

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. LATAR BELAKANG MASALAH

Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang mendukung perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi untuk memecahkan berbagai permasalahan dalam perkembangan kebutuhan hidup manusia. Salah satu contoh aplikasi matematika adalah penerapan trigonometri pada bidang teknik sipil. Aplikasi trigonometri dalam memenuhi kebutuhan hidup manusia dapat dilihat dari keahlian insinyur sipil dalam membangun berbagai bentuk bangunan yang salah satunya membutuhkan perhitungan sudut yang sangat akurat, mulai dari bangunan yang tampak sederhana hingga bangunan yang tampak rumit dan detail, seperti jembatan Suramadu (Indonesia), *Eiffel Tower* (Perancis), dan *Tower Bridge* (Inggris). Selain itu, matematika juga merupakan salah satu mata pelajaran yang wajib dilaksanakan pada setiap tingkat pendidikan, mulai dari tingkat pendidikan sekolah dasar hingga perguruan tinggi. Oleh karena itu, jelaslah bahwa matematika berperan penting dalam hubungannya terhadap kehidupan manusia dan pengetahuan lain.

Badan Standar Nasional Pendidikan (2006) memaparkan bahwa tujuan umum pembelajaran matematika adalah agar siswa dapat memiliki kemampuan, seperti pemahaman, penalaran, pemecahan masalah, komunikasi, dan sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan. Selain itu, *National Council of Teachers of Mathematics* (2004) menguraikan bahwa terdapat lima tujuan pembelajaran matematika yang diharapkan terdapat dalam diri siswa, antara lain: a) siswa dapat belajar untuk menghargai matematika (*learn to value mathematics*); b) siswa menjadi percaya diri terhadap kemampuan diri sendiri dalam mengerjakan matematika (*become confident in their ability to do mathematics*); c) siswa dapat menjadi seorang pemecah masalah matematika (*become mathematical problem solvers*); d) siswa mampu belajar berkomunikasi secara matematis (*learn to*

*communicate mathematically*), dan d) siswa mampu belajar bernalar secara matematis (*learn to reason mathematically*).

Mullis et al. (2012) pada bagian *assessment* juga menyampaikan bahwa kompetensi yang diharapkan terdapat dalam diri siswa melalui proses belajar matematika adalah kemampuan siswa untuk menerapkan pengetahuan matematika dalam berbagai situasi, serta melibatkan penalaran dan pemecahan masalah. Kemudian, pada bagian *framework* disebutkan bahwa konteks dalam pengajaran dan pembelajaran matematika menekankan pada pentingnya motivasi siswa untuk belajar, serta membangun sikap penghargaan dan sikap positif terhadap matematika (Mullis et al., 2012).

Berdasarkan beberapa rumusan tujuan, kompetensi, dan kerangka pembelajaran matematika, jelaslah bahwa siswa bukan hanya dituntut dalam hal penguasaan materi, yang dilihat melalui beragam kemampuan siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika secara algoritma, melainkan juga dalam hal kemampuan siswa dalam memahami masalah dengan baik dan menerapkan pengetahuan matematika dalam berbagai situasi masalah.

Upaya yang dapat diterapkan untuk memenuhi rumusan tujuan, kompetensi, dan kerangka pembelajaran matematika adalah membangun kondisi dan situasi kondusif yang memberi kesempatan siswa untuk memiliki pengalaman belajar dan proses berpikir yang berkaitan, sehingga siswa dapat membangun pemahamannya secara mandiri terhadap pengetahuan. Pembelajaran yang memungkinkan siswa untuk membangun pemahamannya secara mandiri dapat dilakukan dengan menciptakan pembelajaran yang bermakna dan mencangkup beragam konteks. Dengan demikian, pembelajaran yang dilaksanakan tidak akan menimbulkan potensi kesulitan belajar yang berarti bagi siswa karena siswa dapat memahami dan memanfaatkan pengetahuan yang dimilikinya dengan baik.

Fakta di lapangan justru menunjukkan bahwa sebagian besar siswa masih mengalami kesulitan dalam belajar matematika. Istilah kesulitan belajar siswa inilah yang dikenal dengan istilah *learning obstacle*. Salah satu

materi pembelajaran matematika yang dapat menimbulkan *learning obstacle* pada diri siswa adalah materi perbandingan.

Hasil kegiatan observasi yang dilakukan oleh Kharimah & Musetyo (2013) pada kelas VII SMP menunjukkan *learning obstacle* pada materi perbandingan bahwa terdapat 19 siswa atau 59% siswa melakukan kesalahan konseptual, 15 siswa atau 47% siswa melakukan kesalahan prosedural, dan 8 siswa atau 25% siswa melakukan kesalahan kalkulasi. Selanjutnya, pada tahap siklus penelitian kembali ditemukan kesulitan belajar yang dialami siswa selama kegiatan, antara lain: a) siswa masih belum mengerti apa yang dimaksud dengan pecahan senilai. Kesulitan belajar ini dapat dikategorikan sebagai *didactical obstacle* atau *ontogenic obstacle*; dan b) siswa kesulitan mengidentifikasi ciri-ciri perbandingan berbalik nilai melalui pengamatan tabel pada kegiatan di lembar kerja siswa. Kesulitan belajar ini dapat dikategorikan sebagai *didactical obstacle* atau *ontogenic obstacle*. Hal ini mengindikasikan bahwa materi perbandingan merupakan materi yang masih dirasa sulit oleh siswa. Kesulitan yang dialami siswa dalam materi perbandingan disebabkan oleh beberapa hal, antara lain: a) siswa hanya menghafalkan rumus dan prosedur pengerjaan tanpa melakukan pemahaman konsep; b) metode pembelajaran yang diterapkan adalah metode ceramah dan pemberian soal dengan metode *drill*; c) tidak terbiasa melakukan diskusi kelas; dan d) tidak terbiasa difasilitasi dengan media pembelajaran.

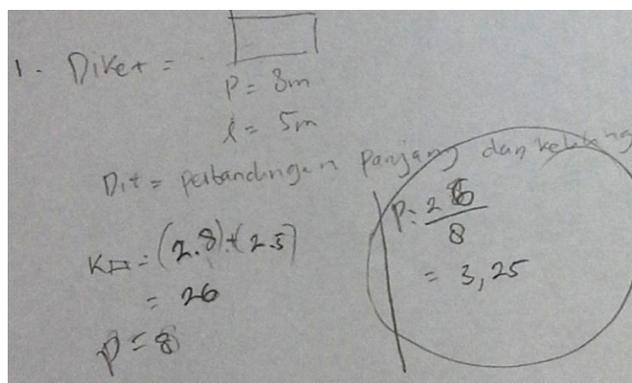
Penelitian yang dilakukan oleh Kurniawati (2011) juga memperlihatkan bahwa masih banyak siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal cerita tentang penerapan perbandingan. Kesulitan belajar ini dapat dikategorikan sebagai *didactical obstacle*. Siswa mengalami kesulitan untuk mengidentifikasi dan membedakan bahwa soal yang diberikan termasuk sebagai suatu masalah perbandingan senilai atau perbandingan berbalik nilai. Tanpa pemahaman yang baik dan benar tentang permasalahan, sulit bagi siswa untuk menyusun perencanaan penyelesaian masalah, apalagi harus menyelesaikannya dengan benar. Kesulitan siswa

dapat disebabkan oleh penyajian materi yang kurang inovatif dan sistematis dalam menyajikan soal-soal materi perbandingan.

Berdasarkan studi pendahuluan yang dilakukan di kelas IX SMP, ditemukan tiga jenis *learning obstacle* yang mencakup dua *ontogenic obstacle* dan satu *epistemological obstacle* yang dialami oleh siswa tentang penerapan materi perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai. Pertama, kesulitan siswa yang tergolong *ontogenic obstacle*. Siswa tidak memiliki pemahaman terhadap konsep dasar perbandingan, hal ini dapat pula dikatakan bahwa siswa masih terbiasa mengerjakan soal yang secara langsung dapat diselesaikan menggunakan perhitungan. *Ontogenic obstacle* pertama terlihat pada soal di bawah ini.

Keluarga Trisna mempunyai sebuah taman mini berbentuk persegi panjang yang berukuran panjang 8 meter dan lebar 5 meter. Tentukan perbandingan antara panjang taman dengan kelilingnya!

Soal yang berisi tentang menentukan perbandingan antara panjang taman dengan keliling bisa dikatakan masih termasuk soal yang sederhana, akan tetapi diperoleh temuan bahwa masih adanya siswa yang mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan dengan menganggap perbandingan sebagai konsep pembagian dan keliru dalam menerapkan konsep perbandingan, seperti gambar 1.1.

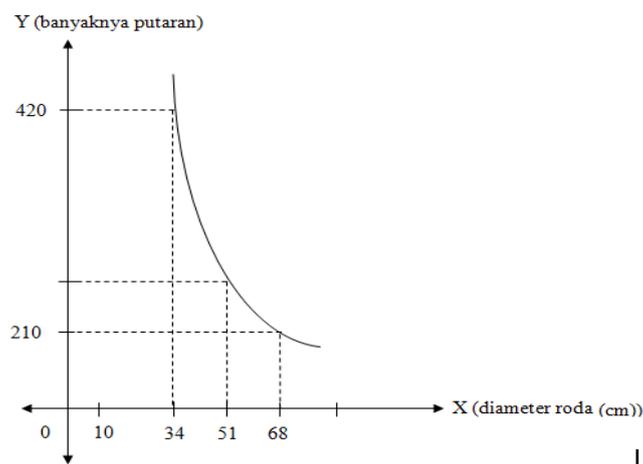


**Gambar 1.1** *Ontogenic obstacle* Pertama Siswa

Kedua, siswa belum dapat merasakan mana yang termasuk permasalahan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai. Kesulitan siswa jenis kedua tergolong *ontogenic obstacle*. Ketiga, siswa menghadapi

kesulitan dalam mengerjakan soal dengan konteks yang berbeda, misalnya permasalahan yang disajikan dalam bentuk grafik. Kesulitan siswa jenis ketiga tergolong *epistemological obstacle*. *Ontogenic obstacle* pada kesulitan jenis kedua dan *epistemological obstacle* pada kesulitan jenis ketiga muncul pada soal di bawah ini.

Pak Suwardi memiliki pabrik yang memproduksi roda dengan berbagai ukuran. Setiap roda dilakukan pengujian dengan menghitung banyaknya putaran yang dihasilkan pada jarak yang tetap, seperti gambar grafik di bawah ini.



Perhatikan bahwa jarak yang ditempuh adalah tetap, tetapi ukuran rodanya berubah. Jika ukuran rodanya 51 cm, maka berapa kali roda akan berputar?

Pada soal tentang menghitung banyaknya putaran roda berdasarkan diameter roda, masih ditemukan siswa yang tidak mampu menyelesaikan soal. Selain itu, juga diperoleh beberapa temuan menarik seperti gambar 1.2 dan gambar 1.3.

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \frac{68}{420} &= \frac{51}{x} \\ x &= \frac{51 \times 420}{68} = 315 \end{aligned}$$

**Gambar 1.2** *Epistemological obstacle* Siswa

② Keliling Lingkaran 1 =  $\pi \cdot d$   
 $= 3,14 \cdot 51$   
 $= 160,14$

Keliling lingkaran 2 =  $\pi \cdot d$   
 $= 3,14 \cdot 68$   
 $= 212,32$

$$\begin{array}{r} 212,32 \\ - 160,14 \\ \hline 52,18 \end{array}$$

Banyak Putaran =  $210 + 52,18$   
 $= 262,18$

②  $\frac{68}{210} = \frac{51}{x}$

$10710 = 68x$   
 $x = \frac{10710}{68}$   
 $= 157,5$

**Gambar 1.3** *Ontogenic obstacle* Kedua Siswa

Berdasarkan gambar 1.2, terlihat bahwa siswa masih belum paham dalam membaca grafik dengan benar akibat pemahaman siswa yang terbatas pada konteks masalah (*epistemological obstacle*). Selanjutnya, pada gambar 1.3 baris pertama mengindikasikan bahwa siswa belum dapat memahami makna soal, sehingga siswa kesulitan dalam menentukan informasi mana yang seharusnya digunakan dalam penyelesaian masalah (*ontogenic obstacle*) dan pada baris kedua tampak bahwa masih terdapat siswa yang masih belum memahami permasalahan yang seharusnya dikerjakan dengan perbandingan senilai atau berbalik nilai (*ontogenic obstacle*).

Uraian bukti empiris di lapangan menunjukkan bahwa kemampuan siswa dalam memahami materi perbandingan, perbandingan senilai dan berbalik nilai masih cukup rendah. Oleh karena itu, memungkinkan munculnya *learning obstacle*, baik berupa *ontogenic obstacle*, *didactical obstacle*, dan *epistemological obstacle*.

Berdasarkan penjelasan temuan *learning obstacle* pada materi perbandingan, perbandingan senilai dan berbalik nilai, dapat disintesis bahwa *obstacle* yang dialami siswa dapat disebabkan oleh beberapa hal, misalnya keragaman bentuk soal yang disajikan untuk siswa kurang beragam. Kurangnya ragam bentuk soal ini, menyebabkan siswa menjadi kurang

memiliki kesempatan maupun pengalaman dalam menghadapi permasalahan yang berbeda sehingga siswa mudah mengalami kebingungan ketika dihadapkan pada jenis permasalahan yang berbeda. Hal ini nantinya akan memicu munculnya *epistemological obstacle*. Selain itu, kurangnya ragam bentuk soal dan kebermaknaan materi perbandingan juga mengakibatkan siswa menjadi kurang peka untuk membedakan antara perbandingan senilai dan berbalik nilai, sehingga berpotensi menimbulkan *didactical obstacle* atau *ontogenic obstacle*. Selanjutnya, kesulitan siswa dalam menyelesaikan permasalahan dalam konteks yang berbeda dapat dikarenakan oleh pemahaman siswa yang masih parsial, sehingga siswa tidak mampu mengaitkan permasalahan perbandingan dengan konteks lainnya yang masih berhubungan. Hal ini mengakibatkan timbulnya *epistemological obstacle*.

Kesulitan belajar yang dialami siswa tidak seimbang dengan adanya tuntutan belajar yang harus dihadapi siswa. Siswa akan sering kali menemukan dan memanfaatkan perbandingan dalam berbagai kegiatan pada kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu, perbandingan merupakan salah satu materi matematika yang esensial bagi siswa, sebagaimana yang tercantum dalam *National Council of Teachers of Mathematics* bahwa

*Proportional reasoning is one of the most fundamental topics in middle grades mathematics. Students' ability to reason proportionally affects their understanding of fractions and measurement in elementary school, and it supports their understanding of functions and algebra in middle school and beyond. Given the importance of ratio and proportion, it is typical to see extensive class time devoted to the topic in upper elementary and middle school grades.* (2013, hlm. 1)

Hal tersebut juga ditunjukkan oleh Mullis et al. (2012) pada subbab *Mathematics Curricula in Primary and Lower Secondary Grades* bahwa terdapat empat domain penilaian bagi siswa yang meliputi bilangan (30%), aljabar (30%), geometri (20%), dan statistik dan peluang (20%). Lebih lanjut diungkapkan bahwa dalam materi bilangan, lebih dari setengah negara telah memperkenalkan bilangan bulat dan bilangan irasional yang di dalamnya

meliputi rasio dan proporsi, operasi dengan pecahan dan desimal, dan eksponen.

Perbandingan juga merupakan dasar dalam mengembangkan pemahaman dan kemampuan siswa pada materi matematika lainnya, sebagaimana yang dijelaskan oleh Shield & Dole (2002) bahwa pada kurikulum matematika sekolah menengah, banyak topik pembelajaran yang mensyaratkan keterampilan penalaran proporsional (perbandingan), misalnya pada pembahasan geometri, trigonometri, dan aplikasi persentase. Hal serupa juga disampaikan oleh Lesh, Post, & Behr (dalam Fernandez, Llinares, Modestou, & Gagatsis, 2010) bahwa perbandingan merupakan suatu konsep dasar dalam kurikulum pembelajaran matematika karena berperan penting dalam mengembangkan kemampuan matematika siswa.

Sebagai seorang guru, salah satu upaya yang dapat dilakukan untuk mengatasi *learning obstacle* yang terjadi pada siswa adalah dengan memahami pola pikir siswa. Pola hingga alur berpikir siswa dalam memberikan langkah-langkah atau strategi penyelesaian masalah sangatlah beragam. Hal ini sejalan dengan ragamnya proses perkembangan berpikir yang terjadi pada setiap siswa serta pencapaian tingkat berpikir siswa. Oleh karena itu, guru sangat berperan penting dalam memahami pola pikir siswa, sehingga guru dapat membimbing dan memberi solusi secara tepat.

Salah satu cara yang dapat dimanfaatkan dalam memfasilitasi pola pikir siswa adalah memperhatikan urutan dalam menyampaikan materi yang diberi nama dengan *learning trajectory*. Dengan demikian, proses berpikir siswa akan menjadi teratur dan terstruktur, sehingga siswa dapat mengaplikasikan pengetahuannya terhadap permasalahan.

Simon (1995) mengungkapkan bahwa *learning trajectory* adalah suatu lintasan belajar yang memberi isyarat mengenai pengetahuan prasyarat yang telah dimiliki oleh siswa serta proses berpikir dan langkah-langkah yang siswa terapkan dalam proses belajar. Selain itu, menurut Clements dan Sarama (2009), "*learning trajectory describe the goals of learning, the thinking and learning processes of children at various levels, and the*

*learning activities in which they might engage*” (hlm. 4). Dengan demikian, *learning trajectory* merupakan urutan atau tahapan kegiatan pembelajaran dalam menyampaikan materi dengan memperhatikan level berpikir siswa yang beragam (mulai dari aksi, formulasi, validasi, dan institusionalisasi).

Kenyataan di lapangan memperlihatkan bahwa *learning trajectory* tidak terfasilitasi dengan baik. Berdasarkan isi pada buku Matematika kelas VIII Edisi Revisi 2014 dari Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan ditemukan situasi yang tidak memperlihatkan adanya keterkaitan antar aktivitasnya. Pada contoh dan latihan soal, siswa dihadapkan pada tingkatan soal yang masih sederhana dan langsung dapat diselesaikan, tetapi soal yang disajikan pada uji kompetensi secara umum berupa soal dengan bentuk pertanyaan terbuka. Aktivitas yang disajikan cukup mempersulit siswa karena siswa belum diberikan pengalaman permasalahan yang setingkat sebelumnya. Selain itu, pada buku Kurikulum 2013 yang diterbitkan pada tahun 2014 oleh penerbit swasta. Penyajian soal yang berbentuk grafik masih terlihat sederhana dan monoton karena tidak ada keterlibatan konsep lain dalam pengaplikasian bentuk grafik dan siswa hanya diminta untuk membaca grafik saja bukan untuk menyelesaikan permasalahan berbentuk grafik.

Berdasarkan penjelasan temuan tentang ketidaksesuaian penerapan *learning trajectory* pada dua buku pelajaran Matematika terhadap materi perbandingan senilai dan berbalik nilai, dapat disintesis bahwa beberapa desain pembelajaran yang diberikan kepada siswa tidak memberikan kesempatan untuk mengeksplorasi pikirannya dengan melakukan aksi dalam penyelesaian masalah. Perbedaan antara teori dengan kenyataan, pada akhirnya dapat memicu timbulnya resiko kesulitan belajar bagi siswa.

Adanya temuan *learning obstacle* dan ketidaksesuaian *learning trajectory* pada beberapa desain tentang materi perbandingan senilai dan berbalik nilai mengisyaratkan bahwa diperlukannya suatu rancangan desain pembelajaran baru yang dapat meminimalkan serta mengantisipasi kesulitan belajar siswa (*learning obstacle*). Desain didaktis yang dirancang sesuai dengan teori pembelajaran serta mengacu pada *learning obstacle* dan

*learning trajectory*, diharapkan dapat dijadikan pertimbangan sebagai alternatif yang dapat membantu siswa dalam mengatasi maupun mengantisipasi munculnya *learning obstacle* siswa, sehingga tujuan pembelajaran yang diharapkan pun dapat terwujud dengan optimal. Berdasarkan pernyataan yang telah dipaparkan, selanjutnya dilakukan penelitian yang berjudul “Desain Didaktis Perbandingan Senilai dan Berbalik Nilai pada Siswa SMP ditinjau dari *Learning Obstacle* dan *Learning Trajectory*”.

## B. RUMUSAN MASALAH

Berdasarkan uraian pada latar belakang, sebagai rumusan masalah pada penelitian ini adalah “Bagaimana desain didaktis pada materi perbandingan senilai dan berbalik nilai siswa kelas VIII SMP?”. Selanjutnya, rumusan masalah di atas dijabarkan dalam bentuk pertanyaan-pertanyaan penelitian, seperti di bawah ini.

1. Apa saja *learning obstacle* yang diidentifikasi pada perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai?
2. Bagaimana alur *learning trajectory* pada perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai?
3. Bagaimana desain didaktis awal perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai ditinjau dari hasil identifikasi *learning obstacle* dan *learning trajectory* siswa kelas VIII?
4. Bagaimana implementasi desain didaktis awal perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai berdasarkan respon siswa yang muncul?
5. Bagaimana desain didaktis revisi yang dapat dikembangkan pada perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai berdasarkan implementasi desain didaktis awal?

## C. TUJUAN PENELITIAN

Sesuai dengan rumusan masalah yang disajikan, selanjutnya tujuan pengkajian materi ini adalah:

1. Mengidentifikasi *learning obstacle* pada perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.
2. Menyusun *learning trajectory* perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.
3. Mengetahui desain didaktis awal perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai ditinjau dari hasil identifikasi *learning obstacle* dan *learning trajectory* siswa kelas VIII.
4. Menganalisis implementasi desain didaktis pada perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.
5. Memperoleh desain didaktis revisi yang dapat dikembangkan pada perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai berdasarkan implementasi desain didaktis awal.

#### **D. MANFAAT PENELITIAN**

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini baik secara teoritis maupun praktis sebagai berikut:

1. Manfaat teoritis

Menghasilkan pengetahuan mengenai cara mengembangkan desain didaktis melalui pengembangan teori yang diperoleh dari pengalaman empiris pada materi perbandingan. Desain didaktis ini dikembangkan berdasarkan pola pikir dan kesulitan yang dialami oleh siswa.

2. Manfaat praktis

- a. Siswa

Penelitian ini dapat membantu siswa dalam meminimalkan kesulitan-kesulitan yang akan dialami siswa pada proses pembelajaran matematika serta dapat melibatkan siswa secara aktif dalam membangun pemahaman khususnya pada pembelajaran materi perbandingan senilai dan berbalik nilai.

- b. Guru

Penelitian ini dapat dijadikan sebagai suatu alternatif yang dapat diaplikasikan guru dalam menyusun suatu perencanaan dan

pelaksanaan pembelajaran serta bahan ajar yang dapat menciptakan dan mengembangkan situasi belajar yang lebih optimal, khususnya pada pembelajaran materi perbandingan senilai dan berbalik nilai.

c. Peneliti

Penelitian ini dapat menjadi bahan kajian mendalam dalam menindaklanjuti suatu penelitian untuk ruang lingkup yang lebih luas serta menambah wawasan dalam mengembangkan penelitian desain didaktis.

d. Bagi pembaca

Penelitian ini dapat dijadikan sebagai suatu tambahan informasi mengenai desain didaktis ditinjau dari *learning obstacle* dan *learning trajectory* yang berkaitan dengan permasalahan yang terjadi pada proses pembelajaran materi perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

## E. DEFINISI OPERASIONAL

### 1. *Learning Obstacle*

*Learning Obstacles* merupakan kesulitan yang terjadi dalam pembelajaran. *Learning obstacle* yang dimaksud terdiri dari *ontogenic obstacle*, *didactical obstacle*, dan *epistemological obstacle*. Pada penelitian ini, kesulitan ontogenik adalah kesulitan yang berkaitan dengan kemampuan mental belajar siswa dalam memahami bahan ajar. Kesulitan didaktis adalah kesulitan yang timbul sebagai hasil dari pendekatan yang digunakan dalam situasi pembelajaran. Kesulitan epistemologis adalah kesulitan yang disebabkan oleh pengetahuan siswa yang hanya pada suatu konteks yang terbatas akibat pemahaman siswa yang parsial.

### 2. *Learning Trajectory*

*Learning Trajectory* adalah urutan atau tahapan kegiatan pembelajaran dalam menyampaikan materi dengan memperhatikan level berpikir siswa yang beragam.

### 3. Desain Didaktis

Desain didaktis adalah rancangan aktivitas belajar yang disajikan dengan memperhatikan prediksi respon dari siswa. Desain didaktis dirancang dan dikembangkan berdasarkan rekomendasi dari *learning obstacles* yang muncul pada siswa dan alur *learning trajectory*.