

BAB V PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dalam skripsi ini, dapat disimpulkan beberapa hal di antaranya:

1. Semigrup bebas \mathcal{F}_n pada himpunan berhingga A merupakan himpunan *non commuting word* di mana untuk setiap *word*-nya dibangun oleh elemen-elemen pada A . Operasi pada semigrup bebas didefinisikan oleh *concatenation* $*$, yaitu

$$(a_1 a_2 \dots a_n) * (b_1 b_2 \dots b_m) = a_1 a_2 \dots a_n b_1 b_2 \dots b_m.$$

untuk $a_i, b_i \in A$ dan $n, m \in \mathbb{N}$.

2. Aljabar semigrup bebas \mathfrak{S} adalah aljabar *WOT-closed* yang dibangun oleh elemen pada semigrup bebas \mathcal{F}_n , di mana tiap generatornya dipetakan ke isometri sehingga aljabar semigrup bebas \mathfrak{S} dibangun oleh n -tuple isometri (S_1, \dots, S_n) dengan range yang *pairwise orthogonal*.
3. Aljabar Cuntz \mathcal{O}_n merupakan aljabar- \mathcal{C}^* yang dibangun oleh isometri (S_1, \dots, S_n) dengan range yang *pairwise orthogonal*. Aljabar- \mathcal{C}^* universal dari \mathcal{F}_n adalah aljabar Cuntz \mathcal{O}_n .
4. Representasi atomik dari semigrup bebas \mathcal{F}_n adalah salah satu kelas representasi dari aljabar semigrup bebas. Sebuah n -tuple isometri (S_1, \dots, S_n) dikatakan atomik jika terdapat sebuah basis ortonormal $\{\xi_k\}$ dari ruang Hilbert H , sedemikian sehingga terdapat endomorfisma $\pi_i: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ (di mana $1 \leq i \leq n$) dan skalar $\lambda_{i,k} \in \mathbb{T}$ yang memenuhi

$$S_i \xi_k = \lambda_{i,k} \xi_{\pi_i(k)}.$$

Selanjutnya representasi dari \mathcal{F}_n yang berkorespondensi dengan isometri atomik bebas dikatakan representasi atomik. Aljabar semigrup bebas atomik adalah aljabar *WOT-closed* \mathfrak{A} yang dibangun oleh himpunan isometri atomik bebas. Davidson dan Pitts (1999) mengklasifikasikan kelas pada representasi atomik menjadi 3: representasi *left-regular* λ ; representasi *tail*, yang ditentukan oleh *word* tak hingga x pada generator dari \mathcal{F}_n ; representasi *ring*, yang ditentukan oleh *word* u pada \mathcal{F}_n dan skalar modulus 1.

Representasi atomik secara umum merupakan *direct sum* dari ketiga kelas representasi tersebut yang ireduisibel.

5.2 Rekomendasi

Dalam skripsi ini, dibahas konsep aljabar semigrup bebas serta salah satu representasinya, yaitu representasi atomik dari semigrup bebas \mathcal{F}_n , namun belum membahas sifat *hyper-reflexivity* dari aljabar semigrup bebas. Penulis berharap kajian ini dapat dijadikan sebagai sarana pembelajaran serta bahan pertimbangan dalam penelitian selanjutnya.