BAB 3

METODE PENELITIAN

3.1 Metode *Fuzzy Time Series* yang dikembangkan oleh Song dan Chissom

Song dan Chissom merupakan orang yang pertama kali memperkenalkan teori *fuzzy time series* yaitu dalam peramalan banyak pendaftar pada Universitas Alabama. Metode yang digunakan adalah model *time-invariant*. Berikut adalah algoritma dari metode yang dikembangkan oleh Song dan Chissom:

1. Definisikan himpunan semesta $U = [D_{min}, D_{max}]$
2. Partisikan himpunan semesta U menjadi beberapa interval dengan panjang yang sama $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$. Definisikan himpunan *fuzzy* A_i dari himpunan semesta berdasarkan interval partisi yang dibuat u_i , dengan aturan:
 A_1 = sangat sangat rendah, A_2 =sangat rendah, A_3 =rendah, dan seterusnya sehingga himpunan *fuzzy* didefinisikan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{a_{11}}{u_1} + \frac{a_{12}}{u_2} + \dots + \frac{a_{1n}}{u_n} \\
 A_2 &= \frac{a_{21}}{u_1} + \frac{a_{22}}{u_2} + \dots + \frac{a_{2n}}{u_n} \\
 &\vdots \\
 A_k &= \frac{a_{k1}}{u_1} + \frac{a_{k2}}{u_2} + \dots + \frac{a_{kn}}{u_n}
 \end{aligned}$$

Dimana $a_{ij} \in [0,1]$, $1 \leq i \leq k$ dan $1 \leq j \leq n$. Nilai dari a_{ij} menunjukkan derajat keanggotaan dari u_j dalam himpunan *fuzzy* A_i . Penentuan derajat untuk masing-masing A_i ($i = 1, 2, \dots, m$) yaitu jika keanggotaan maksimum dari suatu data didalam A_k maka nilai fuzzifikasinya dikatakan sebagai A_k . Karena untuk mendapatkan nilai keanggotaan dalam metode ini menggunakan pendekatan fungsi keanggotaan segitiga maka diperoleh Himpunan *Fuzzy* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{u_1} + \frac{0,5}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \dots + \frac{0}{u_n} \\
 A_2 &= \frac{0,5}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{0,5}{u_3} + \dots + \frac{0}{u_n} \\
 &\vdots \\
 A_n &= \frac{0}{u_1} + \dots + \frac{0,5}{u_{n-1}} + \frac{1}{u_n}
 \end{aligned}$$

3. Fuzifikasikan data historis dimana jika data $x \in u_i$ maka x diubah menjadi himpunan *fuzzy* A_i dimana u_i memiliki nilai keanggotaan maksimum.
4. Bentuklah relasi *fuzzy* dari hasil fuzifikasi dimana $R_i = A_s^T \times A_q$, dan untuk setiap k relasi $A_s \rightarrow A_q$, $R = \bigcup_{i=1}^k R_i$, dimana $\times$ adalah operator minimum.
5. Ramalkan output dalam bentuk himpunan *fuzzy* dan defuzzifikasi output peramalan.
6. Menentukan grup relasi logika *fuzzy* yang akan digunakan untuk peramalan berdasarkan A_{i-1} pada tahun sebelumnya yang diketahui dengan persamaan. Jika $A_{i-1} = A_j$ maka $R_i = R_j$, dengan menggunakan definisi dari model peramalan komposit

$$A_i^* = A_{i-1} \circ R_i$$

Dimana A_i adalah selisih yang akan diramalkan pada tahun ke “ i ” dalam artian himpunan *fuzzy*.

Setelah output peramalan dalam bentuk himpunan *fuzzy* akan dilakukan defuzzifikasi untuk memperoleh nilai selisih peramalan, langkah-langkah defuzzifikasi adalah sebagai berikut:

- a. Jika nilai keanggotaan outputnya adalah 0, maka $z = 0$
- b. Jika nilai keanggotaan outputnya memiliki 1 maximum, maka titik tengah interval dimana nilai ini dicapai adalah z .
- c. Jika nilai keanggotaan dari outputnya memiliki lebih dari 2 maximum yang berurutan, maka titik tengah interval dimana nilai ini dicapai adalah z .
- d. Jika outputnya selain dari hal tersebut maka digunakan Metode *Centroid* Defuzzifikasi hasil peramalan A_i .

3.2 Metode *Fuzzy Time Series* yang dikembangkan oleh Chen

Metode Song dan Chisom memiliki perhitungan yang rumit pada langkah 4 dan 5 dimana dalam perhitungannya menggunakan operasi matriks yang kompleks walupun pada akhirnya defuzzifikasinya sama. Sehingga Chen mengembangkan metode yang lebih sederhana dari pada metode sebelumnya, perhitungan langkah 4 dan 5 di metode Song dan Chissom, tidak dipergunakan melainkan setelah membentuk grup relasi *fuzzy* langsung dilakukan fuzzifikasi dengan menggunakan operasi aritmatika sederhana, dengan tahap sebagai berikut:

1. Partisikan himpunan semesta U menjadi beberapa interval dengan panjang yang sama.
2. Definisikan himpunan *fuzzy*.
3. Fuzzifikasi data historis.
4. Bentuk *fuzzy* relasinya dan menetapkan grup relasi *fuzzy*.
5. Defuzzifikasi hasil peramalan, dengan aturan sebagai berikut :

Misalkan $F(t)$ adalah data yang akan diramalkan dimana $F(t - 1) = A_j$, maka:

- 1) Jika hanya terdapat satu relasi grup *fuzzy* dari A_j yaitu $A_j \rightarrow A_s$, maka $F(t) = A_s$ dimana defuzzifikasinya adalah nilai tengah dari interval dimana memiliki nilai keanggotaan maksimum pada A_s .
- 2) Jika A_j tidak memiliki relasi maka defuzzifikasi $F(t)$ diperoleh dari nilai tengah interval yang memiliki nilai keanggotaan maksimum pada A_j .
- 3) Jika terdapat lebih dari satu relasi grup *fuzzy* dari A_j yaitu $A_j \rightarrow A_{k1}, A_{k2}, \dots$ maka defuzzifikasi $F(t)$ diperoleh dari rata-rata nilai tengah dari masing-masing interval yang memiliki nilai keanggotaan maksimum pada masing-masing $A_{k1}, A_{k2}, \dots$.

3.3 Metode *Fuzzy Time Series* Berdasarkan Selisih Data Historis pada Metode Chen

Dalam melakukan Defuzzifikasi hasil peramalan, Shyi-Ming Chen dan Chia-Ching Hsu telah mengembangkan metode baru yang ditulis dalam

jurnalnya “A New Method to Forecast Enrollments Using Fuzzy time series” pada tahun 2004, dengan aturan sebagai berikut:

Proses yang dilakukan sebelum peramalan pada dasarnya serupa dengan metode-metode yang sudah ada. Berikut adalah tahap-tahap dalam peramalan pada metode yang diajukan pada skripsi ini.

1. Fuzifikasi data historis

Proses yang dilakukan pada tahap ini sama seperti metode-metode yang sudah ada pada metode *fuzzy time series*, yaitu:

- Mendefinisikan interval himpunan semesta $U = [D_{min}, D_{max}]$ yang memuat semua data historis.
- Membagi U menjadi beberapa bagian interval dengan panjang yang sama berdasarkan pertimbangan penulis atas dasar kemudahan.
- Mendefinisikan himpunan *fuzzy* pada U yang nilai linguistiknya didasarkan pada interval partisi u_i , yaitu A_i merupakan himpunan *fuzzy* untuk nilai linguistik pada u_i sehingga dapat dituliskan

$$A_i = \sum_{j=1}^n \frac{f(u_j)}{u_j}$$

Dimana

$$f(u_j) = 1 \text{ untuk } j = i,$$

$$f(u_j) = 0,5 \text{ untuk } j = i - 1 \text{ dan } j = i + 1$$

$$f(u_j) = 0 \text{ untuk } j \text{ lainnya.}$$

- Fuzifikasi data historis berdasarkan interval data historis tersebut berada, yang memiliki nilai fungsi keanggotaan 1, yaitu $y(t)$ dapat difuzifikasi menjadi A_i jika $y(t) \in u_i$, dimana $f(u_i) = 1$ pada A_i . Dalam hal ini *fuzzy* untuk $y(t)$ dituliskan sebagai $F(t) = A_i$.

2. Membentuk grup relasi logika *fuzzy*

Tujuan dari pembentukan grup relasi ini adalah melihat tren dari relasi yang terhubung pada masing-masing himpunan *fuzzy* dari data historis. Berikut adalah prosesnya.

- Membentuk relasi logika *fuzzy*, yaitu menghubungkan himpunan *fuzzy* $F(t - 1) \rightarrow F(t)$ untuk setiap t atau dengan kata lain jika A_i merupakan *fuzzy* $F(t - 1)$ dan A_j merupakan *fuzzy* $F(t)$, maka $A_i \rightarrow A_j$.
- Membentuk grup relasi logika *fuzzy*, yaitu jika $A_i \rightarrow A_{j1}$ kemudian pada historis lain $A_i \rightarrow A_{j2}$, lalu $A_i \rightarrow A_{j3}$, atau seterusnya jika ada, maka grup relasi *fuzzy* untuk A_i dapat dituliskan sebagai $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jn}$

3. Meramalkan

Untuk melakukan peramalan pada waktu ke- t , maka diperlukan tren relasi himpunan *fuzzy* dari waktu ke- $(t - 1)$, yaitu jika pada waktu ke- $(t - 1)$ himpunan *fuzzy* dari data historis adalah A_i , kemudian tren relasinya (grup relasi logika *fuzzy*) adalah $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jn}$, maka data historis untuk tahun ke- t merupakan hasil defuzzifikasi dari salah satu aturan berikut:

- 1) Jika nilai mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ lebih besar dari panjang interval partisi, maka data peramalan tahun ke- t adalah rata-rata dari setiap titik $\frac{3}{4}$ dari interval $u_{j1}, u_{j2}, \dots, \text{dan } u_{jn}$, misalkan titik-titik $\frac{3}{4}$ tersebut adalah $b_{j1}, b_{j2}, \dots, \text{dan } b_{jn}$, yaitu

$$y'(t) = \frac{b_{j1} + b_{j2} + \dots + b_{jn}}{n}$$

- 2) Jika nilai mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ sama dengan panjang interval partisi, maka data peramalan tahun ke- t adalah rata-rata dari setiap titik $\frac{1}{2}$ dari interval $u_{j1}, u_{j2}, \dots, \text{dan } u_{jn}$, misalkan titik-titik $\frac{1}{2}$ tersebut adalah $m_{j1}, m_{j2}, \dots, \text{dan } m_{jn}$, yaitu

$$y'(t) = \frac{m_{j1} + m_{j2} + \dots + m_{jn}}{n}$$

- 3) Jika nilai mutlak selisih data tahun (t-1) dan (t-2) lebih kecil dari panjang interval partisi, maka data peramalan tahun ke-t adalah rata-rata dari setiap titik $\frac{1}{4}$ dari interval $u_{j1}, u_{j2}, \dots, \text{dan } u_{jn}$, misalkan titik-titik $\frac{1}{4}$ tersebut adalah $k_{j1}, k_{j2}, \dots, \text{dan } k_{jn}$, yaitu

$$y'(t) = \frac{k_{j1} + k_{j2} + \dots + k_{jn}}{n}$$

3.4 Algoritma Metode *Fuzzy Time Series* dengan Faktor Pendukung

Metode *fuzzy time series* dengan faktor pendukung dikemukakan pertama kali oleh Chen C. D. dan Chen S. M. pada tahun 2009. Metode tersebut merupakan pengembangan dari metode yang telah dikemukakan oleh Song dan Chissom serta metode yang dikemukakan oleh Chen S. M. Perbedaan dari metode ini dengan metode sebelumnya adalah terletak pada keterlibatan faktor pendukung. Faktor pendukung yang digunakan tentunya harus memiliki hubungan yang cukup erat dengan faktor utama baik itu berbanding lurus ataupun berbanding terbalik. Hubungan yang dilihat adalah trend persentase kenaikan (variasi) nilai data historik faktor pendukung dengan trend persentase kenaikan nilai data historik faktor utama. Pada tahapannya, peramalan dengan menggunakan metode ini membutuhkan enam tahap meliputi: (1) fuzzifikasi data historik utama ; (2) mengkonstruksi grup relasi logika *fuzzy* data utama; (3) fuzzifikasi variasi data historik utama dan pendukung ; (4) mengkonstruksi grup relasi logika *fuzzy* antara variasi pendukung dengan variasi utama; (5) menghitung bobot dari fuzzy variasi faktor pendukung; (6) melakukan peramalan.

1. Fuzzifikasi Data Historik Utama

Definisikan himpunan semesta U , dimana $U=[D_{\min}-D_1, D_{\max}+D_2]$. Dimana $D_{\min}$ adalah data terkecil dan $D_{\max}$ adalah data terbesar dari data historik faktor utama. Dan D_1 , D_2 adalah dua bilangan real untuk mempermudah pembagian interval U . Bagi U menjadi beberapa interval

dengan panjang yang sama misalkan $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$. Definisikan bentuk linguistik A_i yang direpresentasikan oleh himpunan *fuzzy* sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{U_1} + \frac{0,5}{U_2} + \frac{0}{U_3} + \dots + \frac{0}{U_n} \\
 A_2 &= \frac{0,5}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \frac{0,5}{U_3} + \dots + \frac{0}{U_n} \\
 A &= \frac{0}{U_1} + \frac{0,5}{U_2} + \frac{1}{U_3} + \frac{0,5}{U_4} + \dots + \frac{0}{U_n} \\
 &\vdots \\
 A &= \frac{0}{U_1} + \dots + \frac{0}{U_{n-2}} + \frac{0,5}{U_{n-1}} + \frac{1}{U_n}
 \end{aligned}$$

Fuzzifikasi setiap data historik dari faktor utama menjadi himpunan *fuzzy* yang telah didefinisikan sebelumnya. Jika data historik dari faktor utama anggota interval u_i dan nilai keanggotaan $\max A_i$ terjadi pada saat u_i maka data tersebut difuzzifikasi oleh A_i .

2. Bentuk Grup Relasi Logika *Fuzzy* Data Historik Utama

Konstruksi relasi logika *fuzzy* dari data historik yang telah menjadi himpunan *fuzzy*. jika *fuzzy* dari data ke $n - 1$ adalah A_i dan *fuzzy* dari data ke n adalah A_j , maka relasi logika *fuzzy* nya adalah $A_i \rightarrow A_j$.

Bentuk grup relasi logika *fuzzy* dimana jika $A_i \rightarrow A_{j1}, A_i \rightarrow A_{j2}, \dots, A_i \rightarrow A_{jn}$ maka grupnya adalah $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jn}$

3. *Fuzzy*fikasi Variasi Data Historik Utama dan Variasi Data Historik Faktor Pendukung

Sebelum memastikan data historik faktor pendukung yang dipilih maka harus diuji korelasi antara faktor pendukung dengan data utama. Hal ini bertujuan untuk memastikan faktor pendukung memiliki pengaruh besar terhadap data historik utama. Untuk itu diperlukan uji regresi sederhana dengan variabel bebas adalah faktor pendukung dan variabel terikat adalah faktor utama, Bentuk variasi dari data historik faktor utama dengan rumusan dimana variasi var_t pada hari t adalah

$$var_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \times 100\% \quad \dots(3.5)$$

Untuk nilai variasi dari faktor pendukung adalah :

$var = varF$ jika faktor pendukungnya adalah F

Berikutnya sama seperti data historis utama variasi-variasi tersebut dilakukan fuzzyfikasi sebagai berikut:

- a) Definisikan himpunan semesta $V=[Varmin , Varmax]$ yang memuat semua variasi data historik utama. Nilai $Varmin = -\infty$ jika minimum variasi pendukung lebih kecil dan $Varmax = \infty$ jika maksimum variasi pendukung lebih besar
- b) Bagi V menjadi beberapa interval dengan panjang yang sama misalkan $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$
- c) Definisikan Himpunan fuzzy $B_i = \frac{\sum f_i(t)}{v_i}$ dimana $f_i(t)$ bernilai 1 jika

v_i anggota B_i dan 0 jika bukan, yaitu

$$B_1 = \frac{1}{v_1} + \frac{0,5}{v_2} + \frac{0}{v_3} + \dots + \frac{0}{v_n}$$

$$B_2 = \frac{0,5}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{0,5}{v_3} + \dots + \frac{0}{v_n}$$

$$B = \frac{0}{v_1} + \frac{0,5}{v_2} + \frac{1}{v_3} + \frac{0,5}{v_4} + \dots + \frac{0}{v_n}$$

⋮

$$B = \frac{0}{v_1} + \dots + \frac{0}{v_{n-2}} + \frac{0,5}{v_{n-1}} + \frac{1}{v_n}$$

- d) Fuzzifikasi variasi data historik utama, yaitu $Z_i = B_i$ jika Z_i anggota V_i yang memiliki $f_i(t) = 1$, begitupun untuk variasi pendukung.

4. Bentuk Grup Relasi Logika Fuzzy antara Variasi Data Historik Utama dan Faktor Pendukung

- a) Bentuk relasi logika fuzzy $B_i \rightarrow B_j$ dimana B_i fuzzy dari variasi pendukung $F(t - 1)$ dan B_j fuzzy dari variasi utama $F(t)$.

- b) Bentuk grup relasi logika *fuzzy* dimana jika $B_i \rightarrow B_{j_1}, B_i \rightarrow B_{j_2}, \dots, B_i \rightarrow B_{j_n}$ maka grupnya adalah $B_i \rightarrow B_{j_1}, B_{j_2}, \dots, B_{j_n}$.

5. Hitung beban dari *fuzzy* Variasi Data Historik Faktor Pendukung

- a) Jika grup relasi *fuzzy* variasi $B_i \rightarrow B_{j_1}, B_{j_2}, \dots, B_{j_n}$, hitung banyaknya indeks jk yang lebih kecil dari i , yang sama dengan i , dan yang lebih besar dari i .
- b) Hitung beban dari B_i , dengan perhitungan: $W_{B_{i1}}$ = persentase banyak indeks yang lebih kecil, $W_{B_{i2}}$ = persentase banyak indeks yang sama dengan, dan $W_{B_{i3}}$ = persentase banyak indeks yang lebih besar.

6. Peramalan

- a) Untuk meramalkan waktu ke- t , perhatikan *fuzzy* data utama dan variasi pendukung waktu ke- $(t - 1)$, berturut-turut misalkan A_i dan B_i .
- b) Jika grup relasi *fuzzy* dari A_i adalah $A_i \rightarrow A_{j_1}, \dots, A_{j_n}$, misalkan $L_{j_1}, \dots, L_{j_n}$ batas bawah interval pada $A_{j_1}, \dots, A_{j_n}$, kemudian $M_{j_1}, \dots, M_{j_n}$ titik tengah interval pada $A_{j_1}, \dots, A_{j_n}$, dan $K_{j_1}, \dots, K_{j_n}$ batas atas interval pada $A_{j_1}, \dots, A_{j_n}$.

Jadi, nilai peramalan untuk waktu ke- t adalah

$$F(t) = \frac{WB_{i1}(L_{j_1} + \dots + L_{j_n}) + WB_{i2}(M_{j_1} + \dots + M_{j_n}) + WB_{i3}(K_{j_1} + \dots + K_{j_n})}{n} \dots (3.6)$$

3.5 Metode *Fuzzy Time Series* Berdasarkan Selisih Data Historis pada Metode Chen dengan Faktor Pendukung

Metode ini merupakan metode yang akan digunakan pada skripsi ini, yang merupakan penggabungan antara Chen pada tahun 2004 yaitu berdasarkan selisih data historis dan Chen pada tahun 2009 yaitu menggunakan faktor pendukung. Untuk itu prosesnya serupa dengan yang telah dijelaskan pada subbab sebelumnya. Sebagian besar proses yang

digunakan didasarkan pada metode Chen pada tahun 2009. Namun pada proses akhir peramalannya menggabungkan antara metode Chen pada tahun 2004 dan metode Chen pada tahun 2009. Berikut adalah proses dari metode tersebut.

1. Fuzzifikasi data historik utama
2. Bentuk Grup Relasi Logika *Fuzzy* Data Historik Utama
3. Fuzzifikasi Variasi Data Historik Utama dan Variasi Data Historik Faktor Pendukung
4. Bentuk Grup Relasi Logika *Fuzzy* antara Variasi Data Historik Utama dan Faktor Pendukung
5. Hitung beban dari *fuzzy* Variasi Data Historik Faktor Pendukung
6. Peramalan
 - a) Untuk meramalkan waktu ke- t , perhatikan *fuzzy* data utama dan variasi pendukung waktu ke- $(t - 1)$, berturut-turut misalkan A_i dan B_i . Jadi, nilai peramalan untuk waktu ke- t adalah

$$F(t) = \frac{WB_{cl}(\hat{L}_{j1} + \dots + \hat{L}_{jn}) + WB_{cs}(\hat{M}_{j1} + \dots + \hat{M}_{jn}) + WB_{cm}(\hat{K}_{j1} + \dots + \hat{K}_{jn})}{n}$$

...(3.7)

Tidak seperti pada metode Chen pada tahun 2009, nilai $\hat{L}_{ji}$, $\hat{M}_{ji}$, dan $\hat{K}_{ji}$ didasarkan pada kriteria berikut :

- 1) Jika nilai mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ lebih besar dari panjang interval partisi, maka $\hat{L}_{ji}$ merupakan titik tengah dari interval pada himpunan Fuzzy A_i , $\hat{M}_{ji}$ merupakan titik $\frac{3}{4}$ dari interval pada himpunan Fuzzy A_i , dan $\hat{K}_{ji}$ merupakan batas atas dari interval pada himpunan Fuzzy A_i .
- 2) Jika nilai mutlak selisih data tahun $(t-1)$ dan $(t-2)$ sama dengan dari panjang interval partisi, maka $\hat{L}_{ji}$ merupakan titik $\frac{1}{4}$ dari interval pada himpunan Fuzzy A_i , $\hat{M}_{ji}$ merupakan titik $\frac{1}{2}$ dari interval pada

himpunan Fuzzy A_i , dan $\hat{K}_{ji}$ merupakan titik $\frac{3}{4}$ dari interval pada himpunan Fuzzy A_i .

- 3) Jika nilai mutlak selisih data tahun (t-1) dan (t-2) lebih kecil dari panjang interval partisi, maka $\hat{L}_{ji}$ merupakan batas bawah dari interval pada himpunan Fuzzy A_i , $\hat{M}_{ji}$ merupakan titik $\frac{1}{4}$ dari interval pada himpunan Fuzzy A_i , dan $\hat{K}_{ji}$ merupakan titik $\frac{1}{2}$ dari interval pada himpunan Fuzzy A_i .