

## BAB III

### METODE PCA DEA

#### 3.1. DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA)

*Data Envelopment Analysis* (DEA) merupakan metodologi non-parametrik pada *linear programming* yang menghitung rasio bobot dari *output* terhadap *input* dari masing-masing unit produksi *Decision Making Unit* (DMU) yang hasilnya dinamakan *relative efficiency score*, dengan rumus sebagai berikut:

$$\theta_k = \frac{\sum_r^t u_r y_{kr}}{\sum_i^m v_i x_{ki}} \quad (3.1)$$

Keterangan :

$u_r$  = bobot dari *output*  $r$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots, t$

$v_i$  = bobot dari *input*  $i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$y_{kr}$  = nilai dari *output* ke- $r$  suatu DMU ke- $k$

$x_{ki}$  = nilai dari *input* ke- $i$  suatu unit ke- $k$

$k$  = jenis DMU,  $k = 1, 2, 3, \dots, n$

Dalam menerapkan model pendekatan DEA, terdapat asumsi-asumsi yang mendasarinya (Ramanathan:2003) yaitu:

- a. *Decision Making Unit* (DMU) harus merupakan unit-unit yang homogenis, yaitu memiliki fungsi dan tujuan yang sama.
- b. Jumlah ukuran *Decision Making Unit* (DMU) dari unit-unit yang di sampel besarnya 2 atau 3 kali penjumlahan input dan output.

### 3.1.1. MODEL DEA-CCR (CHARNES COOPER RHODES)

Model DEA-CCR merupakan bentuk *original* dari metode *Data Envelopment Analysis* yang dikembangkan pertama kali oleh Charner, Cooper, Rhodes 1978 (Ramathan, 2003). Pada model DEA-CCR ini juga dikenal sebagai model *Constant Return to Scale* (CRS), yaitu suatu model yang berasumsi bahwa tiap *Decision Making Unit* (DMU) telah beroperasi secara optimal. Dalam model ini diperkenalkan suatu ukuran efisiensi untuk masing-masing *Decision Making Unit* (DMU) yang merupakan rasio maksimum antara *output* yang terbobot dengan *input* yang terbobot. Masing-masing nilai bobot yang digunakan dalam rasio tersebut ditentukan dengan batasan bahwa rasio yang sama untuk tiap *Decision Making Unit* (DMU) harus memiliki nilai yang kurang dari atau sama dengan satu. Dua model matematis yang digunakan yaitu :

1. Model matematis DEA-CCR primal, yaitu model utama yang dipakai untuk menghitung nilai efisiensi relatif tiap *Decision Making Unit* (DMU) dalam DEA, efisiensi *Decision Making Unit* (DMU) tertentu didefinisikan sebagai rasio antara jumlah output yang diboboti dengan jumlah input yang diboboti, yang merupakan suatu perluasan alami konsep efisiensi
2. Model matematis DEA-CCR dual, yaitu model pendukung untuk menghitung nilai efisiensi relatif suatu *Decision Making Unit* (DMU) dan mengetahui *Decision Making Unit* (DMU) mana yang dijadikan acuan untuk meningkatkan efisiensi *Decision Making Unit* (DMU) yang tidak efisien.

Berikut merupakan model matematis DEA-CCR dengan menggunakan program nonlinear untuk *Decision Making Unit* (DMU) ke-k dari sejumlah n DMU:

Fungsi tujuan :

$$\text{Max } \theta_k = \frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{kr}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ki}} \quad (3.2)$$

Dengan kendala  $\frac{\sum_{r=1}^t u_r y_{kr}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ki}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n, u_r \geq 0, r = 1, 2, \dots, t; v_r \geq$

$0, i = 1, 2, \dots, m.$  , (Boussofiane, Dyson, dan Thanassolis, 1991)

Indra Hardiyana, 2016

ANALISIS EFISIENSI PELAYANAN RUMAH SAKIT UMUM PEMERINTAH KABUPATEN/KOTA DI JAWA BARAT MENGGUNAKAN METODE PCA-DEA

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Dengan  $x_{ji}$  adalah nilai input yang diamati dengan tipe ke- $i$  dari *Decision Making Unit* (DMU) ke- $j$  dan  $x_{ji} > 0$  untuk  $i=1,2,\dots,m$  dan  $j=1,2,\dots,n$ . Demikian juga dengan  $y_{jr} > 0$  untuk  $r=1,2,\dots,t$  dan  $j=1,2,\dots,n$ .

Dalam pengukuran efisiensi relatif, model nonlinear dan *fractional* pada model (3.2) diubah kedalam bentuk *linear programming* untuk lebih memudahkan perhitungan menjadi :

Fungsi tujuan

$$\text{Max } \sum_{r=1}^t u_r y_{kr} \quad (3.3)$$

$K = \text{DMU}$  yang diteliti,  $k=1,2,3,\dots,n$

dengan kendala

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m v_i x_{kj} &= 1 & i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{r=1}^t u_r y_{jr} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ji} &\leq 0 & j = 1, 2, \dots, n \\ u_r, v_i &\geq 0 & r = 1, 2, \dots, t \end{aligned}$$

Model linear model (3.3) disebut sebagai bentuk DEA-CCR *primal*. Bentuk dari *linear programming* diatas, dapat dibawa kedalam bentuk DEA-CCR dual, berikut model dualnya :

Fungsi tujuan

$$\text{Min } \theta_k \quad (3.4)$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ji} - \theta_k x_{ki} &\leq 0 & i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{jr} &\geq y_{kr} & r = 1, 2, \dots, t \\ \lambda_j &\geq 0 & j = 1, 2, \dots, n \\ & & k = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Nilai optimal pada  $\theta_k$  model (3.4) adalah nilai efisiensi *Decision Making Unit* (DMU) ke- $k$ . Sesuai dengan teorema dual dalam program linear, besarnya  $\theta_k$  akan sama dengan nilai optimal  $\sum_{r=1}^t u_r y_{kr}$  pada model (3.3).  $\theta_k$  akan bernilai  $0 < \theta_k \leq 1$  pada model (3.4) merupakan bentuk transformasi dari  $u_r$  dan  $v_i$  pada model (3.3).  $\lambda$  adalah suatu variabel yang menunjukkan seberapa besar input dapat diturunkan dan output dapat dinaikan untuk membuat suatu *Decision Making Unit* (DMU) yang sedang di evaluasi menjadi efisien jika  $\theta_k=1$  dan semua  $\lambda_j$  yang lain adalah nol. Untuk mendapatkan efisiensi relatif semua *Decision Making Unit* (DMU), maka model (3.4) diselesaikan berulang kali sesuai dengan jumlah *Decision Making Unit* (DMU) dengan menyesuaikan  $x_{ki}$  dan  $y_{kr}$  pada model kendala sesuai *Decision Making Unit* (DMU) yang akan dianalisis.

Model (3.4) memiliki kelemahan, yaitu tidak dapat mendeteksi *Decision Making Unit* (DMU) yang nilai efisiensinya satu tetapi memiliki nilai *non-zero slack*. Sehingga digunakan model program linear untuk mendeteksi kemungkinan *non-zero slack* dengan memaksimalkan *slack-slack* yang ada sehingga diperoleh *non-zero slack* terutama pada DMU-DMU yang berada pada kondisi *weakly efficient*. Model tersebut adalah

Fungsi tujuan

$$\max(\sum_i^m S_i^- + \sum_r^t S_r^+) \quad (3.5)$$

Dengan kendala

$$\sum_j^n \lambda_j x_{ji} + S_i^- = \theta_k x_{ki}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_j^n \lambda_j y_{jr} - S_r^+ = y_{jr}, \quad r = 1, 2, \dots, t$$

$$\lambda_j, S_i^-, S_r^+ \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

Model (3.4) dan model (3.5) dapat diformulasikan menjadi model seperti berikut.

Fungsi tujuan:

$$\min \theta_k - \varepsilon(\sum_i^m S_i^- + \sum_r^t S_r^+) \quad (3.6)$$

Dengan kendala

$$\sum_j^n \lambda_j x_{ji} + S_i^- = \theta_k x_{ki}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_j^n \lambda_j y_{jr} - y_{kr} - S_r^+ = 0, \quad r = 1, 2, \dots, t$$

$$\lambda_j, S_i^-, S_r^+ \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$S_i^-$  merupakan variabel slack untuk input ke-i dan  $S_r^+$  adalah variabel slack untuk output ke-r,  $\varepsilon$  adalah bilangan real dengan nilai positif yang sangat kecil (lebih kecil dari semua bilangan real positif). Yang disebut sebagai elemen non-archimedean. Nilai  $\varepsilon$  dalam DEA ditentukan  $10^{-8}$ . Kehadiran  $\varepsilon$  dalam fungsi objektif tersebut. Secara efektif mengizinkan untuk mengoptimasi  $\theta$  terlebih dahulu sebelum variabel-variabel slacknya. Dengan demikian optimasi variabel-variabel slack tidak mempengaruhi hasil optimasi  $\theta$ . *Decision Making Unit* (DMU) dikatakan efisien pada model (3.6) jika dan hanya jika  $\theta_k = 1$ , dan semua slacknya nol ( $S_i^- = 0, S_r^+ = 0$ )

### 3.1.2. MODEL DEA-BCC (*BANKER CHARNES COOPER*)

Model DEA-BCC merupakan pengembangan dari model DEA-CCR yang dikembangkan oleh Banker et al (2012). Model ini berasumsi pada *Variable Return to Scale* (VRS) dimana ukuran *input* atau *output*. dapat menyebabkan naik turunnya nilai efisiensi. Hal ini dikarenakan bahwa pada kenyataannya tidak semua *Decision Making Unit* (DMU) dapat diasumsikan telah beroperasi secara optimal. Pada model BCC hanya menambahkan sebuah fungsi kendala pada model (3.6) yaitu  $\sum_j^n \lambda_j = 1$ . Sehingga bentuk model DEA-BCC menjadi sebagai berikut.

Fungsi tujuan

$$\min \theta_k - \varepsilon(\sum_i^m S_i^- + \sum_r^t S_r^+) \quad (3.7)$$

Dengan kendala

$$\sum_j^n \lambda_j x_{ji} + S_i^- = \theta_k x_{ki}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_j^n \lambda_j x_{jr} - y_{kr} + S_i^+ = 0, \quad r = 1, 2, \dots, t$$

$$\sum_j^n \lambda_j = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\lambda_j, S_i^-, S_r^+ \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Nilai optimal dari model DEA-BCC tidak lebih kecil dari nilai optimal pada model DEA-CCR. Hal ini dikarenakan model DEA-BCC menambahkan satu kendala pada fungsi kendalanya, sehingga daerah penyelesaiannya merupakan subset dari daerah penyelesaian untuk model DEA-CCR.

### 3.2. PCA-DEA

Analisis komponen utama (PCA) dapat diterapkan untuk menghitung efisiensi dengan pendekatan metode DEA. Ide penggabungan DEA dan PCA dikembangkan oleh Ueda dan Hoshiai (1997) dan Adler dan Golany (2000). Metode PCA diterapkan untuk semua *input* dan semua *output* secara terpisah, sehingga lebih memperkuat kekuatan DEA. Tujuan dari model PCA-DEA yaitu meningkatkan kekuatan diskriminatif dalam DEA, yang sering gagal ketika terlalu banyak *input* dan *output* dalam *Decision Making Unit (DMU)*.

Vektor acak  $X = [X_1, X_2, \dots, X_p]$  yang mempunyai korelasi matriks  $C$  dengan nilai eigen  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$  dan normalisasi vektor eigen  $I_1, I_2, \dots, I_p$ . Dapat ditulis suatu variabel baru yang merupakan kombinasi linear dari variabel asal.

$$X_{PC} = I_i^t X [I_1 X_1 + I_{2i} X_2 + \dots + I_{pi} X_p]$$

$$\text{var}(X_{pc}) = I_i^t C l_i \quad i = 1, 2, \dots, p$$

$$\text{Corelation}(X_{pc}, X_{pc}) = I_i^t C l_i \quad i = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, p$$

Komponen utama adalah kombinasi linear  $X_{PC1}, X_{PC2}, \dots, X_{PCp}$  yang tidak berkorelasi dan mempunyai varians sebesar mungkin. Dalam hal ini PCA-DEA didasarkan pada korelasi bukan pada covarian karena pengukuran variabel yang berbeda unit, sehingga tidak membutuhkan asumsi multivariat normal. (Adler dan Golany, 2000).

PCA-DEA dapat diterapkan pada metode CCR atau disebut dengan CRS yang berorientasi input. Berikut bentuk model primal dan dual PCA-CCR;

Fungsi tujuan:

$$\text{Max}_{v_0, v_{pc}, U_0, U_{pc}} U_0 Y_0^a + U_{pc} Y_{pc}^a \quad (3.8)$$

Dengan kendala;

$$V_0 X_0^a = 1$$

$$V_{pc} X_{pc}^a = 1$$

$$V_0 X_0 + V_{pc} X_{pc} - U_0 Y_0 - U_{pc} Y_{pc} \geq 0$$

$$V_{pc} L_x \geq 0$$

$$V_{pc} L_y \geq 0$$

$$V_0, U_0 \geq 0, V_{pc}, U_{pc} \text{ bebas}$$

Fungsi tujuan

$$\text{Min}_{\theta, \lambda} \theta \quad (3.9)$$

Dengan kendala :

$$Y_0 \lambda - s_0 = Y_0^a$$

$$Y_{pc} \lambda - L_y s_{pc} = Y_{pc}^a$$

$$\begin{aligned}\theta X_0^a - X_0 \ddot{e} - \sigma_0 &= 0 \\ \theta X_{pc}^a - X_{pc} \lambda - L_x \sigma_{pc} &= 0 \\ L_x^{-1} X_{pc} &\geq \sigma_{pc} \\ L_y^{-1} X_{pc} &\geq s_{pc} \\ \lambda, \theta, s_0, s_{pc}, \sigma_0, \sigma_{pc} &\geq 0\end{aligned}$$

PCA DEA juga dapat diterapkan pada metode BCC atau disebut dengan VRS yang berorientasi *input* . berikut bentuk model primal dan dual PCA-BCC:

Fungsi tujuan:

$$\max_{V_0, V_{pc}, U_0, U_{pc}} U_0 Y_0^a + U_{pc} Y_{pc}^a - u^a \quad (3.10)$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned}V_{pc} X_{pc}^a &= 1 \\ V_0 X_0 + V_{pc} X_{pc} - U_0 Y_0 - U_{pc} Y_{pc} + u^a &\geq 0 \\ V_{pc} L_x &\geq 0 \\ V_{pc} L_y &\geq 0 \\ V_0, U_0 &\geq 0 \\ U_{pc}, V_{pc}, u^a &\text{ bebas}\end{aligned}$$

Fungsi tujuan

$$\min_{\theta, \lambda} \theta \quad (3.11)$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned}Y_0 \lambda - s_0 &= Y_0^a \\ Y_{pc} \lambda - L_y s_{pc} &= Y_{pc}^a \\ \theta X_0^a - X_0 \lambda - \sigma_0 &= 0 \\ \theta X_{pc}^a - X_{pc} \lambda - L_x \sigma_{pc} &= 0\end{aligned}$$



$$L_x^{-1} X_{pc} \geq \sigma_{pc}$$

$$L_y^{-1} X_{pc} \geq s_{pc}$$

$$e\lambda = 1$$

$$\lambda, \theta, s_0, s_{pc}, \sigma_0, \sigma_{pc} \geq 0 \quad (\text{Joe zhu dan wade D.Cook,2007})$$

Keterangan :

$X_{pc}$  = data input matriks (mxn)

$Y_{pc}$  = data output matriks (rxn)

$X^a$  = input kolom vektor  $DMU_a$

$Y^a$  = output kolom vektor  $DMU_a$

$\lambda$  = vektor kolom ke-n dari bobot *Decision Making Unit* (DMU)

$\sigma$  = vektor kolom ke-m variabel slack output

$s$  = vektor kolom ke-r variabel slack output

$L_x$  = matriks koefisien PCA data input

$L_y$  = matriks koefisien PCA data output

### 3.3. TRANSFORMASI DATA NEGATIF UNTUK DEA

DEA mengasumsikan *input* dan *output* bernilai positif atau nol, akan tetapi hasil perhitungan PC bisa bernilai negatif. Menurut (Ali dan Sciford, 1990:403): permasalahan ini bisa diselesaikan dengan mentransformasi data hasil PC.

$$y'_r = y_{ij} + \pi_r \quad (3.12)$$

$$x'_r = x_{ij} + \pi_r \quad (3.13)$$

$y'_r$  = data output hasil transformasi

$x'_r$  = data input hasil transformasi

$\pi_r$  = nilai pengubah

Nilai pengubah dipilih secara acak selama mengubah data negatif menjadi data positif.

### 3.4. PENINGKATAN EFISIENSI PCA-DEA

Besar peningkatan efisiensi terlihat dari tingkat efisiensinya  $(1 - \theta)$ . Untuk melakukan peningkatan efisiensi, maka *input* dan *output* perlu diproyeksikan, dengan terlebih dahulu ditentukan nilai efisiensi dan *slack*, sehingga *Decision Making Unit* (DMU) yang tidak efisien dapat ditingkatkan. Besar perbaikan input  $\hat{x}_{io}$  dan perbaikan output  $\hat{y}_{ro}$  untuk model PCA-CCR dan model PCA-BCC dapat dihitung dari;

$$\text{Inputs: } \hat{x}_{io} = \theta x_{io} - s_i^- \quad i = 1, \dots, m \quad (3.14)$$

$$\text{Outputs: } \hat{y}_{ro} = \theta y_{ro} + s_i^+ \quad i = 1, \dots, s \quad (3.15)$$

Dengan  $\hat{x}_{io}$  input optimal pada DMU ke-k dan  $\hat{y}_{ro}$  adalah output pada DMU ke-k.

(Ozcan: 2014)

### 3.5. VARIABEL PENELITIAN

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini didasarkan pada laporan Rumah Sakit kabupaten/kota pemerintah yang ada di propinsi Jawa Barat. Pengelompokan variabel meliputi:

1. Tenaga Medik Dasar ( $X_1$ ) yaitu jumlah dokter umum dan dokter gigi.
2. Tenaga Medik Spesialis ( $X_2$ ) yaitu jumlah dari dokter ahli bedah, dokter ahli penyakit dalam, dokter ahli anak, dan dokter ahli obyn, dokter spesialis anesthesiologi, dokter spesialis radiologi, dan jumlah tenaga medik spesialis lainnya.
3. Tenaga Paramedis dan Tenaga Kesehatan Lain ( $X_3$ ) yaitu jumlah bidan, perawat dan tenaga kesehatan lainnya.

4. Tenaga Non Medis ( $X_4$ ) yaitu jumlah dari staff lainnya yang meliputi lulusan dari SMP, SMA, Diploma, Sarjana dan lulusan lainnya.
5. Kapasitas Tempat Tidur ( $X_5$ ) yaitu jumlah tempat tidur.
6. Pasien Rawat Jalan ( $Y_1$ ) yaitu jumlah pasien rawat jalan.
7. Pasien Rawat Inap ( $Y_2$ ) yaitu jumlah pasien rawat inap.

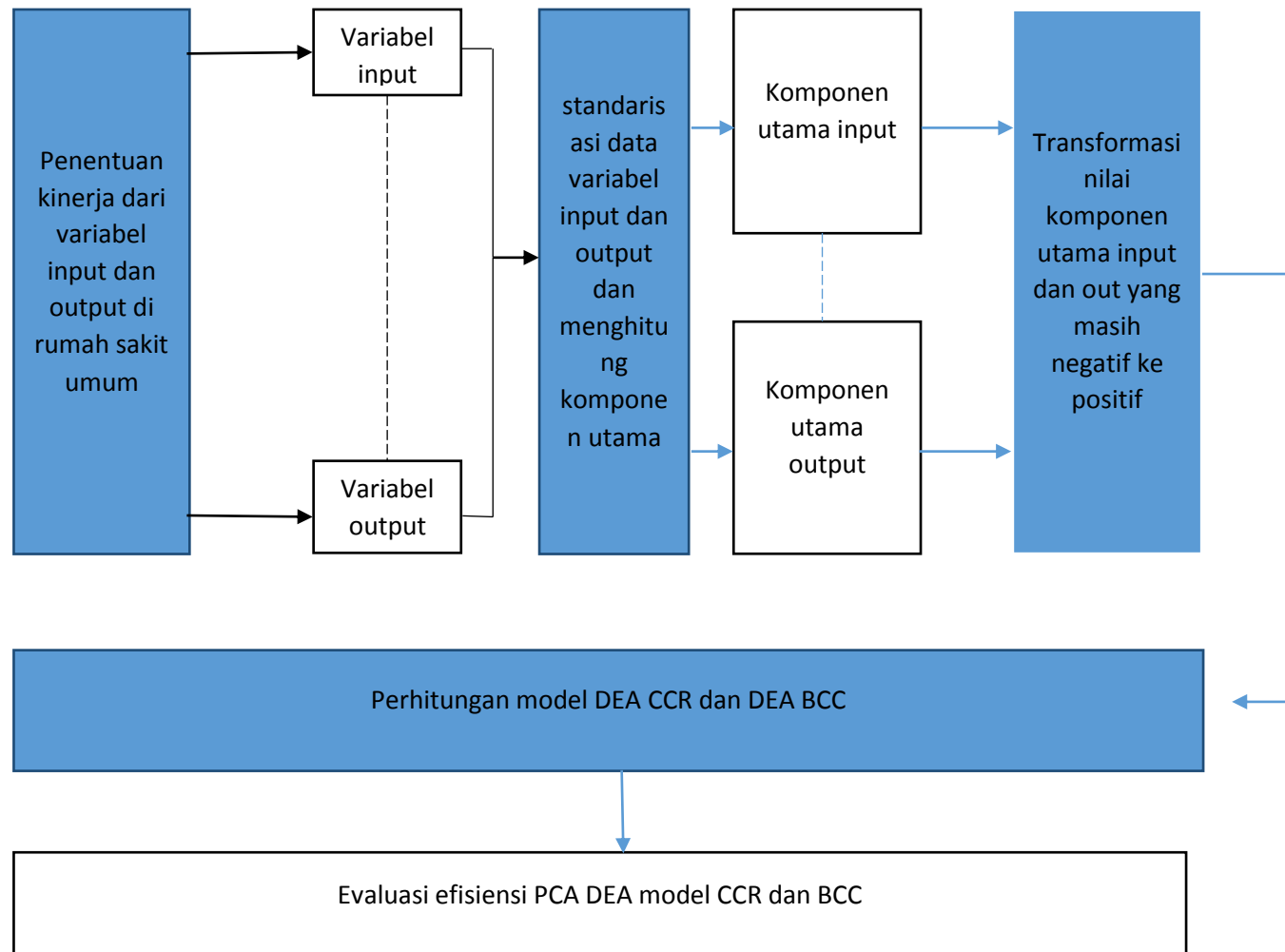
### 3.6. LANGKAH ANALISIS

Langkah analisis yang digunakan dalam penelitian ini melalui tahap-tahap sebagai berikut merujuk pada metode analisis (Chen,2015:4):

1. Menentukan variabel input dan variabel output
2. Mentransformasi data awal kedalam bentuk standar dengan menggunakan rerata dan variansnya.
3. Uji korelasi  
Uji korelasi dilakukan untuk mengetahui apakah antara variabel yang satu dengan yang lain mempunyai hubungan yang saling berkaitan. Penyelesaian uji korelasi ini diselesaikan dengan bantuann *software* MINITAB 16.
4. Perhitungan komponen utama dari variabel input dan output /*Principal Component* (PC). Perhitungan ini diselesaikan dengan MINITAB 16.
5. Pengolahan PCA-DEA input-oriented  
Model yang digunakan adalah model PCA-CCR dan model PCA-BCC, pembentukan model PCA-CCR dan PCA-BCC hampir sama dengan pembentukan model DEA-CCR dan DEA-BCC, perbedaanya adalah data yang digunakan pada model PCA-DEA yaitu berupa data baru berupa komponen utama /*Principal Component* (PC). Hasil data baru tersebut diperoleh dengan menggunakan metode PCA (*Principal Component Analysis*). Dalam penelitian ini hasil dari PCA yang negatif di transformasi menjadi data yang positif terlebih dahulu. Perhitungan ini di selesaikan dengan bantuan software pemodelan matematik LINGGO 15.

#### 6. Menganalisis hasil efisiensi

Menganalisis hasil efisiensi PCA-DEA pada pelayanan kesehatan rumah sakit umum dan menghitung proyeksi perbaikan untuk rumah sakit yang belum efisien dengan bantuan slack dari perhitungan sebelumnya.



**Gambar 3.1 Alur Penelitian Analisis Efisiensi PCA-DEA Pada Rumah Sakit**