

BAB 5

PENUTUP

5.1 Simpulan

Misalkan H sebuah ruang Hilbert. Bentuk representasi isometrik reguler dari M semigrup kanselatif kanan di $l^2(M, H) = \{f: M \rightarrow H \mid \sum \|f(x)\|^2 < +\infty\}$ ialah $(l^2(M, H), L)$, dimana $\forall x, y \in M$ pemetaan $L: M \rightarrow B(l^2(M, H))$, $x \mapsto L_x$ adalah homomorfisma isometrik.

Sistem dinamik (A, M, α) terdiri dari A aljabar- C^* unital, M semigrup kanselatif kanan dengan unsur identitas dan α aksi homomorfisma dari grup automorfisma A . Dalam pengkonstruksian produk silang dari artinya (A, M, α) kita hendak mengkonstruksi aljabar- C^* . Diawali dengan memisalkan F sebagai aljabar- $*$ yang bebas pada himpunan $A \cup M$ dan I adalah ideal *self-adjoint* di F dimana F/I unital. Kemudian dimisalkan D sebagai lengkapan- C^* dari kosien aljabar- $*$ D_0 dan π adalah homomorfisma- $*$ kanonik dari F/I ke D yang diberikan oleh $\pi(c) = c + J$. Selanjutnya $A \rtimes_{\alpha} M$ dipandang sebagai subaljabar- C^* dari D yang dibangun oleh $\{\rho(a)V_x \mid a \in A, x \in M\}$.

Sifat universal dari produk silang $A \rtimes_{\alpha} M$ yang didefinisikan oleh G.J Murphy adalah sebagai berikut: (Murphy, 1991: 323) misal (A, M, α) sistem dinamik. pemetaan ρ dan V injektif dan $A \rtimes_{\alpha} M$ dibangun oleh $\{\rho(a)V_x \mid a \in A, x \in M\}$. Jika (φ, W) adalah homomorfisma kovarian dari (A, M, α) ke aljabar- C^* yang unital \mathcal{B} maka terdapat homomorfisma- $*$ yang tunggal $\varphi \times W: A \rtimes_{\alpha} M \rightarrow \mathcal{B}$ sedemikian sehingga

$$(\varphi \times W)(\rho(a)V_x) = \varphi(a)W_x \quad \forall a \in A \quad x \in M$$

Selanjutnya berdasarkan sifat universal dari produk silang, diperoleh bentuk produk silang tereduksi dari (A, M, α) yaitu

$$A \rtimes_{\alpha r} M = (\bar{\varphi} \times L)(A \rtimes_{\alpha} M) = \bar{\varphi}(a)L_x.$$

Karena $\bar{\varphi}$ dan ρ injektif, maka $\bar{\varphi}(\rho(a))$ dapat diidentifikasi untuk setiap unsur a di A . Oleh karena itu bentuk $A \rtimes_{\alpha r} M$ dibangun oleh $\{aL_x | a \in A, x \in M\}$.

5.2 Saran

Untuk lebih lanjut mendalami produk silang tereduksi dari aljabar- C^* oleh semigrup oleh automorfisma, pembaca dapat mengkaji sifat-sifat yang dimiliki oleh seminorm- C^* dari suatu aljabar- $*$ dan aljabar- $*$ bernorm. Kemudian pembaca dapat memandang A sebagai aljabar- C^* non-unital sehingga dapat dikonstruksi suatu aljabar multiplier $\mathcal{M}(A \rtimes_{\alpha} M)$.