\log a = 0$, maka $\frac{\log a}{\log 2} = \frac{\log a}{\log 3} = 0$. Dengan kata lain, ${}^{2}\log a = {}^{3}\log a$.

Jika $\log a < 0$, maka $\frac{\log a}{\log 2} < \frac{\log a}{\log 3}$. Dengan kata lain, ${}^{2}\log a < {}^{3}\log a$.

Terbukti bahwa untuk bilangan real positif *a* tidak selalu berlaku ${}^{2}\log a > {}^{3}\log a$.

Tabel 3.14
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 3

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Menyatakan ${}^{2}\log a$ sebagai $\frac{\log a}{\log 2}$ dan ${}^{3}\log a$ sebagai $\frac{\log a}{\log 3}$.	1
Membandingkan nilai $\frac{\log a}{\log 2}$ dengan nilai $\frac{\log a}{\log 3}$ untuk kasus $\log a > 0$, $\log a = 0$, dan $\log a < 0$.	6
Menarik kesimpulan berdasarkan hasil pemeriksaan hubungan nilai $\frac{\log a}{\log 2}$ dengan nilai $\frac{\log a}{\log 3}$.	1
Jumlah	8

4) Butir Soal Nomor 4

Diberikan fungsi $y = kx^2 - 2x - k$. Buktikan bahwa untuk semua bilangan real k, grafik fungsi tersebut memotong sumbu x.

Alternatif Jawaban

Fungsi $y = kx^2 - 2x - k$ merupakan fungsi kuadrat.

Syarat grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x adalah D > 0.

$$\begin{aligned} D &= b^2 - 4ac \\ &= (-2)^2 - 4(k)(-k) \\ &= 4 + 4k^2 \end{aligned}$$

Untuk bilangan real k berapa pun, $k^2 \geq 0$, karena itu D > 0.

Jadi, grafik fungsi tersebut memotong sumbu x.

Tabel 3.15
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 4

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Mengidentifikasi bentuk fungsi sebagai fungsi kuadrat.	1

Kriteria	Skor Maks
Menentukan syarat nilai diskriminan agar grafik fungsi memotong sumbu *x*.	1
Menerapkan rumus diskriminan pada fungsi yang diberikan.	1
Memeriksa apakah nilai diskriminan memenuhi syarat.	2
Menyatakan kesimpulan.	1
Jumlah	6

5) Butir Soal Nomor 5

> Dua buah bilangan real positif jumlahnya 6 dan hasil kalinya adalah 7.
> Proses menentukan dua bilangan pada masalah di atas serupa dengan menentukan ukuran panjang dan lebar dari sebuah persegipanjang bila diketahui keliling dan luasnya. Benarkah pernyataan tersebut? Jelaskan konsep/rumus/aturan yang digunakan.

Alternatif Jawaban

Misalkan bilangan-bilangan tersebut adalah *r* dan *s*.

$$r + s = 6 \qquad \text{.......................................(1)}$$

$$rs = 7 \qquad \text{.......................................(2)}$$

Persamaan (1) dapat ditulis sebagai

$$r = 6 - s \qquad \text{.......................................(3)}$$

Substitusi (3) ke (2)

$$(6 - s)s = 7$$

$$6s - s^2 - 7 = 0$$

$$s^2 - 6s + 7 = 0 \qquad \text{.......................................(4)}$$

Dengan menyelesaikan persamaan kuadrat (4) dapat diperoleh harga *s*, dan selanjutnya akan dihasilkan harga *r*.

Misalkan panjang persegipanjang adalah *p*, lebar *l*, keliling *K*, dan luas *L*.

$$K = 2(p + l) \Leftrightarrow p + l = \frac{1}{2}K \qquad \text{.. ....(5)}$$

$$L = pl \quad \Leftrightarrow \quad pl = L \qquad \text{... ....(6)}$$

Persamaan (5) dapat ditulis sebagai

$$\left(\frac{1}{2}K - l\right)l = L \qquad \text{...(7)}$$

Substitusi (7) ke (6)

$$\frac{1}{2}Kl - l^2 - L = 0$$

$$l^2 - \frac{1}{2}Kl + L = 0 \qquad \text{...(8)}$$

Bila K dan L diketahui, persamaan (8) serupa dengan persamaan (4). Dengan menyelesaikan persamaan kuadrat (8) dapat diperoleh harga l, dan selanjutnya dapat dicari harga p.

Oleh karena itu, proses menentukan p dan l serupa dengan proses menentukan bilangan r dan s pada situasi pertama.

Pernyataan pada soal yang diberikan adalah benar.

Tabel 3.16
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 5

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Membuat model matematis untuk perkalian dan penjumlahan dua bilangan yang diberikan dalam situasi pertama.	1
Membentuk persamaan dan menjelaskan proses menentukan kedua bilangan yang dicari.	2
Membuat model matematis untuk keliling dan luas persegi panjang yang diberikan dalam situasi kedua.	1
Membentuk persamaan dan menjelaskan proses untuk menentukan ukuran panjang dan lebar persegi panjang.	2
Mengenali proses penyelesaian pada masing-masing masalah dan menarik analogi dari kedua proses itu.	2
Jumlah	8

6) Butir Soal Nomor 6

Buktikan bahwa jika p dan r berlainan tanda, maka persamaan kuadrat $px^2 + qx + r = 0$ mempunyai dua akar real yang berlainan.

Alternatif Jawaban

Diberikan persamaan kuadrat

$$px^2 + qx + r = 0$$

Akar-akarnya $x_1$dan x_2.

$$x_{1,2} = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$$

Karena p dan r berlainan tanda (p positif dan r negatif, atau p negatif dan r positif), maka

$$pr < 0$$

Akibatnya

$$q^2 - 4pr > 0$$

Oleh karena itu $\sqrt{q^2 - 4pr}$ adalah real.

Dengan demikian,x_1 dan x_2 adalah real dan berlainan.

Tabel 3.17
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 6

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Menyatakan syarat nilai diskriminan agar persamaan kuadrat mempunyai dua akar real berlainan.	1
Menentukan nilai diskriminan untuk persamaan kudrat beserta kondisi yang diberikan.	3
Memeriksa terpenuhinya syarat berdasarkan nilai diskriminan yang diperoleh dan membuat kesimpulan.	2
Jumlah	6

7) Butir Soal Nomor 7

> Evita berbelanja di sebuah toko. Ia membayar Rp 21.000,00 untuk 6 susu kotak dan 3 bungkus permen yang diambilnya. Evita mengambil lagi 4 susu kotak dan 2 bungkus permen yang sama. Berapa pembayaran yang harus ia tambahkan?

Alternatif Jawaban

Misalkan x = harga satu susu kotak

y = harga sebungkus permen

Evita membayar Rp 21.000,00 untuk 6 susu kotak dan 3 bungkus permen.

$$6x + 3y = 21.000$$
$$3(2x + y) = 21.000$$
$$2x + y = 7.000$$

Evita mengambil lagi 4 susu kotak dan 2 bungkus permen.

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 2(2x + y) \\ &= 2(7.000) \\ &= 14.000 \end{aligned}$$

Jadi, Evita harus menambah Rp 14.000,00.

Tabel 3.18
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 7

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Membuat persamaan untuk pembelanjaan pertama.	1
Membuat persamaan untuk pembelanjaan tambahan.	1
Membuat perbandingan berdasarkan hubungan di antara kedua persamaan serta melakukan perhitungan untuk menentukan pembayaran tambahan.	2
Jumlah	4

8) Butir Soal Nomor 8

Edwin dan Aldi baru saja kembali dari sebuah toko perlengkapan pakaian yang menggelar pekan diskon. Semua jenis topi dijual dengan harga sama, begitu juga semua jenis sepatu, ikat pinggang, dan dompet. Edwin membayar Rp 160.000,00 untuk pembelian 2 topi dan 1 pasang sepatu, serta Rp 230.000,00 untuk 2 ikat pinggang dan 2 dompet. Aldi membayar Rp 185.000,00 untuk pembelian 1 topi dan 2 pasang sepatu, serta Rp 215.000,00 untuk 3 ikat pinggang dan 1 dompet. Ruli yang baru datang

menyatakan berminat membeli barang seperti yang dibeli kedua temannya tetapi hanya 2 macam dan masing-masing 1 buah. Tentukanlah semua pasangan barang yang dapat Ruli pilih, dan carilah pasangan dengan pembayaran terendah.

Alternatif Jawaban

Misalkan *a* = harga sebuah topi

b = harga sepasang sepatu

c = harga sebuah ikat pinggang

d = harga sebuah dompet

Model matematis dari informasi yang diberikan:

$2a + \ \ b = 160.000$ …………..…………………………………..(1)

$2c + 2d = 230.000$ …………..…………………………………..(2)

$a + 2b = 185.000$ …………..…………………………………..(3)

$3c + \ \ d = 215.000$ …………..…………………………………..(4)

Penyelesaian untuk persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r|c|r} 2a + \ \ b = 160.000 & & 2a + \ \ b = 160.000 \\ a + 2b = 185.000 & \times 2 & 2a + 4b = 370.000 \\ \hline & & -3b = -210.000 \\ & & b = 70.000 \end{array} \quad -$$

Substitusi $b = 70.000$ ke (1)

$$2a + 70.000 = 160.000$$

$$2a = 90.000$$

$$a = 45.000$$

Harga sebuah topi Rp 45.000,00 dan harga sepasang sepatu Rp 70.000,00.

Penyelesaian untuk persamaan (2) dan (4)

$$\begin{array}{r|c|r} 2c + 2d = 230.000 & & 2c + 2d = 230.000 \\ 3c + \ \ d = 215.000 & \times 2 & 6c + 2d = 430.000 \\ \hline & & -4c = -200.000 \\ & & c = 50.000 \end{array} \quad -$$

Substitusi $c = 50.000$ ke (2)

$$2(50.000) + 2d = 230.000$$

$$2d = 230.000 - 100.000 = 130.000$$

$$d = 65.000$$

Harga sebuah ikat pinggang Rp 50.000,00 dan harga sebuah dompet Rp 65.000,00.

Pasangan barang yang dapat dipilih oleh Ruli:

1. topi, sepatu;
2. topi, ikat pinggang;
3. topi, dompet;
4. sepatu, ikat pinggang;
5. sepatu, dompet;
6. ikat pinggang, dompet.

Karena harga yang lebih rendah adalah topi dan ikat pinggang, maka pilihan dengan pembayaran terendah adalah topi dan ikat pinggang seharga Rp 45.000,00 + Rp 50.000,00 = Rp 95.000,00.

Tabel 3.19
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 8

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Membuat model matematis untuk pembelian yang dilakukan oleh Edwin dan Aldi.	1
Menyelesaikan model matematis untuk menentukan harga sebuah topi dan sepasang sepatu.	2
Menyelesaikan model matematis untuk menentukan harga sebuah ikat pinggang dan sebuah dompet.	2
Menentukan semua pasangan barang yang dapat dipilih Ruli.	2
Menentukan pasangan barang dengan harga terendah.	1
Jumlah	8

9) Butir Soal Nomor 9

Suhu udara kota A dan B pada suatu minggu tercatat sebagai berikut (dalam derajat Celcius).

	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat	Sabtu	Minggu
Kota A	22	25	23	24	20	25	26
Kota B	18	19	18	20	17	20	21

Dari data di atas, diperkirakan ada hubungan yang cukup tinggi antara suhu udara kota A dan suhu udara kota B. Benarkah pernyataan ini? Sertakan alasan yang mendasari perkiraan tersebut.

Alternatif Jawaban

Hubungan suhu:

- Suhu kota A selalu lebih tinggi daripada suhu kota B (kota A lebih panas daripada kota B).
- Ketika suhu kota A turun dari hari sebelumnya, suhu kota B juga turun.
- Ketika suhu kota A naik dari hari sebelumnya, suhu kota B juga naik.
- Selisih suhu antara kedua kota berkisar 3-6 derajat Celcius.

Dengan demikian diperkirakan ada hubungan yang cukup tinggi antara suhu udara kota A dan kota B.

Tabel 3.20
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 9

Kriteria	Skor
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Menyatakan kecenderungan suhu di kota A dibandingkan kota B setiap hari.	1
Menyatakan kecenderungan naik/turun suhu dari hari ke hari di kedua kota.	1
Menyatakan selisih suhu kedua kota.	1
Menarik kesimpulan adanya hubungan antara suhu kedua kota.	1
Jumlah	4

10) Butir Soal Nomor 10

Dalam empat kali tes matematika, Deni mendapat skor rata-rata 72 sedangkan Ilham mendapat skor rata-rata 87. Tes akan dilaksanakan satu kali lagi. Nilai B (baik) mensyaratkan skor rata-rata mulai dari 71 sampai dengan 85, dan A (amat baik) jika rata-rata mulai dari 86 dalam skala 0 – 100 (skor-skor dibulatkan sampai satuan). Skor-skor berapa sajakah dalam

tes kelima yang dapat membuat Deni memperoleh nilai B, dan skor-skor berapa yang dapat membuat Ilham memperoleh nilai A? Benarkah bahwa peluang Deni memperoleh nilai B lebih besar daripada peluang Ilham memperoleh nilai A? Jelaskan jawaban Anda.

Alternatif Jawaban

Jumlah skor Deni dalam 4 kali tes adalah $4 \times 72 = 288$.

Jumlah skor Ilham dalam 4 kali tes adalah $4 \times 87 = 348$.

Misalkan x menyatakan nilai Deni pada tes kelima.

Syarat nilai B;

$$71 \leq \text{rata-rata} \leq 85.$$

Dalam lima kali tes, syarat Deni mendapat nilai B;

$$71 \leq \frac{288+x}{5} \leq 85$$

$$355 \leq 288 + x \leq 425$$

$$67 \leq x \leq 137$$

Nilai lebih besar dari 100 tidak mungkin, karena itu untuk mendapat nilai B, haruslah

$$67 \leq x \leq 100$$

atau $x = \{67, 68, 69, \dots, 100\}$.

Misalkan y menyatakan nilai Ilham pada tes kelima.

Syarat nilai A;

$$86 \leq \text{rata-rata} \leq 100.$$

Dalam lima kali tes, syarat Ilham mendapat nilai A;

$$86 \leq \frac{348+y}{5} \leq 100$$

$$430 \leq 348 + y \leq 500$$

$$82 \leq y \leq 152$$

Nilai lebih besar dari 100 tidak mungkin, karena itu untuk mendapat nilai A, haruslah

$$82 \leq y \leq 100$$

atau $y = \{82, 83, 84, \dots, 100\}$.

Dengan melihat interval-interval di atas, peluang Deni mendapat nilai B lebih besar daripada peluang Ilham mendapat nilai A. Pernyataan yang diberikan adalah benar.

Tabel 3.21
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 10

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Menentukan syarat Deni mendapat nilai B.	1
Menentukan variasi skor Deni pada tes kelima agar mendapat nilai B.	2
Menentukan syarat Ilham mendapat nilai A.	1
Menentukan variasi skor Ilham pada tes kelima agar mendapat nilai A.	2
Membandingkan variasi skor Deni dan Ilham pada tes kelima dan menarik kesimpulan.	2
Jumlah	8

Uji coba tes menghasilkan informasi karakteristik kesepuluh butir soal di atas sebagaimana dirinci dalam Tabel 3.21.

Tabel 3.22
Kategori Daya Pembeda, Indeks Kesukaran, dan Validitas Butir Soal Berpikir Logis Matematis

Butir Soal	Daya Pembeda		Indeks Kesukaran		Validitas		Keterangan
	DP	Kategori	IK	Kategori	r_{XY}	Kategori	
1	0,27	Cukup	0,40	Sedang	0,53	Sedang	Dipakai
2	0,34	Cukup	0,52	Sedang	0,50	Sedang	Dipakai
3	0,08	Jelek	0,09	Sukar	0,38	Rendah	Tidak Dipakai
4	0,42	Baik	0,35	Sedang	0,65	Sedang	Dipakai
5	0,47	Baik	0,41	Sedang	0,82	Tinggi	Dipakai
6	0,13	Jelek	0,17	Sukar	0,34	Rendah	Tidak Dipakai
7	0,28	Cukup	0,64	Sedang	0,50	Sedang	Dipakai
8	0,28	Cukup	0,55	Sedang	0,60	Sedang	Dipakai
9	0,25	Cukup	0,53	Sedang	0,50	Sedang	Dipakai
10	0,44	Baik	0,42	Sedang	0,81	Tinggi	Dipakai
Koefisien Reliabilitas = 0,78 (tinggi)							

Berdasarkan data sebagaimana tercantum pada tabel tersebut, maka butir soal nomor 3 dan 6 tidak dipakai karena keduanya mempunyai daya pembeda yang jelek dan validitas yang rendah.

E.4 Tes Kemampuan Komunikasi Matematis

Tes kemampuan komunikasi matematis disusun mengacu pada indikator kemampuan komunikasi matematis dan tujuan pembelajaran khusus pada pokok bahasan yang dibahas. Tes terdiri dari delapan butir soal. Kisi-kisi soal yang dimaksud disajikan dalam Tabel 3.23.

Tabel 3.23
Kisi-Kisi Soal Kemampuan Komunikasi Matematis

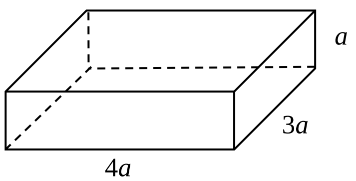
Pokok Bahasan	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematis	Indikator Soal	Nomor Soal
Bentuk Pangkat, Akar, dan Logaritma	Menghubungkan suatu situasi, gambar, grafik, atau benda nyata ke dalam bahasa, simbol, atau model matematis	Menafsirkan gambar suatu bangun ruang ke dalam konsep matematis dan melakukan operasi aljabar pada bentuk pangkat dan kuadrat untuk menyatakan panjang unsur tertentu bangun tersebut	1
	Menghubungkan suatu situasi, gambar, grafik, atau benda nyata ke dalam bahasa, simbol, atau model matematis	Membuat dan menyelesaikan persamaan-persamaan yang melibatkan bentuk pangkat dan akar berdasarkan informasi yang disajikan dalam gambar.	2
	Membaca representasi matematis dan menyusun pertanyaan yang relevan	Merumuskan pertanyaan yang relevan dari suatu sajian grafik yang mengandung bentuk pangkat serta membuat jawaban	3
Fungsi, Persamaan Kuadrat, dan Pertidaksamaan Kuadrat	Menghubungkan suatu situasi, gambar, grafik, atau benda nyata ke dalam bahasa, simbol, atau model matematis	Menyusun persamaan yang sesuai untuk suatu grafik fungsi kuadrat	4
	Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematis dengan benda nyata, gambar, grafik, dan aljabar	Menyatakan suatu situasi matematis dalam bentuk aljabar, menyusun fungsi dan menggambarkan grafiknya	5

Pokok Bahasan	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematis	Indikator Soal	Nomor Soal
	Membaca representasi matematis dan menyusun pertanyaan yang relevan	Menyusun pertanyaan yang relevan dengan konteks persamaan kuadrat yang diberikan serta membuat jawaban	6
Sistem Persamaan Linear dan Pertidaksamaan Satu Variabel	Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematis	Menyusun sistem persamaan linear dari suatu masalah sehari-hari dan menyelesaikannya	7
	Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematis	Menyusun sistem persamaan linear dari suatu masalah sehari-hari dan menyelesaikannya	8
	Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematis dengan benda nyata, gambar, grafik, dan aljabar	Membuat gambar dan menyusun pertidaksamaan dari suatu situasi matematis, dan menyelesaikannya	9

Penskoran kemampuan komunikasi matematis menggunakan skema pada Tabel 3.11 yang disesuaikan dengan proses penyelesaian masing-masing soal.

1) Butir Soal Nomor 1

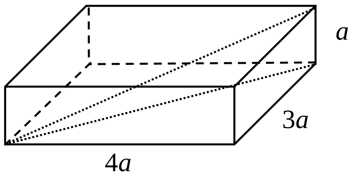
Perhatikan gambar balok di bawah ini beserta ukuran-ukurannya.



Nyatakan panjang diagonal-diagonal sisi balok dan diagonal ruang dalam bentuk akar yang paling sederhana.

Alternatif Jawaban

Bangun berikut ini adalah balok.



Misalkan sisi I adalah sisi dengan lebar a dan panjang $3a$.

Panjang diagonal sisi $d_1 = \sqrt{a^2 + (3a)^2} = \sqrt{a^2 + 9a^2} = \sqrt{10a^2} = a\sqrt{10}$.

Misalkan sisi II adalah sisi dengan lebar a dan panjang $4a$.

Panjang diagonal sisi $d_2 = \sqrt{a^2 + (4a)^2} = \sqrt{a^2 + 16a^2} = \sqrt{17a^2} = a\sqrt{17}$.

Misalkan sisi III adalah sisi dengan lebar $3a$ dan panjang $4a$.

Panjang diagonal sisi $d_3 = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = \sqrt{9a^2 + 16a^2} = \sqrt{25a^2} = 5a$.

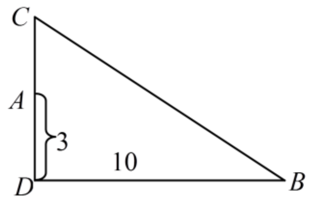
Panjang diagonal ruang $d_4 = \sqrt{a^2 + (5a)^2} = \sqrt{a^2 + 25a^2} = \sqrt{26a^2} = a\sqrt{26}$.

Tabel 3.24
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 1

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Mengidentifikasi ukuran balok berdasarkan gambar dan melakukan operasi aljabar pada bentuk pangkat dan akar untuk menentukan panjang diagonal tiga sisi balok yang berbeda ukurannya.	3
Menyatakan panjang diagonal tiga sisi balok dalam bentuk akar yang paling sederhana.	3
Melakukan operasi aljabar pada bentuk pangkat dan akar untuk menentukan panjang diagonal ruang balok.	1
Menyatakan panjang diagonal ruang balok dalam bentuk akar yang paling sederhana.	1
Jumlah	8

2) Butir Soal Nomor 2

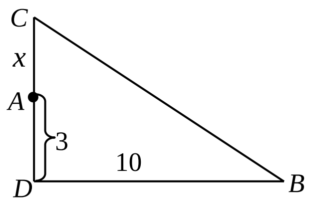
Gambar di bawah menunjukkan sebuah segitiga siku-siku. Lintasan *ACB* dan *ADB* memiliki panjang yang sama.



Jika panjang *AC* = *x*, tulislah dua persamaan untuk menyatakan panjang *CB* dalam *x*, dan gunakan persamaan-persamaan itu untuk menentukan panjang *AC*.

Alternatif Jawaban

ΔCDB siku-siku di D. Panjang *AC* = *x*



Pada ΔCDB, *CB* merupakan sisi miring.

$$CB = \sqrt{(x+3)^2 + 10^2} \qquad \text{...(1)}$$

Lintasan *ACB* dan *ADB* memiliki panjang yang sama.

$$x + CB = 3 + 10$$

$$CB = 13 - x \qquad \text{...(2)}$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh

$$\sqrt{(x+3)^2 + 10^2} = 13 - x$$

$$x^2 + 6x + 9 + 100 = 169 - 26x + x^2$$

$$32x = 60$$

$$x = 1\frac{7}{8} = 1{,}875$$

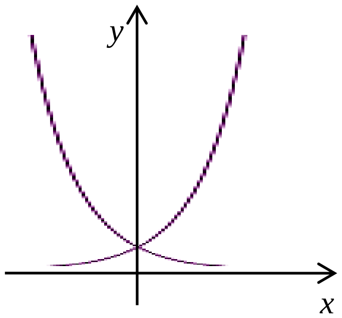
Tabel 3.25
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 2

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Menyatakan hubungan ukuran-ukuran dalam ΔCDB dan membuat	2

Kriteria	Skor Maks
persamaan untuk menyatakan panjang *CB* sebagai sisi miring segitiga.	
Menyatakan hubungan lintasan-lintasan dalam ΔCDB dan membuat persamaan untuk menyatakan panjang *CB* berdasarkan hubungan tersebut.	2
Membentuk persamaan berdasarkan dua ekspresi persamaan *CB*, dan menyelesaikannya.	2
Jumlah	6

3) Butir Soal Nomor 3

Diberikan sketsa grafik dari $y_1 = 3^x$ dan $y_2 = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.



Buatlah sebuah pertanyaan berkaitan dengan grafik di atas, kemudian jawablah pertanyaan tersebut.

Beberapa pertanyaan yang dapat diajukan:

1) Apakah kedua grafik fungsi simetris terhadap sumbu *x*?
2) Di titik manakah kedua grafik berpotongan?
3) Apakah kedua grafik memotong sumbu *x*?
4) Bagaimanakah hubungan kedua grafik?

Jawaban

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
3^x	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27
$\left(\frac{1}{3}\right)^x$	27	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$

1) Kedua grafik simetris terhadap sumbu *x*.

2) Kedua grafik berpotongan di titik (0, 1).

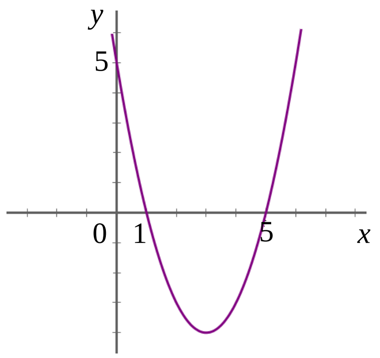
3) Kedua grafik mendekati sumbu *x* tetapi tidak memotongnya (sumbu *x* adalah asimtot mendatar).

Tabel 3.26
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 3

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Merumuskan pertanyaan yang relevan dengan sketsa grafik. (Diperhatikan tingkat kekompleksan pertanyaan yang diajukan)	2
Membuat jawaban untuk pertanyaan yang telah dirumuskan. (Diperhatikan sistematika, kelengkapan, dan kebenaran solusi)	6
Jumlah	8

4) Butir Soal Nomor 4

Susunlah persamaan yang cocok untuk gambar di bawah ini.



Alternatif Jawaban

Grafik berbentuk parabola yang terbuka ke atas, memotong sumbu *x* di (1, 0) dan (5, 0), dan memotong sumbu *y* di (0, 5).

Parabola yang memotong sumbu *x*di (p, 0) dan (q, 0), bentuk persamaannya

$$y = a(x - p)(x - q).$$

Titik potong dengan sumbu x adalah (1, 0) dan (5, 0), maka

$$y = a(x-1)(x-5)$$

Kurva melalui titik (0, 5)

$$5 = a(0-1)(0-5)$$

$$5 = a(5)$$

$$a = 1$$

Jadi, persamaan parabola

$$y = 1(x-1)(x-5)$$

$$y = x^2 - 6x + 5$$

Cara lain:

Persamaan parabola $y = ax^2 + bx + c$, melalui titik

(1, 0); $a + b \quad + c = 0$ ....(1)

(5, 0); $25a + 5b + c = 0$ ....(2)

(0, 5); $c = 5$ ....(3)

Substitusi (3) ke (1)

$a + b = -5$ ....(4)

Substitusi (3) ke (2)

$$25a + 5b = -5$$

$5a + b = -1$ ....(5)

Dari (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} a + b &=& -5 \\ 5a + b &=& -1 \\ \hline -4a &=& -4 \end{array} \; -$$

$$a = 1$$

Substitusi $a = 1$ ke (4) diperoleh

$1 + b = -5$, maka $b = -6$

Jadi, persamaan parabola adalah $y = x^2 - 6x + 5$.

Tabel 3.27
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 4

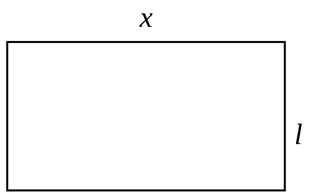
Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Memerinci informasi kunci dari grafik yang disajikan.	2
Memilih rumus yang tepat dengan mempertimbangkan informasi yang diketahui untuk menyusun persamaan parabola.	1
Menerapkan rumus dengan menggunakan informasi yang diketahui untuk menyusun persamaan parabola.	4
Menyatakan persamaan parabola.	1
Jumlah	8

5) Butir Soal Nomor 5

Suatu persegipanjang memiliki keliling 40 cm. Bila panjang persegipanjang itu *x*, susunlah model matematis untuk menghitung luasnya, yaitu $L(x)$, dilengkapi dengan penjelasan persyaratan ukuran sisi-sinya. Kemudian gambarlah grafik *L*.

Alternatif Jawaban

Keliling pesegipanjang 40 cm, panjang = *x*.



$\text{Keliling} = 2(\text{panjang} + \text{lebar})$

$K = 2(x + l)$

$2(x + l) = 40$

$x + l = 20 \Leftrightarrow l = 20 - x$

$\text{Luas} = \text{panjang} \times \text{lebar}$

$L(x) = x(20 - x)$

$L(x) = 20x - x^2$

Syarat: $x > 0$, $l > 0$ dan $x + l = 20$, maka syarat bagi panjang dan lebarnya adalah

$0 < x < 20$ dan $0 < l < 20$

Menggambar grafik fungsi $L(x) = 20x - x^2$.

i. Titik potong dengan sumbu x, $L(x) = 0$

$$20x - x^2 = 0$$

$$x(20 - x) = 0$$

$$x_1 = 0 \text{ dan } x_2 = 20$$

Titik potong dengan sumbu x adalah (0, 0) dan (10, 0).

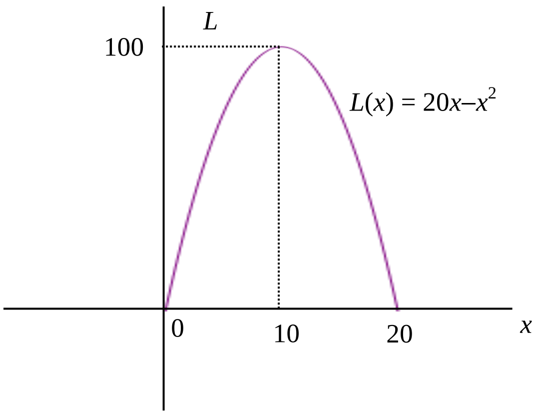
ii. Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$

$$L(x) = 20x - x^2; a = -1, b = 20, c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 20^2 - 4(-1)(0) = 400$$

$$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right) = \left(-\frac{20}{2(-1)}, -\frac{400}{4(-1)}\right) = (10, 100)$$

Gambar grafik L.



Tabel 3.28
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 5

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Menyatakan hubungan panjang dan lebar persegipanjang dalam bentuk aljabar.	1
Menyatakan luas persegipanjang sebagai fungsi kuadrat.	1
Menyatakan syarat-syarat untuk panjang dan lebar persegipanjang.	1
Menentukan koordinat titik potong grafik dengan sumbu x.	1
Menentukan koordinat titik puncak grafik.	2
Menggambar grafik fungsi luas.	2
Jumlah	8

6) Butir Soal Nomor 6

Diketahui bahwa selisih akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - ax + 24 = 0$ adalah 5. Buatlah sebuah pertanyaan berkaitan dengan persamaan ini dan kemudian jawablah pertanyaan tersebut.

Beberapa pertanyaan yang dapat diajukan:

1) Tentukanlah akar-akar persamaan tersebut (Tentukanlah *x*).
2) Tentukanlah a.
3) Tentukanlah jumlah akar-akar persamaan tersebut.

Jawaban

Diketahui persamaan kuadrat

$$x^2 - ax + 24 = 0$$

serta

$$x_1 - x_2 = 5$$

Dengan menggunakan rumus akar persamaan kuadrat, diperoleh

$$\frac{-(-\mathrm{a})+\sqrt{(-a)^2-4(1)(24)}}{2(1)} - \frac{-(-\mathrm{a})-\sqrt{(-a)^2-4(1)(24)}}{2(1)} = 5$$

$$\frac{2\sqrt{a^2-96}}{2} = 5$$

$$\sqrt{a^2 - 96} = 5$$

$$a^2 - 96 = 25$$

$$a^2 = 121$$

$$a = 11$$

$$x_1 = \frac{-(-11)+5}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{-(-11)-5}{2} = 3$$

Tabel 3.29
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 6

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0

Kriteria	Skor Maks
Merumuskan pertanyaan yang relevan dengan konteks persamaan kuadrat yang diberikan. (Diperhatikan tingkat kekompleksan pertanyaan yang diajukan)	2
Membuat jawaban untuk pertanyaan yang telah dirumuskan. (Diperhatikan sistematika, kelengkapan, dan kebenaran solusi)	6
Jumlah	8

7) Butir Soal Nomor 7

> Seorang penjual roti keliling menjual roti dengan tiga ukuran: bungkus kecil, sedang, dan besar, dengan harga per bungkus berturut-turut Rp 1.000,00, Rp 2.500,00 dan Rp 5.000. Roti yang terjual pada suatu hari sebanyak 82 bungkus, dengan rincian banyaknya roti bungkus kecil yang terjual sama dengan gabungan jumlah roti bungkus sedang dan roti bungkus besar. Uang yang terkumpul dari penjualan hari itu adalah Rp 171.000,00.
> Buatlah model matematis untuk mengetahui berapa jumlah masing-masing ukuran roti yang terjual pada hari itu, kemudian selesaikanlah model tersebut.

Alternatif Jawaban

Harga roti per bungkus:

roti kecil	Rp 1.000,00
roti sedang	Rp 2.500,00
besar	Rp 5.000,00

Banyaknya roti yang terjual 82 bungkus.

Uang yang terkumpul Rp 171.000,00.

Misal: x = banyaknya roti kecil yang terjual

y = banyaknya roti sedang yang terjual

z = banyaknya roti besar yang terjual

$$x + y + z = 82 \quad \text{..............................(1)}$$

$$x = y + z \quad \text{..............................(2)}$$

$$1.000x + 2.500y + 5.000z = 171.000$$

$$\Leftrightarrow \quad 10x + 25y + 50z = 1.710 \qquad \text{..................................(3)}$$

Model matematis di atas adalah sistem persamaan linear dengan tiga variabel.

Dari (1) dan (2)

$$(y + z) + y + z = 82$$

$$2(y + z) = 82$$

$$y + z = 41 \qquad \text{..(4)}$$

Dari (2) dan (3)

$$10(y + z) + 25y + 50z = 1.710$$

$$35y + 60z = 1.710 \qquad \text{..................................(5)}$$

Dari (4) dan (5)

$$\begin{array}{r|c|l} y + \quad z = 41 & \times 60 & 60y + 60z = 2.460 \\ 35y + 60z = 1.710 & & \underline{35y + 60z = 1.710} \; - \\ & & 25y \qquad\quad = 750 \\ & & \qquad\quad y = 30 \end{array}$$

Substitusi $y = 30$ ke (4)

$30 + z = 41$, dengan demikian $z = 11$

Substitusi $y = 30$ dan $z = 11$ ke (2)

$$x = 30 + 11 = 41$$

Jadi, $x = 41$, $y = 30$, dan $z = 11$.

Tabel 3.30
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 7

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Menyatakan banyaknya masing-masing jenis roti yang terjual dalam simbol matematis.	1
Membuat model matematis untuk menyatakan banyaknya roti yang terjual dan uang yang terkumpul.	2
Menyelesaikan sistem persamaan dari model matematis yang terbentuk.	3
Menyebutkan jumlah masing-masing jenis roti yang terjual.	2
Jumlah	8

8) Butir Soal Nomor 8

Tiga tahun yang lalu jumlah usia Fery dan Ganjar sama dengan usia Haris. Sepuluh tahun yang akan datang, usia Fery sama dengan $\frac{5}{7}$ usia Haris. Saat ini usia Fery tiga tahun lebih tua dari usia Ganjar.

Nyatakan situasi tersebut ke dalam model matematika. Selesaikan model matematika tersebut dan tentukan usia Ganjar sekarang.

Alternatif Jawaban

Misalkan: x = usia Fery sekarang

y = usia Ganjar sekarang

z = usia Haris sekarang

Tiga tahun yang lalu jumlah usia Fery dan Ganjar sama dengan usia Haris.

$$(x-3)+(y-3)=z-3 \quad \text{.............................(1)}$$

Sepuluh tahun yang akan datang, usia Fery sama dengan $\frac{2}{3}$ usia Haris.

$$x+10=\frac{2}{3}(z+10) \quad \text{.............................(2)}$$

Saat ini usia Fery dua tahun lebih tua dari usia Ganjar.

$$x=y+2 \quad \text{.............................(3)}$$

Persamaan-persamaan di atas dapat ditulis kembali sebagai berikut

$$x+y-z=3 \quad \text{.............................(4)}$$

$$z=\frac{3}{2}x+5 \quad \text{.............................(5)}$$

$$y=x-2 \quad \text{.............................(6)}$$

Dengan mensubstitusi (5) dan (6) ke (4), diperoleh

$$x+(x-2)-\left(\frac{3}{2}x+5\right)=3$$

$$2x-2-\frac{3}{2}x-5=3$$

$$\frac{1}{2}x=10$$

$$x=20$$

$$y=x-2=20-2=18$$

Jadi, usia Ganjar sekarang adalah 18 tahun.

Tabel 3.31
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 8

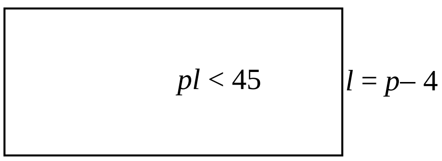
Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Menyatakan usia Fery, Ganjar, dan Haris dalam simbol matematis.	1
Menyatakan hubungan usia antara Fery, Ganjar, dan Haris dalam bentuk persamaan.	3
Membuat sistem persamaan untuk hubungan usia antara Fery, Ganjar, dan Haris	1
Menyelesaikan sistem persamaan.	2
Menyatakan usia Ganjar sekarang.	1
Jumlah	8

9) Butir Soal Nomor 9

Suatu lapangan berbentuk persegipanjang dengan lebar 4 m kurangnya dari panjangnya dan luasnya kurang dari 45 m^2.
Ilustrasikan situasi di atas ke dalam bentuk gambar dan buat model matematisnya. Nyatakan batas-batas ukuran lapangan yang memenuhi situasi di atas.

Alternatif Jawaban

Suatu lapangan berbentuk persegipanjang dengan lebar 4 m kurangnya dari panjangnya dan luasnya kurang dari 45 m^2.



Model matematis:

$l = p - 4$

$pl < 45$

$p(p - 4) < 45 \Leftrightarrow p^2 - 4p - 45 < 0$

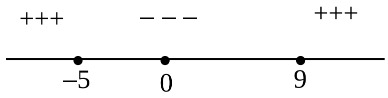
$p^2 - 4p - 45 < 0$ merupakan pertidaksamaan kuadrat.

$$p^2 - 4p - 45 < 0$$

Untuk $p^2 - 4p - 45 = 0$

$(p+5)(p-9)=0$

$p=-5$ atau $p=9$



Untuk $p^2 - 4p - 45 < 0$, maka $-5 < p < 9$.

Syarat untuk ukuran panjang dan lebar persegipanjang di atas:

(i) $p > 0$

(ii) $l > 0$

(iii) $l = p - 4 \Leftrightarrow p = l + 4$

(iv) $-5 < p < 9$

Dari (ii) dan (iii)

$l > 0$ oleh karena itu haruslah $p > 4$

Dari (iv) dan $p > 4$, maka $4 < p < 9$

Jadi, batas ukuran panjang adalah

$$4 < p < 9$$

Karena $p = l + 4$, maka

$$4 < l + 4 < 9$$

$$0 < l < 5$$

Batas ukuran lebar adalah $0 < l < 5$.

Tabel 3.32
Pedoman Penskoran Jawaban Soal Nomor 9

Kriteria	Skor Maks
Tidak ada jawaban, atau jawaban tidak mencerminkan situasi masalah yang diberikan.	0
Membuat gambar persegipanjang untuk menyatakan situasi matematis yang diberikan.	1
Membuat model matematis untuk hubungan antara panjang dan lebar persegipanjang dan syarat luas.	1
Menyatakan syarat luas persegipanjang sebagai pertidaksamaan kuadrat.	1
Menyelesaikan pertidaksamaan kuadrat untuk menentukan interval panjang persegipanjang.	2

Kriteria	Skor Maks
Menetapkan syarat-syarat bagi batas ukuran panjang dan lebar persegipanjang.	1
Menyelesaikan pertidaksamaan untuk memperoleh batas ukuran panjang dan lebar persegipanjang.	2
Jumlah	8

Karakteristik perangkat tes kemampuan komunikasi matematis hasil uji coba dirinci dalam Tabel 3.32.

Tabel 3.33
Kategori Daya Pembeda, Indeks Kesukaran, dan Validitas Butir Soal Komunikasi Matematis

Butir Soal	Daya Pembeda		Indeks Kesukaran		Validitas		Keterangan
	DP	Kriteria	IK	Kriteria	r_{XY}	Kriteria	
1	0,33	Cukup	0,45	Sedang	0,69	Tinggi	Dipakai
2	0,10	Jelek	0,11	Sukar	0,34	Rendah	Tidak Dipakai
3	0,14	Jelek	0,15	Sukar	0,51	Sedang	Tidak Dipakai
4	0,38	Cukup	0,52	Sedang	0,76	Tinggi	Dipakai
5	0,33	Cukup	0,43	Sedang	0,71	Tinggi	Dipakai
6	0,41	Baik	0,52	Sedang	0,76	Tinggi	Dipakai
7	0,42	Baik	0,51	Sedang	0,74	Tinggi	Dipakai
8	0,20	Jelek	0,16	Sukar	0,52	Sedang	Tidak Dipakai
9	0,41	Baik	0,52	Sedang	0,78	Tinggi	Dipakai
Koefisien reliabilitas = 0,81 (tinggi)							

Berdasarkan data sebagaimana tercantum pada Tabel 3.32, maka butir soal nomor 2, 3 dan 8 tidak dipakai karena daya pembedanya jelek.

E.5 Skala Kemandirian Belajar Matematis

Perilaku kemandirian belajar matematis siswa diukur menggunakan skala sikap model Likert. Awalnya skala memuat 51 butir pernyataan, terdiri atas 31 pernyataan positif (*favorable*) dan 20 pernyataan negatif (*unfavorable*) mengacu pada aspek-aspek yang menjadi indikator SRL. Sebagian butir pernyataan dimodifikasi dari Skala Penilaian Diri yang disusun oleh Sumarmo (2011). Kisi-kisi ditunjukkan dalam Tabel 3.33.

Tabel 3.34
Kisi-Kisi Skala Kemandirian Belajar Matematis

Aspek	Butir Pernyataan
1. Pengendalian Merencanakan tujuan, mengelola, memantau, serta mengevaluasi proses dan hasil belajar	1 – 16
2. Motivasi Menunjukkan minat, usaha, ketekunan, *self-efficacy* yang tinggi, selama belajar atau mengerjakan tugas matematika	17 – 36
3. Perilaku Memanfaatkan lingkungan dan mengelola waktu untuk mengoptimalkan belajar	37 – 51

Penetapan skor setiap alternatif pernyataan dilakukan berdasarkan hasil uji coba. Dari hasil uji coba, diketahui Sembilan butir memiliki daya pembeda yang tidak signifikan, sehingga skala sikap yang diberikan kepada subyek sampel memuat 42 butir pernyataan. Secara lengkap skor setiap butir pernyataan dan signifikansi daya pembeda dapat dilihat pada Tabel 3.34.

Tabel 3.35
Penetapan Skor pada Butir Pernyataan dan Signifikansi Daya Pembeda Skala Kemandirian Belajar Matematis

Butir Pernya-taan	Skor				Daya Pembeda (t_{tab} = 1,76)		Keterangan
	Srs	Sr	Jr	JrS	*T*	Signifikansi	
1	4	3	2	1	4,83	Signifikan	Dipakai
2	4	3	2	1	2,24	Signifikan	Dipakai
3	1	2	3	5	2,08	Signifikan	Dipakai
4	4	3	2	1	1,93	Signifikan	Dipakai
5	4	3	2	1	0,60	Tidak signifikan	Tidak dipakai
6	4	3	2	1	2,82	Signifikan	Dipakai
7	5	4	3	1	3,03	Signifikan	Dipakai
8	5	3	2	1	0,68	Tidak signifikan	Tidak dipakai
9	5	3	2	1	2,41	Signifikan	Dipakai
10	5	3	2	1	2,41	Signifikan	Dipakai
11	6	5	4	1	3,38	Signifikan	Dipakai

Butir Pernya-taan	Skor				Daya Pembeda (t_{tab} = 1,76)		Keterangan
	Srs	Sr	Jr	JrS	T	Signifikansi	
12	5	4	3	1	2,82	Signifikan	Dipakai
13	6	5	3	1	2,90	Signifikan	Dipakai
14	5	3	2	1	2,90	Signifikan	Dipakai
15	6	5	3	1	3,56	Signifikan	Dipakai
16	1	2	3	5	0,97	Tidak signifikan	Tidak dipakai
17	5	4	2	1	3,42	Signifikan	Dipakai
18	4	3	2	1	3,45	Signifikan	Dipakai
19	5	4	3	1	0,81	Tidak signifikan	Tidak dipakai
20	4	3	2	1	1,11	Tidak signifikan	Tidak dipakai
21	1	2	4	5	6,06	Signifikan	Dipakai
22	1	3	4	7	2,26	Signifikan	Dipakai
23	6	4	2	1	2,16	Signifikan	Dipakai
24	1	2	4	6	2,71	Signifikan	Dipakai
25	1	2	4	5	3,14	Signifikan	Dipakai
26	1	2	4	5	4,20	Signifikan	Dipakai
27	1	2	4	5	3,05	Signifikan	Dipakai
28	6	5	3	1	2,75	Signifikan	Dipakai
29	6	5	4	1	3,35	Signifikan	Dipakai
30	1	2	4	5	3,12	Signifikan	Dipakai
31	5	4	3	1	3,00	Signifikan	Dipakai
32	1	2	3	5	3,13	Signifikan	Dipakai
33	1	2	2	4	2,65	Signifikan	Dipakai
34	1	2	3	6	3,03	Signifikan	Dipakai
35	5	3	2	1	0,94	Tidak signifikan	Tidak dipakai
36	4	3	2	1	3,33	Signifikan	Dipakai
37	1	2	3	4	2,12	Signifikan	Dipakai
38	1	3	4	6	1,13	Tidak signifikan	Tidak dipakai
39	5	4	2	1	0,66	Tidak signifikan	Tidak dipakai
40	1	2	3	4	4,24	Signifikan	Dipakai
41	1	4	5	6	6,77	Signifikan	Dipakai
42	7	4	2	1	2,26	Signifikan	Dipakai
43	1	4	5	6	4,58	Signifikan	Dipakai
44	1	2	3	4	1,85	Signifikan	Dipakai
45	5	3	2	1	3,03	Signifikan	Dipakai
46	5	4	3	1	2,12	Signifikan	Dipakai
47	4	3	2	1	3,63	Signifikan	Dipakai
48	6	4	3	1	1,17	Tidak signifikan	Tidak dipakai
49	1	2	3	5	2,65	Signifikan	Dipakai

Butir Pernya-taan	Skor				Daya Pembeda (t_{tab} = 1,76)		Keterangan
	Srs	Sr	Jr	JrS	*T*	Signifikansi	
50	4	3	2	1	3,33	Signifikan	Dipakai
51	1	2	4	5	6,06	Signifikan	Dipakai
Reliabilitas = 0,90 (tinggi)							

E.6 Angket Tanggapan Siswa terhadap Pembelajaran Metakognitif

Untuk mengungkap pendapat siswa terhadap pembelajaran matematika dengan pendekatan metakognitif yang berkaitan dengan minat dan kebermanfaatannya, digunakan skala sikap model Likert. Angket terdiri atas 15 butir pernyataan masing-masing dengan lima alternatif jawaban yaitu sangat sering (SSr), sering (Sr), jarang (Jr), jarang sekali (JrS).

F. Teknik Analisis Data

Untuk menjawab masalah penelitian dan untuk menguji hipotesis yang diajukan dalam penelitian ini, maka data yang telah terkumpul, dalam hal ini hasil tes kemampuan siswa dalam berpikir logis dan komunikasi matematis dan pengisian skala sikap kemandirian belajar matematis, diolah dan dianalisis dengan menggunakan teknik analisis statistik inferensial. Dalam penelitian ini ingin diketahui perbedaan nilai rata-rata dari ketiga variabel terikat itu di kelas eksperimen dan kelas kontrol. Data yang diolah adalah nilai pretes, postes, dan N-gain. Pada masing-masing aspek, bila kemampuan awal sama, maka yang diuji adalah perbedaan nilai rata-rata postes serta peningkatannya, sedangkan bila kemampuan awal tidak sama, maka yang diuji hanya perbedaan nilai rata-rata peningkatan.

Pengolahan data menggunakan bantuan *Microsoft Excel 2007* dan *SPSS 20 for Windows* dengan taraf signifikansi 0,05. Urutan pengujian di atas, baik untuk bagian-bagiannya maupun gabungannya, dapat dijelaskan sebagai berikut.

a. Menentukan skor rata-rata dan deviasi standar pada pretes dan postes untuk data kemampuan berpikir logis dan komunikasi matematis.
b. Menghitung peningkatan (gain ternormalisasi) dari data pretes dan postes kemampuan berpikir logis dan komunikasi matematis dengan rumus:

$$\langle g \rangle = \frac{skor\ postes - skor\ pretes}{skor\ maksimal\ ideal - skor\ pretes}$$

(Meltzer, 2002).

Kriteria peningkatan disadur dari Hake (1999):

peningkatan tinggi jika $g > 0{,}7$

peningkatan sedang jika $0{,}3 < g \leq 0{,}7$

peningkatan rendah jika $g \leq 0{,}3$

c. Menguji normalitas distribusi data pada sampel data yang berukuran lebih dari 15. Dalam hal ini digunakan Uji Shapiro-Wilk karena jumlah subyek yang diteliti pada masing-masing kelompok kurang dari 50. Data dinyatakan berdistribusi normal jika nilai signifikansi lebih besar dari 0,05. Untuk ukuran sampel yang kecil tidak dilakukan uji persyaratan analisis. Hal ini sesuai dengan apa yang dikatakan oleh Sawilosky & Blair (Wahyudin, 2011) bahwa jika ukuran sampelnya kecil (5 sampai 15), pengujian paling kuat dilakukan dengan uji non-parametrik daripada uji parametrik.

d. Bila diketahui kedua kelompok berdistribusi normal, selanjutnya dilakukan uji homogenitas varians. Di sini digunakan *F test* atau Uji Levene (*Levene's Test*). Varians dari dua kelompok data adalah sama jika nilai signifikansi lebih dari 0,05.

e. Penelitian ini memiliki desain faktorial 3×2, oleh karena itu jika persyaratan normalitas distribusi data dan homogenitas varians dipenuhi, digunakan uji Anava dua jalur untuk mengetahui ada atau tidak adanya perbedaan antar kelompok dan antar kelas ini.

f. Jika persyaratan normalitas distribusi data dan homogenitas varians tidak dipenuhi dilakukan uji perbedaan menggunakan Anava satu jalur atau statistika nonparametrik uji Kruskal-Wallis untuk tiga sampel independen; dan menggunakan uji-t, uji-t', atau statistika nonparametrik Mann-Whitney untuk dua sampel independen. Jika nilai signifikansi lebih dari 0,05 dapat dikatakan tidak ada perbedaan rata-rata di antara kelompok-kelompok yang diuji.

g. Bila berdasarkan uji Anava dua jalur dan Anava satu jalur diketahui ada perbedaan pada tiga sampel independen, maka selanjutnya dilakukan uji *post* *hoc* dengan Scheffe untuk mengetahui di antara sampel mana terjadi perbedaan itu.

h. Ada tidaknya interaksi faktor pembelajaran dan faktor KAM terhadap peningkatan kemampuan berpikir logis matematis, komunikasi matematis, maupun kemandirian belajar matematis diuji dengan *Univariate Analysis of Variance* melalui *Tests of Between-Subjects Effects*. Sebagai kriteria pengujian, jika nilai signifikansi lebih dari 0,05, maka dapat dikatakan tidak ada interaksi dari kedua faktor tersebut terhadap kemampuan yang diukur.

i. Hubungan antara dua faktor ditentukan melalui pengujian hipotesis asosiasi. Langkah-langkah pengujian hipotesis sebagai berikut (Susetyo, 2012).

a) Merumuskan hipotesis yang akan diuji, yakni:

H_0 : Tidak terdapat kaitan atau hubungan antara kedua faktor.

H_1 : Terdapat kaitan atau hubungan antara kedua faktor.

b) Membuat tabel kontingensi baris (b) × kolom (k) yang memuat nilai-nilai O_{ij} (frekuensi hasil observasi setiap sel tiap faktor) dan E_{ij} (frekuensi harapan atau frekuensi teoritis). E_{ij} dihitung degan rumus:

$$E_{ij} = \frac{n_{io} \times n_{oj}}{n}$$

dengan n_{io} = jumlah baris ke-i

n_{oj} = jumlah baris ke-j

c) Menghitung harga χ^2 hitung menggunakan rumus:

$$\chi^2 = \sum_{i=j}^{b} \sum_{j=i}^{k} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

d) Menentukan ${\chi^2}_{tabel} = {\chi^2}_{(1-\alpha),(b-1)(k-1)}$ dengan α = 0,05.

e) H_0 diterima jika $\chi^2 < {\chi^2}_{tabel}$, dan selain itu ditolak.

f) Untuk mengetahui derajat hubungan antara faktor yang satu dengan yang lainnya dihitung koefisien kontingensi C dengan rumus:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$$

g) Harga koefisien kontingensi C dibandingkan dengan harga C maksimum, yang dihitung dengan rumus:

$$C_{maks} = \sqrt{\frac{m-1}{m}}$$

dengan *m* = harga maksimum antar baris dan kolom.

Semakin dekat harga *C* ke harga C_{maks}, makin besar derajat kaitan antara faktor yang satu dengan lainnya.