

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Misalkan θ adalah sebuah fungsi yang terdefinisi pada bilangan real. Fungsi θ disebut fungsi Young jika θ merupakan fungsi genap, konveks, $\theta(0) = 0$ dan $\lim_{x \rightarrow \infty} \theta(x) = \infty$. Fungsi Young dan ruang $L_p, p \geq 1$ menjadi dasar terbentuknya ruang Orlicz. Ruang Orlicz didefinisikan sebagai himpunan semua fungsi terukur f yang memenuhi $\int \theta(af(x)) dx < \infty$ untuk suatu $a > 0$, yang dinotasikan dengan L_θ .

Fungsi θ dikatakan memenuhi kondisi Δ_2 jika terdapat $k > 0$ sedemikian sehingga $\theta(2x) < k\theta(x)$ untuk semua $x > 0$. Kondisi Δ_2 merupakan suatu prasyarat yang menghubungkan antara ruang $L_p, p \geq 1$ dengan ruang Orlicz, terdapat beberapa sifat pada ruang Orlicz yang serupa dengan sifat pada ruang $L_p, p \geq 1$ jika θ memenuhi kondisi Δ_2 .

Pengkajian mengenai ruang Orlicz telah banyak dilakukan diantaranya oleh W.A.J. Luxemburg (1955) yang mendefinisikan suatu norm pada ruang Orlicz yang disebut norm Orlicz, Christian Leonard (2007) yang mengatakan bahwa ruang Orlicz merupakan ruang Banach, Sumiaty (2008) yang mengkaji tentang ruang Musielak-Orlicz, dan Al-Azhary Masta (2013) mengatakan bahwa syarat cukup agar L_θ konveks seragam jika dan hanya jika konveks kuat.

Berdasarkan uraian di atas penulis tertarik untuk mengkaji sifat-sifat apa saja yang berlaku pada ruang Orlicz jika θ memenuhi kondisi Δ_2 , diantaranya mengenai kekonvergenan, kepadatan, dan refleksivitas pada ruang Orlicz.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan di atas, secara umum masalah yang diangkat dalam skripsi ini yaitu bagaimana refleksivitas pada ruang Orlicz. Adapun rumusan masalah secara khusus adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana hubungan antara kekonvergenan pada ruang Orlicz dan kekonvergenan rata-rata jika θ memenuhi kondisi Δ_2 ?
2. Syarat apa yang dibutuhkan agar himpunan semua fungsi terukur terbatas padat di ruang Orlicz ($E_\theta = L_\theta$)?
3. Syarat apa yang dibutuhkan agar ruang Orlicz merupakan ruang yang refleksif?

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengetahui hubungan antara kekonvergenan pada ruang Orlicz dan kekonvergenan rata-rata jika θ memenuhi kondisi Δ_2 .
2. Mengetahui syarat yang dibutuhkan agar himpunan semua fungsi terukur terbatas padat di ruang Orlicz.
3. Mengetahui syarat yang dibutuhkan agar ruang Orlicz merupakan ruang yang refleksif.

1.4. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi penulis dan bagi mahasiswa matematika lainnya, selain itu dapat memberikan kontribusi bagi pengembangan matematika. Secara khusus penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut.

1. Memperluas sekaligus memperdalam penguasaan materi ruang Orlicz, khususnya tentang refleksivitas pada ruang Orlicz.

2. Memberikan inspirasi bagi peneliti lain yang ingin meneliti lebih lanjut tentang ruang Orlicz dan refleksivitas pada ruang Orlicz.

1.5. Sistematika Penulisan

Skripsi ini terbagi menjadi empat bab. BAB 1 merupakan bab pendahuluan yang berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, manfaat penulisan, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan.

Selanjutnya BAB 2 berisi landasan teori sebagai konsep dasar untuk pembahasan bab selanjutnya, yaitu pemaparan definisi dan teorema yang diperlukan untuk meneliti, diantaranya yaitu sistem bilangan real, keterbatasan pada bilangan real, barisan bilangan dan kekonvergenannya, barisan fungsi, kekontinuan fungsi, fungsi konveks, himpunan dan fungsi terukur, integral Lebesgue, ruang vektor bernorm, ruang L_p ($p \geq 1$), ruang Orlicz, dan yang terakhir operator dan fungsional linear.

BAB 3 merupakan isi dari pengkajian, diawali dengan membahas kekonvergenan pada ruang Orlicz, selanjutnya membahas kepadatan pada ruang Orlicz, dan yang terakhir membahas refleksivitas pada ruang Orlicz.

BAB 4 merupakan bab penutup dari skripsi ini yang berisi kesimpulan pengkajian dan saran.