

BAB I

PENDAHULUAN

Setiap mahasiswa dalam mengikuti perkuliahan, pada setiap kelas, pada setiap tahun akademik yang diterima di perguruan tinggi berdasarkan hasil seleksi jalur masuk melalui SNMPTN, SBMPTN maupun Mandiri terutama di FKIP Universitas Khairun Program Studi Pendidikan Matematika memiliki latar belakang kemampuan pengetahuan yang beragam, hal ini dimungkinkan terjadi karena mereka diajarkan oleh para guru yang berasal dari berbagai latar belakang dan keunikan yang berbeda pula. Setelah para mahasiswa ini diterima, dan belajar di Program Studi Pendidikan Matematika, maka karakteristik yang beragam inilah merupakan ciri khas yang unik sebagai komunitas pembelajar matematika dan ini menarik untuk dilakukan penelitian. Wacana tentang karakteristik yang beragam dan keunikan dari kemampuan mahasiswa yang dikemukakan di atas didukung oleh penelitian pendahuluan tentang kesulitan belajar yang dialami dalam perkuliahan Analisis Real 1 (satu), yakni kemampuan membaca dan memahami suatu bukti dan kemampuan mengkonstruksi suatu bukti yang dilakukan oleh peneliti. Di samping transisi pengetahuan dan kondisi belajar di universitas yang berbeda dengan yang mereka peroleh sewaktu di SMA, maka bagi sebagian mahasiswa perlu menyesuaikan dan memerlukan kerja keras serta kepercayaan diri agar dapat menyesuaikan ritme dan tuntutan kurikulum di perguruan tinggi terutama di Program Studi Pendidikan Matematika. Terkait dengan cara belajar, mengerjakan tugas, berdiskusi dan mengakses literatur yang mendukung perkuliahan Analisis Real dalam meningkatkan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis, maka salah satu alternatif yang ditawarkan untuk digunakan dalam meningkatkan kemampuan tersebut yakni dengan menerapkan model pembelajaran dan strategi pembelajaran yang sesuai dengan kemampuan mahasiswa untuk dapat memahami cara membuktikan lemma, teorema dan akibat (*corollary*) serta soal-soal menyangkut pembuktian. Model pembelajaran yang digunakan yaitu model *Rigorous Teaching and Learning* dengan memanfaatkan argumen informal.

A. Latar Belakang Penelitian

Isu mutakhir dalam pembelajaran saat ini di perguruan tinggi adalah bagaimana mengembangkan kemampuan berpikir matematika lanjut (*advanced mathematical thinking*) disingkat AMT, karena kemampuan berpikir matematis ini sangatlah diperlukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan tugas-tugas perkuliahan diantaranya yang berkaitan dengan pembuktian. Menurut Mason (Tall, 1991, hlm. 20) ada tiga level verifikasi *advanced mathematical thinking* (AMT) yakni: (1) Meyakinkan diri sendiri (*convince yourself*): meyakinkan mengapa suatu pernyataan bernilai benar; (2) Meyakinkan teman (*convince a friend*): meyakinkan orang lain disertai dengan argumen yang terorganisasi secara koheren; (3) Meyakinkan lawan (*convince an enemy*): meyakinkan orang lain disertai dengan argumen yang terorganisasi secara koheren, dianalisis dan diperhalus sehingga siap untuk di kritisi. Pembentukan pribadi cerdas, kritis, kreatif, berempati kepada orang lain, mampu bekerja sama, percaya diri, tangguh dan tanggap akan perubahan, serta bertanggung jawab merupakan cerminan kemampuan *advanced mathematical thinking* (AMT) yang memadai yang dimiliki oleh mahasiswa. Hal ini sesuai deskripsi jenjang Kerangka Kualifikasi Nasional Indonesia (KKNI) pada level enam diantaranya adalah menguasai konsep teoritis bidang pengetahuan tertentu secara umum dan konsep teoritis bagian khusus dalam bidang pengetahuan tersebut secara mendalam, serta mampu memformulasikan penyelesaian masalah, mampu mengambil keputusan yang tepat berdasarkan analisis informasi dan data, dan mampu memberikan petunjuk dalam memilih berbagai alternatif solusi secara mandiri dan kelompok (Peraturan Presiden RI Nomor. 8, 2012, hlm. 3), serta sejalan dengan pasal 6 ayat (2) Standar Nasional Pendidikan Tinggi diantaranya yakni penguasaan konsep, teori, metode, dan/atau falsafah bidang ilmu tertentu secara sistematis yang diperoleh melalui penalaran dalam proses pembelajaran, pengalaman kerja mahasiswa, penelitian dan/atau pengabdian kepada masyarakat yang terkait pembelajaran (Permendikbud Nomor. 49, 2014, hlm. 5).

Lebih lanjut menurut Dreyfuss, Eryvnyck & Hanna (Tall, 1991, hlm. 25-60) berpikir matematika tingkat lanjut (*advanced mathematical thinking*) adalah kemampuan yang meliputi representasi, abstraksi, hubungan representasi dan abstraksi, kreativitas matematis, dan bukti matematis (*mathematical proof*). Bukti matematis dalam beberapa mata kuliah yang diajarkan di perguruan tinggi sangatlah diperlukan, karena bukti matematis merupakan fondasi dari matematika. Hal ini terkait dengan konten dari mata kuliah Analisis Real yang sarat akan bukti matematis serta relevan dengan tujuan dari mata kuliah ini adalah melatih dan membekali mahasiswa memiliki kemampuan matematis, analisis, penalaran (*reasoning*), berpikir efektif, berpikir kritis dan kreatif. Kemampuan dalam penalaran, analisis dan kebiasaan berpikir efektif, berpikir kritis dan kreatif yang nantinya diharapkan melatih berpikir deduktif dalam melakukan analisis permasalahan serta penulisan bukti secara ketat/teliti (*rigorous*).

Penguasaan pemahaman tentang konten atau konsep-konsep dasar mata kuliah Analisis Real yang terkait dengan kegiatan pembuktian haruslah dimiliki oleh mahasiswa untuk mencapai tujuan-tujuan dari mata kuliah tersebut. Selanjutnya merujuk dari pengalaman kegiatan pembuktian tersebut, mahasiswa diharapkan memiliki motivasi dan kepercayaan diri membuktikan konsep-konsep lain yang relevan ataupun konsep yang merupakan penurunan dari konsep dasar. Kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan tugas-tugas pembuktian ini dikenal dengan istilah kemampuan pembuktian.

Kegiatan pembuktian merupakan hal yang penting dalam pendidikan matematika, terutama dalam Analisis Real yang sebagian besar materinya berupa tugas pembuktian yang terkait dengan lemma, teorema, dan akibat (*corollary*). Sebagaimana yang telah dijelaskan dalam NCTM 2000 (Mariotti, 2006, hlm. 1) bahwa penalaran dan pembuktian bukanlah aktivitas-aktivitas khusus yang dipertahankan untuk waktu-waktu tertentu atau topik-topik khusus dalam kurikulum tetapi menjadi bagian natural dari diskusi-diskusi kelas, apapun topik yang sedang dipelajari. Hal ini juga telah direkomendasikan secara eksplisit oleh (NCTM, 2003) pada standar bagian kedua yakni pengetahuan tentang penalaran

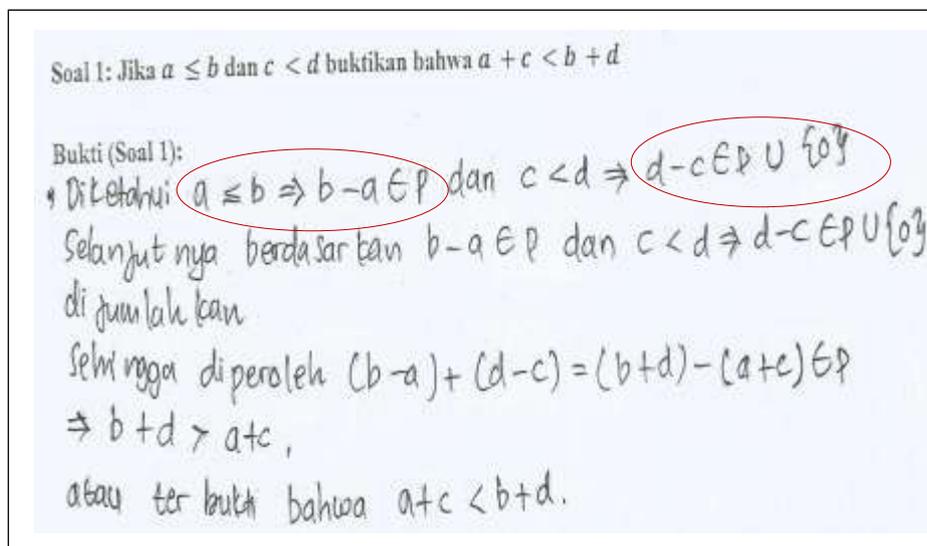
dan bukti (pembuktian), dijelaskan bahwa, peserta didik diharapkan memiliki kemampuan penalaran, membangun, dan mengevaluasi argumen matematis dan mengembangkan apresiasi untuk perhitungan dan penyelidikan matematis, dengan indikator: (1) mengenali penalaran dan bukti (pembuktian) sebagai aspek fundamental dari matematika, (2) membuat dan menyelidiki konjektur matematika, (3) mengembangkan dan mengevaluasi argumen matematika dan bukti (pembuktian), dan (4) memilih dan menggunakan berbagai jenis penalaran dan metode pembuktian.

Pfeiffer (Stavrou, 2014, hlm. 2) melakukan penelitian terhadap mahasiswa matematika tahun pertama dimana disajikan bukti matematika yang mengandung kesalahan untuk meminta mereka mengevaluasi dan mengkritik pernyataan dari bukti tersebut. Pfeiffer mencatat bahwa banyak mahasiswa diidentifikasi membuktikan menggunakan contoh tidak valid. Kemampuan pembuktian mahasiswa di tingkat pertama perguruan tinggi akan berpengaruh pada kemampuan pembuktian mereka di tingkat berikutnya. Salah satunya akan berdampak pada kemampuan pembuktian ketika mahasiswa mengambil mata kuliah Analisis Real, karena mata kuliah ini sarat dengan pembuktian, baik dalam memahami bukti ataupun mengkonstruksi bukti secara formal berdasarkan argumen informal. Kenyataan menunjukkan bahwa lemahnya kemampuan pembuktian mahasiswa dalam Analisis Real sudah menjadi fenomena yang umum terjadi dalam perkuliahan. Hal ini sejalan dengan hasil penelitian pendahuluan yang dilakukan oleh penulis pada mahasiswa jurusan Pendidikan Matematika FKIP Universitas Khairun Ternate. Penelitian pendahuluan ini dilakukan terhadap 25 mahasiswa yang telah memprogramkan mata kuliah Analisis Real 1 (satu) dan telah lulus mata kuliah tersebut. Mahasiswa tersebut adalah mahasiswa semester 7 (tujuh) tahun akademik 2011/2012 dan sedang mengikuti mata kuliah Analisis Real 2 (dua), dan mahasiswa tersebut dijadikan sebagai sampel dalam penelitian pendahuluan ini.

Tujuan dilakukan penelitian pendahuluan tersebut, penulis ingin mengetahui bagaimana pengalaman dan kesulitan belajar mahasiswa mengenai perkuliahan Analisis Real 1 (satu) yang telah mereka alami. Adapun aspek yang diukur yaitu:

(1) kemampuan membaca dan memahami suatu bukti, dan (2) Kemampuan mengkonstruksi suatu bukti. Selden dan Selden (Alcock & Inglis, 2003, hlm. 359) salah satu kegiatan penting dalam matematika adalah membaca bukti matematis dengan tujuan menentukan apakah bukti tersebut valid atau tidak, kegiatan ini ditandai sebagai validasi bukti dan ini merupakan suatu proses yang kompleks yang melibatkan evaluasi argumen, mengajukan dan menjawab pertanyaan, mengkonstruksi sub bukti, mengingat definisi dan teorema. Selden dan Selden (2003, hlm. 5) juga menyatakan bahwa mengajarkan validasi bukti dapat menjadi cara yang efektif untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa tentang bukti, akan tetapi sedikit yang diketahui tentang bagaimana kemampuan untuk memvalidasi berkaitan dengan kemampuan mengkonstruksi bukti. Validasi biasanya membutuhkan waktu lebih lama, validator mungkin mempertimbangkan seluruh bukti atau bagian dari bukti beberapa kali dan mungkin akan lebih cenderung untuk menulis beberapa catatan, memeriksa pemotongan, dan memverifikasi pembenaran.

Berdasarkan hasil penelitian pendahuluan tersebut, maka penulis akan memaparkan hasil kerja dari responden terhadap beberapa soal untuk mengungkap kesulitan-kesulitan yang dialaminya sebagai berikut:



Gambar 1.1 Hasil Kerja R₁ untuk Soal Nomor 1

Perlu dijelaskan bahwa tipe soal nomor 1 dalam penelitian pendahuluan ini dikhususkan untuk dapat mengungkap indikator dari kesulitan membaca dan memahami suatu bukti. Penulis akan menuliskan kembali soal tersebut sebagai berikut:

“Untuk menyelesaikan soal nomor. 1, Anda disilahkan membaca secara seksama contoh pembuktian yang dikemukakan, selanjutnya Anda diminta untuk membuktikan soal tersebut pada tempat yang telah disediakan. Jika tempat yang telah disediakan tidak mencukupi dalam proses pembuktian, maka Anda bisa menggunakan kertas tambahan yang telah disediakan”

Contoh: Jika $a < b$ dan $c \leq d$ buktikan bahwa $a + c < b + d$

Bukti: Diketahui $a < b \Leftrightarrow b - a \in P$ dan $c \leq d \Leftrightarrow d - c \in P \cup \{0\}$

Selanjutnya berdasarkan $b - a \in P$ dan $c \leq d \Rightarrow d - c \in P \cup \{0\}$ dijumlahkan sehingga diperoleh $(b - a) + (d - c) = (b + d) - (a + c) \in P \Leftrightarrow b + d > a + c$ atau terbukti bahwa $a + c < b + d$.

(Proses pembuktian ini untuk membantu menyelesaikan soal no. 1)

Soal 1: Jika $a \leq b$ dan $c < d$ buktikan bahwa $a + c < b + d$.

Jika ditelusuri hasil kerja dari R_1 berdasarkan indikator kesulitan membaca dan memahami suatu bukti, maka ditemui beberapa kesalahan mendasar yang semestinya tidak dilakukan oleh R_1 , diantaranya mahasiswa tersebut cenderung mengikuti langkah-langkah pembuktian sebelumnya tanpa memahami definisi yang terkandung dalam pembuktian tersebut, yakni kesalahan dalam mendefinisikan $a \leq b \Leftrightarrow b - a \in P$ dan $c < d \Leftrightarrow d - c \in P \cup \{0\}$. Namun dalam langkah selanjutnya mahasiswa tersebut melakukan hal yang benar, akan tetapi terlihat dengan jelas bahwa mahasiswa tersebut belum bisa memanfaatkan definisi untuk digunakan dalam melakukan pembuktian tersebut.

Untuk mengerjakan soal no. 2, silahkan memperhatikan definisi sebagai berikut:

Definisi: $X = (x_n)$ barisan dalam R dikatakan konvergen ke $x \in R$, atau suatu bilangan real x dikatakan limit barisan (x_n) , jika untuk setiap $\varepsilon > 0$, terdapat $K(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ sedemikian hingga untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ dengan $n \geq K(\varepsilon)$ berlaku $|x_n - x| < \varepsilon$. (Bartle & Sherbert, 2010).

Soal 2. Diketahui (x_n) barisan konvergen dan (y_n) adalah suatu barisan sedemikian sehingga untuk setiap $\varepsilon > 0$, terdapat M sedemikian hingga $|x_n - y_n| < \varepsilon$ untuk semua $n \in M$. Apakah itu berarti bahwa (y_n) konvergen?

“Untuk Soal nomor. 2, Anda disilahkan melengkapi bukti, atau Anda diperbolehkan membuktikan dengan cara Anda pada tempat yang telah disediakan. Jadi Anda hanya memilih salah satu cara untuk membuktikannya”.

Bukti (Lengkapi Bukti Soal 2):

Ambil sebarang $\varepsilon > 0$,

, $\exists N_1 \in \mathbb{N}$,

Berdasarkan asumsi, $\exists N_2 \in \mathbb{N}$,

. Dengan menggunakan sifat ketaksamaan segitiga maka,

$|y_n - x| =$

Jadi $\{y_n\} \rightarrow x$, atau berarti bahwa barisan $\{y_n\}$ konvergen.

Bukti (Soal 2):

Bukti (Lengkapi Bukti Soal 2):

Hasan
KEMAM
MELAL
ARGUM
Univer:

Ambil sebarang $\varepsilon > 0$,

$\exists N_1 \in \mathbb{N}$,

Berdasarkan asumsi, $\exists N_2 \in \mathbb{N}$,

Dengan menggunakan sifat ketaksamaan segitiga maka,

$|y_n - x| = \quad \times \quad (x_n)$

VA

Gambar 1.2 Hasil kerja R₂ untuk Soal Nomor 2

Soal nomor 2 dalam penelitian pendahuluan yang ingin diamati adalah kemampuan mengorganisasikan dan memanipulasi fakta-fakta, serta mengurutkan langkah-langkah bukti yang diberikan untuk konstruksi bukti yang valid. Nampak dari hasil kerja R₂ menunjukkan bahwa mahasiswa tersebut tidak bisa membedakan fakta yang diketahui dan yang akan digunakan serta memanipulasi fakta-fakta tersebut secara logis sehingga dapat mengkonstruksi bukti secara valid. Nampak bahwa mahasiswa sangat kesulitan mengkonstruksi bukti, walaupun telah diberikan beberapa petunjuk (*clue*) untuk mempermudah melakukan konstruksi bukti.

Banyak penelitian telah mendokumentasikan kesulitan mahasiswa jurusan matematika dalam menulis bukti (Hart, 1994, Moore, 1994, Alcock & Weber, 2010). Penelitian di bidang ini telah mengidentifikasi kesulitan tertentu yang dimiliki mahasiswa dengan menulis bukti, seperti pemahaman yang terbatas dari konsep-konsep matematika yang dipelajari (Hart, 1994) dan tidak tahu bagaimana untuk memulai ketika diminta untuk menulis bukti (Moore, 1994). Namun, persis bagaimana mahasiswa dapat dan harus menulis bukti tetap pertanyaan penting dalam pendidikan sarjana matematika. Kesulitan-kesulitan dalam melakukan kegiatan pembuktian telah diungkapkan juga dalam hasil-hasil penelitian oleh Juandi (2006), Arnawa (2007), Kusnandi (2008), Nurlaelah (2009), Yerizon (2011), Isnarto (2014), Samparadja (2014), dan Mutaqin (2016). Kesulitan-

kesulitan ini terkait dengan pengalaman belajar mahasiswa, baik itu pengalaman mereka di tingkat sekolah menengah maupun di tahun-tahun pertama perkuliahan di perguruan tinggi.

Di samping pengalaman, kesulitan pembuktian oleh mahasiswa dipengaruhi juga oleh pendekatan yang digunakan. Pendekatan yang digunakan dalam kegiatan pembuktian selama ini adalah pendekatan deduktif, yaitu pendekatan yang menggunakan metode deduktif. Metode ini merupakan metode penarikan kesimpulan berdasarkan aturan umum yang telah dijamin kebenarannya (definisi, teorema/lemma, akibat dan pembuktian teorema) untuk menjembatani premis menuju konklusi, sehingga diperoleh sebuah pernyataan matematika.

Ketika mengajarkan mata kuliah Analisis Real khususnya pada pembuktian dari suatu lemma, teorema, dan teorema akibat (*corollary*) serta soal-soal yang menyangkut bukti, kegiatan tersebut terlihat dengan jelas bahwa mahasiswa sangat kesulitan memahami beberapa bukti yang telah ditulis dalam buku teks yang digunakan, kesulitan memulai menuliskan ide awal pada saat mengkonstruksi bukti, mereka tidak tahu bagaimana memanfaatkan definisi dalam melakukan pembuktian tidak memahami menggunakan simbol, bahasa maupun notasi matematis, dan mempunyai keterbatasan argumen informal semisal intuisi yang terkait dengan lemma, teorema dan teorema akibat. Kesulitan-kesulitan dalam memahami dan mengkonstruksi bukti yang penulis maksudkan di atas, oleh penulis dilakukan penelitian pendahuluan untuk mengungkapkan secara detail dari kesulitan-kesulitan yang dimaksud. Kegiatan pembuktian yang diminta oleh mahasiswa untuk membaca dan mengkonstruksi bukti dalam mata kuliah Analisis Real, mereka dituntut untuk melakukan secara formal. Artinya, bukti-bukti tersebut diharapkan akan dimulai dengan definisi, aksioma, dan/atau asumsi yang tepat dan melanjutkan deduktif untuk mencapai kesimpulan yang diinginkan, sering ketika menggunakan sintaks logis. Meskipun bukti yang dihasilkan diperlukan untuk menjadi bukti formal, proses menghasilkan bukti ini mungkin jauh lebih ketat.

Berdasarkan pendapat tersebut dan hasil analisis penelitian pendahuluan yang dilakukan oleh penulis, maka penting sekali diupayakan pendekatan-pendekatan baru dalam kegiatan pembuktian, utamanya membaca dan memahami bukti serta mengkonstruksi bukti sehingga pendekatan tersebut bermakna bagi mahasiswa dan berdampak pada peningkatan kemampuan pembuktian mereka. Meningkatkan kemampuan pembuktian tersebut, peneliti mengajukan pendekatan tambahan dari yang dipakai selama ini dalam pembelajaran, yakni pendekatan dengan argumen informal ke bukti formal. Sebuah argumen dapat didefinisikan sebagai urutan pernyataan matematika yang bertujuan untuk meyakinkan, sedangkan argumentasi dapat dianggap sebagai sebuah proses di mana sebuah wacana matematika terhubung secara logis (Vincent, Chick dan McCrae, 2005, hlm. 281). Selanjutnya Krummheuer (Vincent, Chick dan McCrae, 2005, hlm. 281) memandang bahwa argumen secara spesifik sebagai sub-struktur dalam argumentasi kompleks atau hasil dari argumentasi. Dengan demikian dapatlah dibedakan argumentasi sebagai proses dan argumen sebagai hasil.

Adapun argumen informal didasarkan pada konsep representasi internal, menurut Goldin (1998) representasi internal dapat berupa lisan/sintaksis, imajinasi, notasi formal, strategis/heuristik atau mental afektif yang berhubungan dengan konsep. Argumen informal akan sangat berguna dan membantu siswa/mahasiswa menafsirkan konsep-konsep abstrak dalam berbagai cara dan dalam situasi tertentu.

Selain kemampuan pembuktian, kemampuan berpikir kritis perlu juga dikembangkan kepada mahasiswa, karena setiap manusia mempunyai potensi untuk berpikir secara kritis, sehingga potensi tersebut dapat dikembangkan. Menurut Scriven dan Paul (Duron, Limbach, dan Waugh, 2006, hlm. 160) menyatakan bahwa berpikir adalah proses alami, apabila dibiarkan sendiri, sering bias, terdistorsi, parsial, kurang informasi, dan berpotensi berprasangka, sehingga keunggulan dalam pikiran harus dikembangkan. Hal ini sejalan dengan pendapat Cotton (1991, hlm.10) meskipun banyak orang percaya bahwa manusia lahir dengan atau tanpa kemampuan berpikir kritis, riset telah memperlihatkan bahwa berpikir kritis dapat diajarkan dan dapat dipelajari. Lebih lanjut Scriven dan Paul

(Peter, 2012, hlm. 39) menyatakan bahwa berpikir kritis merupakan proses intelektual secara aktif yang teratur dan terampil mengkonseptualisasi, menerapkan, menganalisis, mensintesis, dan/atau mengevaluasi informasi yang dikumpulkan atau dihasilkan dari observasi, pengalaman, refleksi, penalaran, atau komunikasi sebagai panduan untuk keyakinan dan tindakan. Dengan demikian bahwa kemampuan berpikir kritis sangatlah penting untuk dilatih dan diajarkan kepada mahasiswa, karena akan sangat membantu mereka dalam belajar Analisis Real.

Kemampuan pembuktian, berpikir kritis merupakan aspek kognitif yang selalu menjadi perhatian dan kajian dalam penelitian, namun aspek afektif diantaranya *self-efficacy* juga tidak kalah urgennya mulai ditelaah oleh para peneliti, karena dengan adanya *self-efficacy* (kepercayaan diri) matematis diharapkan akan dapat meningkatkan kemampuan matematika mahasiswa. Menurut Bandura (1997a, hlm. 3) *self-efficacy* adalah suatu faktor penentu pilihan utama untuk pengembangan individu, ketekunan dalam menggunakan berbagai kesulitan, dan pemikiran mempola dan reaksi-reaksi secara emosional yang mereka alami. Lebih lanjut disebutkan bahwa *self-efficacy* dapat dibangkitkan dari diri siswa melalui empat sumber, yaitu (1) Pengalaman pribadi (*mastery experiences*), (2) Pengalaman orang lain (*vicarious experience*), (3) Pendekatan sosial atau verbal (*verbal persuasion*), (4) Indeks psikologis (*physiological states*). Untuk itu maka mahasiswa harus perlu ditanamkan sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, memiliki rasa ingin tahu, motivasi, perhatian serta sikap ulet dan percaya diri.

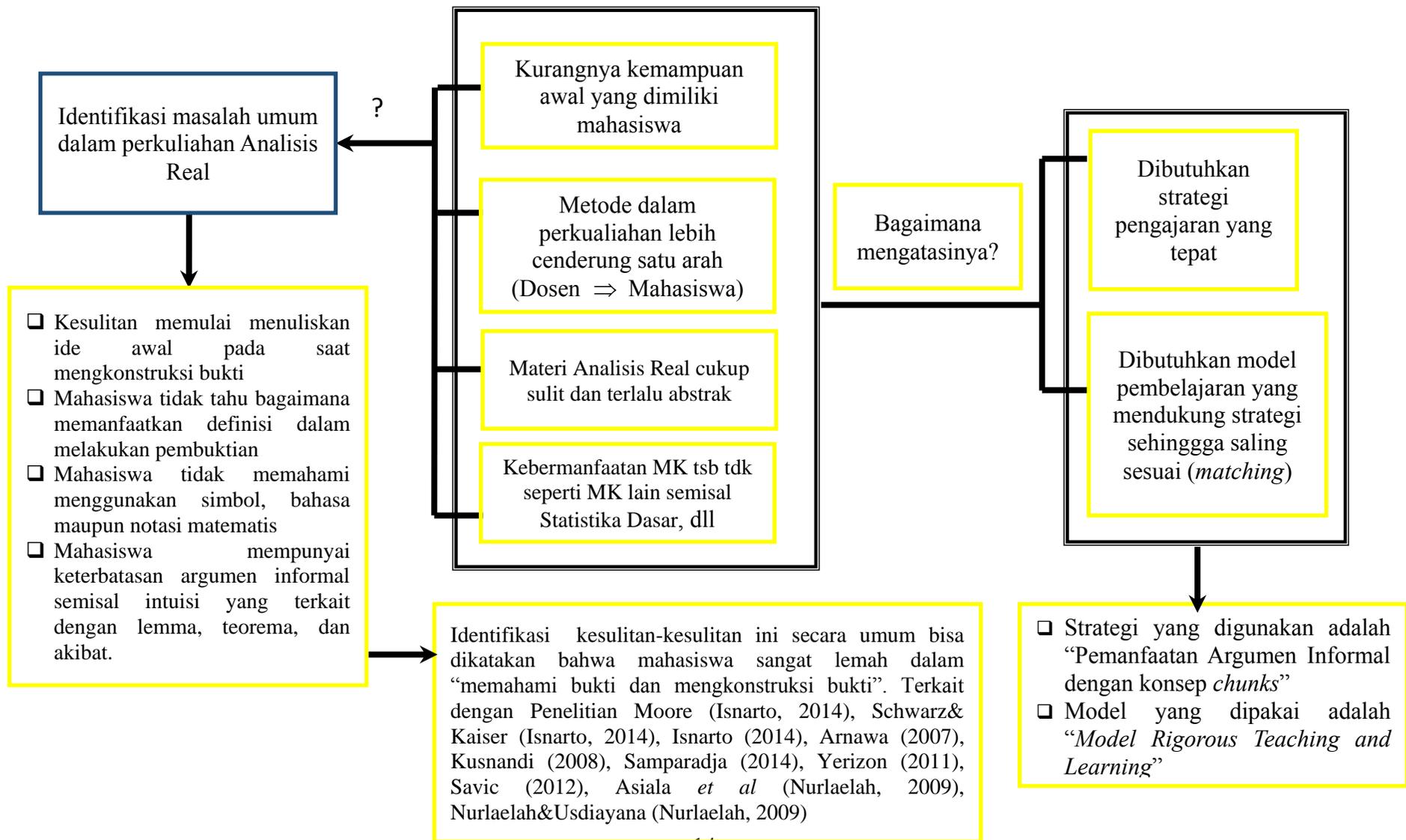
Memfasilitasi agar kemampuan pembuktian, berpikir kritis dan *self-efficacy* mahasiswa berkembang, maka diperlukan situasi belajar yang dikondisikan atau dirancang secara tepat dan bermakna, pembelajaran yang memberi kesempatan kepada mahasiswa untuk mengeksplorasi aspek kognitif dan afektif sehingga mahasiswa akan dapat memaknai dan menemukan konsep dan strategi pembuktian yang ia pelajari dalam mata kuliah Analisis Real. Model pembelajaran yang ditawarkan dalam penelitian ini adalah *Rigorous Teaching and Learning*. Rhodes (Hart, Natale, dan Starr, 2010, hlm. 2) menegaskan bahwa ada

tiga karakteristik siswa yang terlibat dalam *rigorous learning*, Hart, Natale, dan Starr (2010, hlm. 3) tentang indikator model *Rigorous Teaching and Learning*, dan Nora Reyes (2010, hlm. 6) tentang keketatan (*rigor*) akademis menunjukkan tingkat tantangan yang mengintegrasikan konten pengetahuan, berpikir tingkat tinggi, dan keterlibatan aktif, maka strategi untuk merancang pembelajaran yang ketat akan memungkinkan siswa/mahasiswa untuk berinteraksi dengan konten secara ketat, hal ini sejalan dengan yang dikemukakan oleh Jackson (2010, hlm. 60) tentang strategi pembelajaran yang ketat adalah bagaimana guru membantu siswa belajar, bagaimana untuk memanipulasi, reorganisasi, dan beradaptasi tentang apa yang mereka pelajari dengan situasi baru dan menerapkan konteks yang dipelajari.

Adapun dalam merancang suatu perkuliahan yang dapat memfasilitasi mahasiswa mengembangkan kemampuan pembuktian, berpikir kritis dan *self-efficacy* matematis, maka perlu diperhatikan karakteristik dari mata kuliah yang akan menjadi sasaran peningkatan kemampuan aspek kognitif dan afektif yang dimaksud. Menurut penulis karakteristik mata kuliah Analisis Real sangat terkait dengan kegiatan pembuktian yang memerlukan kemampuan penalaran, analisis dan kebiasaan berpikir efektif, berpikir kritis dan kreatif. Sedangkan mahasiswa yang penulis maksudkan yakni mahasiswa Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Program Studi Pendidikan Matematika yang diterima melalui jalur SNMPTN, SBMPTN dan Seleksi Mandiri. Berdasarkan peraturan Menristek No. 45 Tahun 2015 (perubahan atas peraturan No. 2 Tahun 2015) tentang penerimaan mahasiswa baru program sarjana pada perguruan tinggi negeri, pasal 2 ayat (a), (b) dan (c) yakni pola penerimaan mahasiswa baru Program Sarjana PTN meliputi: (a) SNMPTN yang dilakukan melalui seleksi berdasarkan hasil penelusuran prestasi akademik calon mahasiswa; (b) SBMPTN yang dilakukan melalui seleksi berdasarkan hasil ujian tertulis dalam bentuk cetak (*paper based testing*) atau menggunakan komputer (*computer based testing*), atau kombinasi hasil ujian tertulis dan ujian keterampilan calon mahasiswa; dan (c) Seleksi Mandiri dilakukan melalui seleksi yang diatur dan ditetapkan oleh masing-masing PTN. Selain jalur masuk perguruan tinggi, penelitian ini juga memerlukan

data KAM (kemampuan awal matematika). Hasil tes KAM ini akan sangat bermanfaat bagi mahasiswa maupun peneliti, bagi mahasiswa kemampuan awal ini diperlukan untuk membantu mereka mempelajari ide-ide pada materi atau mata kuliah yang baru, untuk peneliti data ini akan sangat membantu dalam mengelompokkan mahasiswa berdasarkan tingkatan kemampuan sehingga berimplikasi pada hasil diskusi selama proses perkuliahan maupun hasil belajarnya.

Berdasarkan uraian di atas dan kondisi riil yang penulis temukan dalam penelitian pendahuluan dan beberapa teori pendukung terhadap lemahnya terutama dalam kemampuan pembuktian mahasiswa, maka penulis akan mengemukakan desain kerangka masalah dalam gambar berikut:



Memperhatikan desain kerangka masalah yang dikemukakan sebagaimana pada Gambar 1.3, serta karakteristik mata kuliah Analisis Real yang sangat memerlukan penalaran logis yang terstruktur dan sistematis dalam membaca dan memahami suatu bukti serta mengkonstruksi bukti dengan memanfaatkan argumen informal, maka diharapkan mahasiswa akan dapat mengatasi kesulitan-kesulitan tersebut.

Berdasarkan uraian di atas, dan hasil penelitian pendahuluan yang penulis lakukan, mendorong penulis untuk melakukan penelitian dengan judul **“Kemampuan Pembuktian, Berpikir Kritis, dan *Self-Efficacy* Matematis Mahasiswa melalui Model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dengan Manfaatkan Argumen Informal”**.

B. Rumusan Masalah Penelitian

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dikemukakan di atas, maka penulis merumuskan masalah yang diteliti sebagai berikut:

1. Apakah terdapat peningkatan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real antara yang memanfaatkan argumen informal melalui model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan yang mendapat pembelajaran konvensional (PK) berdasarkan: (a) keseluruhan mahasiswa, (b) kemampuan awal matematika (KAM), (c) jalur masuk perguruan tinggi?
2. Apakah terdapat perbedaan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real antara yang memanfaatkan argumen informal melalui model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan yang mendapat pembelajaran konvensional (PK) berdasarkan: (a) keseluruhan mahasiswa, (b) kemampuan awal matematika (KAM), (c) jalur masuk perguruan tinggi?
3. Apakah terdapat pengaruh interaksi antara model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan pembelajaran konvensional (PK) serta kemampuan awal matematika (KAM) terhadap peningkatan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa?

4. Apakah terdapat pengaruh interaksi antara model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan pembelajaran konvensional (PK) serta jalur masuk perguruan tinggi terhadap peningkatan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa?
5. Bagaimanakah tingkat ketercapaian indikator kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real dengan pemanfaatan argumen informal melalui model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan model pembelajaran konvensional (PK)?
6. Bagaimanakah tingkat ketercapaian indikator kemampuan berpikir kritis matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real dengan pemanfaatan argumen informal melalui model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan model pembelajaran konvensional (PK)?
7. Bagaimanakah tingkat ketercapaian indikator kemampuan *self-efficacy* matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real dengan pemanfaatan argumen informal melalui model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan model pembelajaran konvensional (PK)?

C. Tujuan Penelitian

Merujuk pada rumusan masalah yang telah dijelaskan di atas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk:

1. Menganalisis secara komprehensif peningkatan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real antara yang memanfaatkan argumen informal melalui Model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan yang mendapat pembelajaran konvensional (PK) berdasarkan: (a) keseluruhan mahasiswa, (b) kemampuan awal matematika (KAM), (c) jalur masuk perguruan tinggi?
2. Menganalisis secara komprehensif perbedaan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real antara yang memanfaatkan argumen informal melalui Model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan yang mendapat pembelajaran

- konvensional (PK) berdasarkan: (a) keseluruhan mahasiswa, (b) kemampuan awal matematika (KAM), (c) jalur masuk perguruan tinggi?
3. Mengetahui pengaruh interaksi antara model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan pembelajaran konvensional (PK) serta kemampuan awal matematika (KAM) terhadap peningkatan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa terhadap peningkatan kemampuan pembuktian, berpikir kritis dan *self-efficacy* matematis mahasiswa.
 4. Mengetahui pengaruh interaksi antara model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan pembelajaran konvensional (PK) serta jalur masuk perguruan tinggi terhadap peningkatan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa.
 5. Menyelidiki secara menyeluruh ketercapaian indikator kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real dengan memanfaatkan argumen informal melalui Model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan model pembelajaran konvensional (PK).
 6. Menyelidiki secara menyeluruh ketercapaian indikator kemampuan berpikir kritis matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real dengan memanfaatkan argumen informal melalui Model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan model pembelajaran konvensional (PK).
 7. Menyelidiki secara menyeluruh ketercapaian indikator kemampuan *self-efficacy* matematis mahasiswa dalam pembelajaran Analisis Real dengan memanfaatkan argumen informal melalui Model *Rigorous Teaching and Learning* (RTL) dan model pembelajaran konvensional (PK).

D. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini adalah:

1. Bagi mahasiswa, dapat meningkatkan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa khususnya dalam mata kuliah Analisis Real. Selain itu secara umum meningkatkan pemahaman terhadap materi Analisis Real.

2. Bagi dosen, memberikan tambahan wawasan pengetahuan tentang strategi yang digunakan dan model perkuliahan yang dipakai dalam meningkatkan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa khususnya dalam mata kuliah Analisis Real serta dapat dijadikan bahan pembandingan dengan strategi dan model perkuliahan lainnya.
3. Bagi peneliti, dapat mengembangkan kemampuan riset khususnya dalam bidang pendidikan matematika dan hasil penelitian ini dapat dijadikan referensi oleh peneliti lainnya yang relevan.
4. Bagi penentu kebijakan, dapat dijadikan bahan masukan untuk melakukan perbaikan mutu lulusan di LPTK khususnya program studi pendidikan matematika dalam meningkatkan kemampuan pembuktian, berpikir kritis, dan *self-efficacy* matematis mahasiswa serta dapat dijadikan riset lanjutan untuk pengembangan bahan ajar dan pembelajaran di LPTK.

