BAB III
REGRESI AKAR LATEN

3.1 Pendahuluan

Dalam penerapan analisis regresi yang sering digunakan adalah analisis regresi berganda, karena variabel tak bebasnya tidak hanya cukup dipengaruhi oleh satu variabel bebas saja. Secara umum semakin banyak variabel bebas dalam ananlisis regresi berganda, maka akan semakin mendekati nilai taksiran variabel tak bebasnya. Akan tetapi hal ini juga menyebabkan peluang terjadinya mutikolinearitas akan semakin besar. Jika hal ini terus dipaksakan, maka hasil taksirannya akan memiliki nilai varians yang cukup besar. Hal ini dapat dilihat dari nilai varians yang akan bertambah seiring bertambahnya variabel bebas.

Penggunaan analisis regresi linear berganda tidak sah, jika terjadi multikolinearitas. Salah satu cara untuk menaksir parameter, dimana pada variabel bebasnya terjadi multikolinearitas adalah dengan hanya melibatkan sebagian saja (*subset)* variabel-variabel bebas, dimana *subset* yang dipilih tidak mengandung adanya multikolinearitas. Cara ini cukup efektif untuk dilakukan, akan tetapi jika seluruh variabel bebas berkorelasi tinggi, hal itu sulit dilakukan dan tidak akan memperoleh solusi yang baik.

Cara lain untuk menaksir parameter yang terdapat multikolinearitas adalah dengan menggunakan regresi ridge, regresi komponen utama, dan regresi akar laten. Dalam skripsi ini untuk mengatasi masalah multikolinearitas adalah dengan menggunakan regresi akar laten. "Taksiran parameter dengan menggunakan regresi akar laten akan menghasilkan nilai varians yang minimum. Hal ini lebih dapat dipercaya jika dibandingkan dengan taksiran parameter yang bervarians tidak minimum" (Subhash dan willian, 1981). Hal ini sesuai dengan sifat-sifat penaksir yang baik, salah satunya adalah varians minimum.

Regresi akar laten memanfaatkan akar laten dan vektor laten yang diperoleh dari matriks korelasi antara variabel bebas dan variabel tak bebas. Pemusatan dan penskalaan terhadap variabel bebas dan variabel tak bebas akan menghasilkan vektor laten, nilai vektor laten yang paling besar akan digunakan lebih awal untuk membentuk persamaan regresi.

3.2 Tahapan Pada Regresi Akar Laten

Sebelum melakukan perhitungan pada regresi akar laten, variabel-variabel bebas dan tak bebas terlebih dahulu diskalakan. Bentuk umum regresi akar laten sama dengan regresi linear berganda, hanya saja pada regresi akar laten simbol untuk variabel bebas diganti menjadi ω dan variabel tak bebas diganti menjadi y^*. Bentuk umum regresi akar laten adalah :

$$y^* = \omega\eta + \varepsilon \qquad (3.1)$$

dimana :

y^* : matriks berukuran $n \times 1$ yang berisi variabel tak bebas yang telah dipusatkan dan diskalakan

ω : matriks berukuran $n \times p$ yang berisi dari p variabel bebas yang telah dipusatkan dan diskalakan

η : matriks berukuran $p \times 1$ yang berisi parameter tak diketahui

ε : matriks berukuran $n \times 1$ yang berisi nilai galat

Diasumsikan variabel tak bebas y yang dipusatkan dan diskalakan kemudian disimbolkan dengan y^* :

$$y^* = \frac{y_i - \bar{y}}{S_y} \qquad (3.2)$$

dimana :

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \; dan \; S_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$

(Draper dan Smith, 1992)

Selanjutnya juga diasumsikan variabel bebas x yang dipusatkan dan diskalakan, kemudian disimbolkan dengan ω ;

$$\omega_p = \frac{x_i - \bar{x}}{S_x\sqrt{p}} \tag{3.3}$$

dimana :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \; dan \; S_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

(Draper dan Smith, 1992)

Setelah melakukan pemusatan dan penskalaan pada variabel bebas dan variabel tak bebas, selanjutnya adalah membentuk matriks A, dengan entri-entri dari matriks tersebut berupa nilai-nilai dari variabel tak bebas dan variabel bebas. Tujuan dibentuknya matriks ini adalah untuk memperoleh nilai eigen dan vektor eigen dengan terlebih dahulu menghitung nilai dari perkalian matriks $A^T A$. Nilai eigen dan vektor eigen tersebut digunakan untuk menaksir koefisien regresi akar laten. Nilai eigen yang paling besar digunakan terlebih dahulu untuk menaksir koefisiennya. Setelah diperoleh nilai eigen, maka penaksir akar laten yang pertama dapat diperoleh dengan rumus :

$$\widehat{y_0^{*(1)}} = -\gamma_{00}^{-1} \sum_{k=1}^{p} \gamma_{0k}\omega_k \tag{3.4}$$

Selanjutnya dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, variabel tak bebas $y*$ diregresikan pada $\widehat{y_0^{*(1)}}$ akan menghasilkan model penaksir bagi $y*$ yaitu $\widehat{y^*}$

$$\widehat{y^*} = q_1 \widehat{y_0^{*(1)}} \tag{3.5}$$

Langkah selanjutnya adalah melakukan penaksiran akar laten kedua. Penaksir ini diperoleh dengan terlebih dahulu menghitung nilai residu antara nilai variabel yang telah dipusatkan dan diskalakan dengan taksiran regresi akar laten. Nilai residu untuk variabel bebas dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan berikut

$$r_{w_j}^{(1)} = \widehat{w_j} - w_j \quad (j = 1,2,\dots,p) \tag{3.6}$$

Dimana $\widehat{w_j}$ adalah nilai taksiran dari regresi setiap w_j $(j = 1,2,\dots,p)$ pada $\widehat{y_0^{*(1)}}$ melalui persamaan

$$\widehat{w_j} = b_j^{(1)} \widehat{y_0^{*(1)}} \quad (j = 1,2, \dots, p) \tag{3.7}$$

Nilai residu untuk variabel tak bebas dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan berikut

$$r_{y^*}^{(1)} = \widehat{y^*} - y^* \tag{3.8}$$

Dimana $\widehat{y^*}$ adalah nilai taksiran dari regresi setiap y^* pada $\widehat{y_0^{*(1)}}$ melalui persamaan

$$\widehat{y^*} = q^{(1)} \widehat{y_0^{*(1)}} \tag{3.9}$$

Selanjutnya nilai residu tersebut dipusatkan dan diskalakan dengan cara yang sama seperti halnya pada variabel-variabel asal. Untuk memperoleh penaksir akar laten kedua bagi analisis regresi akar laten diperlukan matriks A_R, yaitu matriks hasil penggabungan variabel $r_y^{*(1)}$ dan variabel-variabel $r_w^{*(1)}$. Berdasarkan matriks tersebut dapat diperoleh nilai eigen dan vektor eigen dengan terlebih dahulu menghitung nilai dari perkalian matriks $A_R^T A_R$. Jika diperoleh nilai eigen yang mendekati satu, maka proses pendugaan akar laten selesai. Kemudian variabel yang telah diperoleh dikembalikan kedalam bentuk yang memuat variabel asal.