

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan yang lainnya dan terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis, dan geometri (James & James, 1976). Sementara menurut Ruseffendi (1988), matematika merupakan ilmu terstruktur yang terorganisasikan. Hal itu dikarenakan mempelajari matematika dimulai dari unsur yang tidak didefinisikan, kemudian berlanjut pada unsur yang didefinisikan, aksioma atau postulat, dan berakhir pada teorema. Konsep-konsep matematika tersusun secara hierarkis, terstruktur, logis, dan sistematis mulai dari konsep yang paling sederhana hingga konsep yang lebih kompleks. Menurut para ahli pendidikan matematika, matematika adalah ilmu yang membahas pola (*pattern*) dan urutan (*order*) (Shadiq, 2014).

Matematika menjadi modal dasar untuk kehidupan, terutama dalam menyelesaikan masalah sehari-hari. Matematika memiliki logika yang sistematis, mengikuti urutan yang teratur dan spesifik. Mempelajari matematika dapat mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi pada siswa (Laurens, Batlolona, Batlolona, & Leasa, 2017). Matematika merupakan mata pelajaran dasar dengan aplikasi praktis yang luas dalam kehidupan sehari-hari dan berbagai disiplin ilmu. Matematika mengembangkan keterampilan berpikir kritis, memungkinkan individu untuk menganalisis situasi, mengidentifikasi pola, serta mengembangkan dan merumuskan strategi untuk pemecahan masalah dan pengambilan keputusan (Zapata, Ramos-Galarza, Aragón, & Guachi, 2024). Matematika adalah mata pelajaran wajib yang dipelajari mulai dari pendidikan dasar hingga pendidikan tinggi. Mata pelajaran ini memainkan peran penting dalam kemajuan dan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, serta berkontribusi langsung terhadap kelangsungan hidup manusia (Jailani, Retnawati, Apino, & Santoso, 2020). Matematika secara fundamental terkait dengan proses matematis seperti

eksplorasi, penalaran, dan komunikasi. Proses-proses ini merupakan keterampilan berpikir tingkat tinggi (Wittmann, 2021).

Penalaran menurut *Oxford Dictionary* diartikan sebagai “*the process of thinking about things in a logical way; opinions and ideas that are based on logical thinking*”, yang berarti proses memikirkan sesuatu secara logis, serta pendapat dan gagasan yang didasarkan pada pemikiran logis (Oxford University Press, 2025). Sementara itu, *Cambridge Dictionary* mendefinisikan penalaran sebagai “*the process of thinking about something in order to make a decision*”, yakni proses memikirkan sesuatu untuk mengambil keputusan (Cambridge University Press & Assessment, 2025). Adapun Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) menjelaskan penalaran sebagai proses mental dalam mengembangkan pikiran berdasarkan sejumlah fakta atau prinsip (Badan Pengembangan dan Pembinaan Bahasa, 2025). Sejalan dengan itu, para ahli memandang penalaran sebagai proses berpikir dengan menggunakan logika, bukti, dan inferensi untuk mengembangkan pemahaman, menyusun argumen, serta menarik kesimpulan secara rasional (Astorga, 2014; Markovits, 2024; Marra, 2024).

Angeles (1981) mendefinisikan penalaran dalam tiga bentuk: (1) proses menarik kesimpulan dari pernyataan-pernyataan; (2) penerapan logika dan/atau pola pikir abstrak dalam pemecahan masalah maupun perencanaan; serta (3) kemampuan mengetahui sesuatu tanpa merujuk langsung pada persepsi indriawi atau pengalaman empiris. Selanjutnya, Lithner (2000b) mendeskripsikan penalaran sebagai proses empat langkah, yaitu situasi problematik, pemilihan strategi, penerapan strategi, dan penarikan kesimpulan. Definisi lain menekankan bahwa penalaran merupakan proses berpikir yang menghubungkan fakta, analisis, sintesis, generalisasi, evaluasi, hingga pembuktian kesimpulan (Barnes, 2019, 2021; Wahyuni, Susanto, & Hadi, 2019). Penalaran juga mencakup kemampuan menganalisis bukti, berpikir kritis, menguji dugaan, serta mengevaluasi hasil eksperimen (Zhou, dkk., 2016). Baroody dan Coslick (1993) menegaskan pentingnya penalaran karena diperlukan dalam menyelesaikan masalah

matematika, mendukung pembelajaran di sekolah, dapat diterapkan pada bidang ilmu lain, dan bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari.

Dalam konteks matematika, penalaran dipahami sebagai penggunaan informasi matematis yang telah diketahui untuk memperoleh kesimpulan baru secara logis (Mata-Pereira & Ponte, 2018). Penalaran matematis merupakan proses berpikir yang digunakan untuk membuat pernyataan dan mencapai kesimpulan dalam konteks matematika (Yenmez & Gökçe, 2022), yakni kemampuan menarik kesimpulan dari ide berbasis fakta melalui pemikiran logis dan kritis dalam menyelesaikan masalah (Herizal, Marhami, Fonna, & Rohantizani, 2022). Kemampuan ini berdampak positif terhadap penyelesaian masalah dalam kehidupan sehari-hari (Sefni, Yerizon, & Asmar, 2021), serta menjadi keterampilan dasar yang dibutuhkan untuk memahami konsep, menggunakan prosedur fleksibel, dan melakukan rekonstruksi pengetahuan (Sumarsih, Budiyo, & Indriati, 2018). Dengan demikian, penalaran matematis tidak hanya terkait dengan berpikir logis, kritis, dan kreatif (Bakar, Suryadi, Tonra, & Noto, 2018; Jumiarsih, Kusmayadi, & Fitriana, 2020), tetapi juga merupakan kompetensi fundamental yang perlu dikembangkan secara konsisten dalam pembelajaran matematika di sekolah.

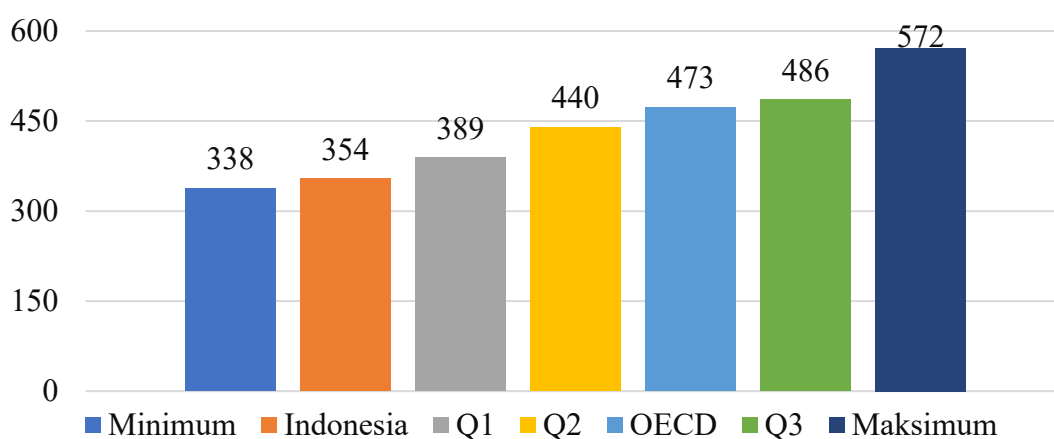
Penalaran matematis merupakan salah satu standar proses yang diakui oleh *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), yang menekankan pentingnya kemampuan ini dalam menentukan kebenaran argumen matematika dan membangun argumen yang valid (NCTM, 2000). NCTM merumuskan empat indikator utama penalaran dan pembuktian dalam pembelajaran matematika, yaitu: (1) mengenali penalaran dan pembuktian sebagai aspek esensial dalam matematika; (2) menyusun dan menemukan dugaan matematis (*mathematical conjectures*); (3) mengembangkan dan mengevaluasi argumen; serta (4) memilih dan menggunakan berbagai jenis penalaran dan metode pembuktian. Sejalan dengan itu, Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan (2022) menetapkan enam tujuan pembelajaran matematika di sekolah, yakni agar siswa mampu: (1) memahami materi matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi matematis serta mengaplikasikannya; (2) menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan

manipulasi matematis dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika; (3) memecahkan masalah melalui kemampuan memahami masalah, merancang model matematis, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi; (4) mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas masalah, serta menyajikan situasi ke dalam simbol atau model matematis; (5) mengaitkan materi matematika dengan bidang ilmu lain maupun kehidupan sehari-hari; dan (6) memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan.

Dalam beberapa tahun terakhir, penalaran matematis telah menjadi bagian integral dari kurikulum matematika di banyak negara, terutama sejak *Programme for International Student Assessment* (PISA) menyoroti kompetensi proses matematis dalam pengajaran dan pembelajaran matematika, seperti pemodelan, pemecahan masalah, dan penalaran (Hjelte, Schindler, & Nilsson, 2020). Penalaran matematis adalah salah satu komponen inti dalam pembelajaran matematika, dan keterampilan serta inovasi belajar yang diakui sebagai cara untuk meningkatkan kualitas dan potensi manusia di abad ke-21 (Oslington, Mulligan, & van Bergen, 2020). Penalaran matematis lebih diarahkan pada sikap untuk berpikir secara sistematis, logis, dan menghasilkan kesimpulan baru berdasarkan fakta dan sumber yang lebih relevan (Walkington, Woods, Nathan, Chelule, & Wang, 2019). Penalaran sangat penting bagi pengguna matematika karena mencakup proses yang aktif, dinamis, dan generatif. Penalaran memungkinkan siswa secara aktif menyusun ide-ide matematis mereka dan memahami matematika (Cabello, Moreira, & Morales, 2021).

Berdasarkan hasil penelitian sebelumnya mengenai penalaran matematis dengan pendekatan kualitatif yang telah dilakukan, ditemukan bahwa penalaran matematis siswa masih rendah (Ayuningtyas, Mardiyana, & Pramudya, 2019; Arifanti, 2020; Setyahastuti, Riyadi, & Triyanto, 2021; Rohati, Kusnandi, & Kusumah, 2023). Siswa sering merasa kesulitan saat membandingkan beberapa cara penyelesaian masalah, karena mereka harus memahami hubungan antar bagian dan berpikir secara logis (Richland, Begolli, Simms, Frausel, & Lyons, 2017).

Siswa yang memiliki hambatan belajar sering menulis jawaban yang kurang tepat dan jarang menggunakan penalaran matematis dalam tulisannya (Hughes, Riccomini, & Lee, 2020). Selain itu juga, siswa menghadapi kesulitan dalam aspek-aspek tertentu dari penalaran matematis, seperti memanipulasi simbol matematika dan menyusun bukti yang mendukung solusi (Cesaria & Herman, 2019; Novianda, Darhim, & Prabawanto, 2021). Hal tersebut juga ditunjukkan oleh skor penalaran matematis siswa Indonesia yang masih rendah pada PISA 2022 (OECD, 2023) seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Grafik Skor Penalaran Matematis Siswa Indonesia pada PISA 2022

Data pada Gambar 1.1 menunjukkan bahwa skor penalaran matematis siswa Indonesia pada PISA 2022 masih relatif rendah dibandingkan dengan standar internasional. Rata-rata skor Indonesia hanya mencapai 354, sedikit lebih tinggi daripada skor minimum yaitu 338, tetapi masih jauh di bawah rata-rata negara-negara *Organisation for Economic Co-operation and Development* (OECD) yang berada pada angka 473. Jika ditinjau dari sebaran skor, posisi Indonesia berada di bawah kuartil pertama ($Q1 = 389$) dan kuartil kedua atau median ($Q2 = 440$), serta terpaut cukup jauh dari kuartil ketiga ($Q3 = 486$). Sementara itu, skor maksimum dalam sebaran tersebut mencapai 572, yang mencerminkan kesenjangan lebar antara capaian siswa Indonesia dengan capaian tertinggi di tingkat internasional. Temuan ini menegaskan bahwa penalaran matematis siswa Indonesia masih menghadapi tantangan serius untuk dapat bersaing pada level global.

Urgensi dari penalaran matematis tidak hanya menjadi fokus dalam pendidikan matematika, tetapi memainkan peran penting di berbagai disiplin ilmu, termasuk bidang STEM (*Science, Technology, Engineering, and Mathematics*), data sains, komputasi, dan ekonomi. Penalaran matematis merupakan bagian esensial dalam bidang STEM karena memberikan landasan untuk memahami dan menganalisis permasalahan kompleks, baik secara kualitatif maupun kuantitatif, dalam ilmu pengetahuan, teknologi, teknik, dan matematika. Model matematis digunakan untuk mengurai kompleksitas dalam proses biologi, fisika, dan kimia, sehingga menunjukkan adanya keterkaitan yang erat antara matematika dan disiplin ilmu lain dalam STEM (Palacios, 2022). Terdapat hubungan positif antara penalaran ilmiah, penalaran matematis, dan penerapan matematika, yang menunjukkan bahwa kemampuan berpikir dalam matematika dapat membantu meningkatkan pemahaman dan kinerja siswa dalam bidang sains (Hwang, Choi, & Hand, 2020). Integrasi antara berbagai bidang dalam STEM sangat penting untuk membentuk keterampilan dan literasi interdisipliner, sehingga siswa mampu menghubungkan dan menerapkan pengetahuan dari berbagai disiplin ilmu secara menyeluruh (Ghani, Zhai, & Ahmad, 2021).

Dalam bidang data sains, penalaran matematis merupakan fondasi dalam ilmu data, terutama dalam proses pemaknaan data dan penalaran statistik (Masnick & Morris, 2022; Zhang, 2023). Penalaran ini berperan penting dalam merangkum karakteristik data dan menarik kesimpulan, yang merupakan inti dari analisis dan interpretasi data. Penalaran matematis mendukung pengembangan model dalam menggali informasi dan analisis data, serta meningkatkan literasi data siswa dalam menghadapi kumpulan data yang kompleks (Zhang, 2023). Kemampuan ini menjadi sangat penting di era *big data*, karena berbagai alat dan metode matematis digunakan untuk menganalisis, menemukan pola yang bermakna, dan menarik kesimpulan dari jumlah data yang sangat besar dan kompleks (Jost, 2017). Selain itu, logika dan penalaran matematis merupakan landasan utama dalam ilmu komputer teoretis, karena keduanya berperan penting dalam merancang algoritma, membangun model komputasi, serta mengembangkan strategi pemecahan masalah

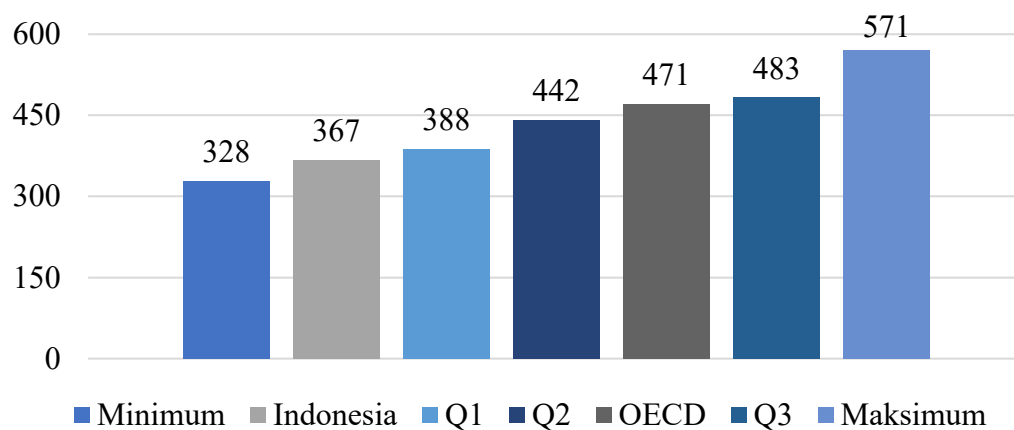
secara sistematis dan efisien (Harizanov, 2023). Matematika sangat diperlukan juga dalam bidang ekonomi sebagai metode untuk menyelesaikan permasalahan ekonomi secara efektif (Sun, Chang, & Chiang, 2022). Teknik-teknik matematika tingkat lanjut menjadi krusial dalam penalaran ekonomi, khususnya dalam pemodelan fungsi permintaan dan penawaran (Takemura, 2020).

Penalaran matematis memiliki kaitan yang erat dengan pembelajaran geometri, sebagaimana dibuktikan oleh berbagai penelitian. Geometri dan penalaran matematis merupakan fondasi dalam pembelajaran matematika. Kemampuan ini sangat penting dalam mengembangkan keterampilan berpikir kritis dan pemecahan masalah pada siswa (Jayathirtha, 2018; Crompton & Ferguson, 2024). Prestasi akademik dalam geometri dipengaruhi oleh proses kognitif seperti memori kerja (*working memory*) dan kecerdasan. Faktor-faktor tersebut berperan besar dalam kemampuan siswa memahami dan menerapkan konsep-konsep geometri. Selain itu, geometri intuitif berkorelasi erat dengan penalaran matematis (Giofrè, Mammarella, & Cornoldi, 2014). Pembelajaran geometri yang efektif mencakup pengembangan penalaran geometris, seperti menganalisis sifat-sifat aksiomatis, menyusun argumen logis, mengidentifikasi hubungan, dan membuktikan pernyataan (Seah & Horne, 2019).

Pengembangan tahapan pembelajaran penalaran geometris berperan penting dalam memfasilitasi pemahaman siswa secara bertahap, mulai dari kemampuan visualisasi dasar hingga keterampilan melakukan pembuktian formal. Proses ini didukung oleh penggunaan instrumen penilaian dan aktivitas pembelajaran yang dirancang secara khusus untuk melatih serta mengembangkan kemampuan berpikir geometris siswa (Seah & Horne, 2019; Hartono, Ramadhona, Irawati, Frentika, & Rizki, 2025). Pembelajaran geometri juga berkontribusi dalam meningkatkan keterampilan pemecahan masalah dan penalaran siswa (Jupri, 2017; Nuralam, Jupri, & Alifulloh, 2024). Dalam konteks pembelajaran jarak pada ruang dimensi tiga, setiap individu dapat memiliki persepsi dan pengalaman belajar yang berbeda-beda. Orientasi geometri yang bersifat visual-spasial secara eksplisit menuntut penggunaan strategi penalaran spasial abstrak, yang melibatkan pemahaman

terhadap masalah dan manipulasi informasi secara kognitif (Buckley, Seery, & Canty, 2019).

Meskipun geometri memiliki beragam peran penting dalam kehidupan sehari-hari, tetapi hal ini bertolak belakang dengan keadaan sesungguhnya yang terjadi di lapangan. Kemampuan siswa dalam materi geometri masih tergolong rendah dan telah mendapat perhatian besar dalam satu dekade terakhir (Yunianta, Suryadi, Dasari, & Herman, 2023). Siswa sering kesulitan dalam memahami konsep geometri secara mendalam dan cenderung hanya menghafal sifat-sifatnya. Kondisi ini menghambat kemampuan mereka dalam menerapkan konsep tersebut untuk menyelesaikan masalah (Tieng & Eu, 2018). Hal tersebut didukung oleh skor geometri (*space and shape*) siswa Indonesia yang masih rendah pada PISA 2022 (OECD, 2023) seperti yang dapat dilihat pada Gambar 1.2.



Gambar 1.2 Grafik Skor Geometri (*Space and Shape*)
Siswa Indonesia pada PISA 2022

Data pada Gambar 1.2 menunjukkan bahwa skor geometri (*space and shape*) siswa Indonesia pada PISA 2022 masih berada pada level rendah. Rata-rata skor Indonesia hanya mencapai 367, sedikit lebih tinggi dari skor minimum yaitu 328, namun masih jauh tertinggal dibandingkan dengan rata-rata negara-negara OECD yang mencapai 471. Ditinjau dari sebaran skor, pencapaian Indonesia berada di bawah kuartil pertama ($Q1 = 388$) maupun kuartil kedua atau median ($Q2 = 442$), serta memiliki selisih cukup besar dengan kuartil ketiga ($Q3 = 483$). Sementara itu, skor maksimum pada kategori ini mencapai 571, yang menunjukkan adanya

kesenjangan signifikan dengan capaian tertinggi di tingkat global. Data tersebut mengindikasikan bahwa penguasaan siswa Indonesia dalam bidang geometri masih memerlukan perhatian serius, khususnya dalam pengembangan penalaran spasial dan representasi visual yang menjadi kunci pada domain *space and shape*.

Rendahnya skor geometri siswa Indonesia berkaitan dengan masih terbatasnya kemampuan spasial yang berperan penting dalam memahami dan memecahkan masalah geometri (Nurjanah, Latif, Yuliardi, & Tamur, 2020). Kemampuan spasial merupakan serangkaian fungsi kognitif yang memungkinkan seseorang memanipulasi, memahami, dan mengolah informasi yang berkaitan dengan ruang atau posisi objek. Kemampuan spasial sangat penting dalam bidang STEM, di mana siswa perlu membayangkan objek dalam orientasi berbeda, memanipulasi model tiga dimensi, dan merekonstruksi gambar secara mental dari dua dimensi ke tiga dimensi. Namun, banyak siswa masih mengalami kesulitan dalam memahami geometri spasial 3D dan peralihan antara 2D dan 3D. Kemampuan untuk membuat gambar yang akurat dari objek spasial serta pemahaman visual-spasial 3D merupakan faktor yang memengaruhi kemampuan seseorang untuk mempelajari geometri spasial (Carbonell-Carrera, Jaeger, Saorín, Melián, & de la Torre-Cantero, 2021). Pemanfaatan perangkat lunak geometri dinamis seperti *Geometer's Sketchpad* dan *GeoGebra* terbukti efektif dalam meningkatkan kemampuan berpikir dan penalaran geometris siswa. Melalui teknologi ini, siswa dapat membangun model dinamis, menganalisis gerakan, dan merumuskan relasi matematika, sehingga memperkuat pemahaman konsep geometri dan mengembangkan penalaran mereka secara lebih mendalam (Hartono, dkk., 2025; Santos-Trigo, Reyes-Martínez, & Aguilar-Magallón, 2015; Kustiawati & Siregar, 2022; Nuralam, dkk., 2024).

Upaya pendidikan Indonesia untuk meningkatkan penalaran matematis pada bidang geometri khususnya materi jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga dapat terlihat melalui implementasi pada contoh soal setara Seleksi Nasional Berdasarkan Tes (SNBT) yang ditunjukkan pada Gambar 1.3.

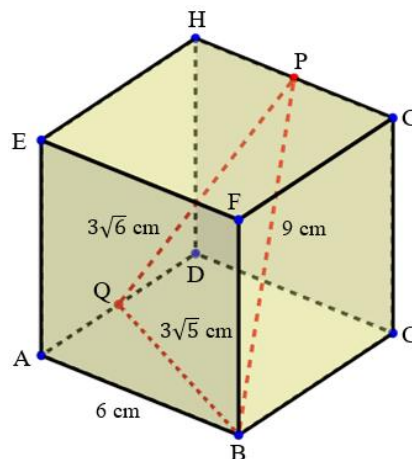
Bacalah bacaan berikut dengan saksama!

Pada kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm titik P berada pada pertengahan GH, kemudian titik Q berada pada pertengahan AD, jarak titik P ke garis BQ adalah ... cm.

- A. $\sqrt{29}$
- B. $2\sqrt{\frac{29}{2}}$
- C. $3\sqrt{\frac{29}{3}}$
- D. $3\sqrt{\frac{29}{5}}$
- E. $2\sqrt{\frac{29}{5}}$

Gambar 1.3 Contoh Soal Jarak dan Sudut pada Ruang Dimensi Tiga Setara Seleksi Nasional Berdasarkan Tes (SNBT) (Ruangguru, 2023)

Terlihat pada soal dalam Gambar 1.3, penyelesaiannya memerlukan penalaran matematis dan pengetahuan yang relevan. Langkah pertama, kita buat kubus ABCD.EFGH dengan P titik tengah GH dan Q titik tengah AD. Selanjutnya kita hubungkan titik P ke Q, titik Q ke B, dan titik B ke P.



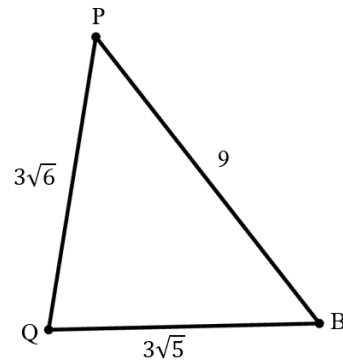
Dengan menggunakan Teorema Pythagoras, dapat ditentukan panjang PQ, QB, dan BP.

$$PQ = \sqrt{(PD)^2 + (DQ)^2} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 + (3)^2} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

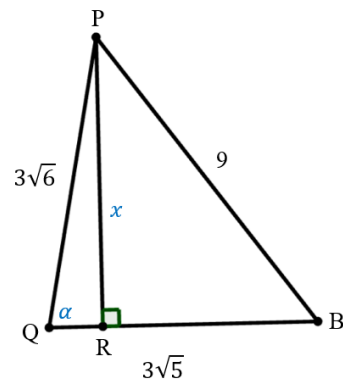
$$QB = \sqrt{(AQ)^2 + (AB)^2} = \sqrt{(3)^2 + (6)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$BP = \sqrt{(BC)^2 + (CP)^2} = \sqrt{(6)^2 + (3\sqrt{5})^2} = \sqrt{81} = 9$$

Kemudian, kita buat segitiga PQB sehingga didapat gambar berikut.



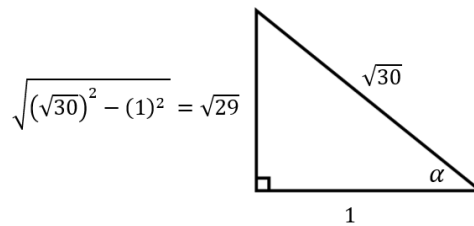
Jarak dari P ke QB adalah panjang garis tinggi pada segitiga PQB seperti gambar berikut.



Berdasarkan gambar di atas, garis tinggi segitiga tersebut adalah PR. Oleh karena itu, jarak antara titik P ke BQ adalah PR. Jadi, akan ditentukan panjang PR. Perhatikan sudut α pada gambar di atas. Dengan menggunakan aturan kosinus, didapat perhitungan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{PQ^2 + QB^2 - BP^2}{2 \times PQ \times QB} \\ \cos \alpha &= \frac{(3\sqrt{6})^2 + (3\sqrt{5})^2 - (9)^2}{2 \times (3\sqrt{6}) \times (3\sqrt{5})} \\ \cos \alpha &= \frac{54 + 45 - 81}{18\sqrt{30}} \\ \cos \alpha &= \frac{1}{\sqrt{30}}\end{aligned}$$

Kemudian perhatikan segitiga siku-siku berikut ini.



Diketahui formula sudut kosinus pada segitiga siku-siku sebagai berikut.

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{30}}$$

Maka, diperoleh nilai $\sin \alpha$ sebagai berikut.

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{30}} \dots (1)$$

Kemudian, perhatikan segitiga PQR. Nilai dari $\sin \alpha$ dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\sin \alpha = \frac{PR}{3\sqrt{6}} \dots (2)$$

Selanjutnya, dengan menyubstitusi persamaan (1) ke persamaan (2), maka didapat persamaan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{PR}{3\sqrt{6}} &= \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{30}} \\ PR &= \frac{3\sqrt{6} \times \sqrt{29}}{\sqrt{30}} \\ PR &= \frac{3\sqrt{29}}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{\frac{29}{5}} \end{aligned}$$

Dengan demikian, diperoleh jarak titik P ke BQ adalah $3\sqrt{\frac{29}{5}}$ cm.

Pemahaman mendalam tentang proses berpikir geometri memiliki peran fundamental dalam pendidikan matematika karena geometri tidak hanya membentuk dasar penalaran spasial, tetapi juga mengembangkan kemampuan berpikir logis, analitis, dan deduktif siswa (Battista, 2007). Salah satu teori yang banyak digunakan untuk menjelaskan bagaimana siswa membangun pemahaman geometri adalah Teori van Hiele. Teori ini pertama kali dikemukakan oleh Pierre Marie van Hiele dan Dina van Hiele-Geldof pada tahun 1957, yang berpendapat

bahwa perkembangan berpikir geometri siswa berlangsung secara bertahap melalui level-level tertentu yang bersifat hierarkis dan tidak dapat dilompati (van Hiele, 1986). Dengan kata lain, siswa hanya dapat naik ke level berikutnya jika sudah menguasai level sebelumnya. Hal ini menjadikan Teori van Hiele sebagai kerangka konseptual penting dalam mendukung pembelajaran geometri di sekolah.

Terdapat lima level berpikir geometri yang masing-masing memiliki karakteristik kognitif berbeda sebagaimana dikemukakan oleh van Hiele. Pada level 0 (visualisasi), siswa mengenali dan mengklasifikasikan bentuk geometri berdasarkan tampilan global tanpa mempertimbangkan sifat detail. Misalnya, siswa dapat mengidentifikasi segitiga hanya dari bentuknya, tanpa memahami perbedaan antara segitiga sama sisi, sama kaki, dan sembarang (Fuys, Geddes, & Tischler, 1988). Selanjutnya, pada level 1 (analisis), siswa mulai menyadari sifat-sifat geometri seperti jumlah sisi, sudut, dan panjang, meskipun mereka belum mampu memahami hubungan antar sifat. Sebagai contoh, siswa dapat menyebutkan bahwa persegi memiliki empat sisi sama panjang dan empat sudut siku-siku, tetapi belum memahami bahwa persegi merupakan bentuk khusus dari persegi panjang (Usiskin, 1982). Pada level 2 (deduksi informal), siswa mulai mampu menghubungkan sifat-sifat antar bangun dan menyusun argumen informal. Misalnya, mereka dapat menjelaskan mengapa semua persegi adalah persegi panjang, tetapi tidak semua persegi panjang adalah persegi. Hal ini menunjukkan kemampuan awal dalam membuat generalisasi logis, meskipun argumennya belum sepenuhnya sistematis (van Hiele, 1986).

Perkembangan berikutnya adalah level 3 (deduksi formal), di mana siswa memahami struktur logis geometri dan mampu menyusun pembuktian matematis secara sistematis dalam kerangka aksiomatis. Pada tahap ini, siswa dapat membuktikan Teorema Pythagoras menggunakan definisi, postulat, dan teorema yang berlaku dalam sistem aksiomatis *Euclidean* (Clements & Battista, 1992). Tahap tertinggi adalah level 4 (rigor), di mana siswa telah mampu berpikir secara abstrak dan bekerja dalam berbagai sistem aksiomatis. Pada level ini, mereka memahami bahwa geometri tidak terbatas pada sistem *Euclidean*, tetapi juga

mencakup sistem lain seperti geometri *non-Euclidean*. Siswa dapat membandingkan berbagai sistem aksiomatis, mendiskusikan konsistensi logis, serta memahami peran definisi, aksioma, dan pembuktian dalam membangun kebenaran matematis (Burger & Shaughnessy, 1986).

Teori van Hiele memberikan kontribusi yang sangat besar dalam praktik pembelajaran geometri. Pertama, teori ini membantu guru memahami level berpikir siswa sehingga dapat mengidentifikasi kesulitan mereka secara tepat (Fuys, dkk., 1988). Kedua, teori ini memberikan pedoman praktis bagi guru untuk merancang strategi pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan kognitif siswa, misalnya dengan menyediakan aktivitas manipulatif, visualisasi menggunakan media konkret maupun perangkat lunak seperti *GeoGebra*, hingga pembuktian formal. Ketiga, teori ini menekankan pentingnya transisi bertahap dari satu level ke level berikutnya melalui pengalaman belajar yang dirancang secara sistematis, sehingga siswa dapat mengembangkan penalaran geometris secara berkesinambungan (Clements & Battista, 1992).

Dengan demikian, Teori van Hiele tidak hanya berfungsi sebagai landasan teoretis dalam memahami perkembangan berpikir geometri siswa, tetapi juga memiliki implikasi praktis yang signifikan dalam pembelajaran. Guru dapat menggunakannya untuk merancang pembelajaran yang lebih efektif, membantu siswa berpindah dari level berpikir yang lebih rendah ke level yang lebih tinggi, serta pada akhirnya mendukung pengembangan penalaran matematis siswa dalam geometri. Hal ini sejalan dengan penelitian-penelitian terdahulu yang menunjukkan bahwa pembelajaran berbasis Teori van Hiele dapat meningkatkan pemahaman geometri, kemampuan pembuktian, serta penalaran matematis siswa secara signifikan (Usiskin, 1982; Fuys, dkk., 1988; Clements & Battista, 1992).

Menurut van Hiele (1986), pemikiran geometri berkembang melalui beberapa tingkatan yang bersifat diskrit. Namun, transisi antar level berlangsung secara bertahap dan tidak selalu seragam pada setiap individu. Temuan Burger dan Shaughnessy (1986) memperkuat pandangan tersebut dengan menunjukkan bahwa karakteristik berpikir geometri seseorang dapat menampilkan ciri-ciri lebih dari

satu level secara bersamaan. Hal ini menandakan bahwa pencapaian pada tiap level tidak selalu utuh dan dapat berbeda derajatnya meskipun siswa dikategorikan berada pada level yang sama. Usiskin (1982) juga mencatat adanya variasi dalam cara individu mencapai dan mengalami peralihan antar level berpikir geometri, yang mengimplikasikan bahwa proses berpikir geometri lebih bersifat kontinu daripada sekadar diskrit sebagaimana dijelaskan dalam teori level berpikir geometri van Hiele. Pandangan ini sejalan dengan Clements dan Battista (1992) yang menekankan bahwa perkembangan berpikir geometri lebih menyerupai suatu kontinu yang berkesinambungan. Selanjutnya dalam penelitian ini, istilah level berpikir geometri van Hiele digunakan untuk merujuk pada Teori van Hiele.

Kemampuan Awal Matematis (KAM) berperan penting dalam menentukan sejauh mana siswa mampu mencapai level berpikir geometri van Hiele. Hasil penelitian Tamara, Yuniawatika, dan Zainuddin (2021) menunjukkan bahwa siswa dengan KAM tinggi rata-rata telah mencapai level 2 (deduksi informal), sedangkan siswa dengan KAM sedang dan rendah rata-rata baru mencapai level 1 (analisis). Temuan Rahayu dan Jupri (2020) mengungkapkan bahwa siswa dengan KAM tinggi berada pada level 1 (analisis), sementara siswa dengan KAM sedang dan rendah cenderung berada pada level 0 (visualisasi). Selanjutnya, Kuniasih, Ammnet, dan Domingo (2022) melaporkan bahwa siswa dengan KAM tinggi mampu mencapai level 2 (deduksi informal), siswa dengan KAM sedang berada pada level 1 (analisis), sedangkan siswa dengan KAM rendah hanya mencapai level 0 (visualisasi). Sejalan dengan itu, Žilková, Záhorec, dan Munk (2025) menemukan adanya hubungan positif yang signifikan antara nilai matematika siswa dan capaian level berpikir geometri van Hiele, di mana siswa yang memperoleh nilai matematika lebih tinggi cenderung mampu mencapai level berpikir geometri yang lebih tinggi.

KAM juga termasuk salah satu faktor utama dalam membangun penalaran matematis siswa. Sarumaha (2021) menyatakan bahwa semakin tinggi KAM, maka semakin baik pula penalaran matematis siswa. Sejalan dengan itu, Imkhala, Supandi, dan Purwanto (2024) menegaskan bahwa perbedaan KAM berimplikasi

pada perbedaan penalaran matematis. Penelitian yang dilakukan oleh Salam, Hasnawati, Andini, Suhar, dan Lambertus (2023) menunjukkan bahwa siswa dengan KAM tinggi mampu memenuhi seluruh indikator penalaran matematis, yaitu membuat dugaan, melakukan manipulasi matematis, menyusun bukti, menarik kesimpulan, serta memeriksa kebenaran argumen. Siswa dengan KAM sedang umumnya hanya memenuhi sebagian indikator, yaitu membuat dugaan, melakukan manipulasi matematis, dan sebagian menyusun bukti, sedangkan siswa dengan KAM rendah cenderung terbatas pada membuat dugaan dan melakukan manipulasi matematis. Hal tersebut juga diperkuat oleh temuan Irawan, Fajar, dan Widiati (2025) yang mengungkapkan bahwa siswa dengan KAM tinggi mampu menjelaskan pernyataan matematis secara runtut, melakukan perhitungan dengan tepat, serta menarik kesimpulan sesuai konsep. Siswa dengan KAM sedang dapat menuliskan pernyataan disertai ilustrasi dan melakukan perhitungan dengan benar, meskipun kesimpulan yang dihasilkan belum sepenuhnya tepat. Sebaliknya, siswa dengan KAM rendah sering mengalami kesulitan dalam menuliskan pernyataan matematis, melakukan perhitungan, maupun menghasilkan kesimpulan yang relevan.

Selain itu, level berpikir geometri van Hiele yang dimiliki siswa berpengaruh terhadap penguasaan penalaran matematis. Setiyawan, Fauziyah, dan Fadholi (2024) mengemukakan bahwa siswa pada level 0 (visualisasi) dan level 1 (analisis) hanya memenuhi tiga indikator penalaran matematis, sedangkan siswa pada level 2 (deduksi informal) mampu memenuhi lima indikator. Lebih lanjut, Alpian dan Anggoro (2020) menyatakan bahwa kemampuan siswa dalam menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, mengajukan dugaan, melakukan manipulasi, dan menarik kesimpulan meningkat seiring dengan kenaikan level berpikir geometri van Hiele. Siswa level 0 (visualisasi) mampu menyelesaikan dua dari lima soal, siswa level 1 (analisis) menyelesaikan tiga soal, sedangkan siswa level 2 (deduksi informal) menyelesaikan empat soal. Sementara itu, Mawarsari, Waluya, dan Dewi (2023) menjelaskan bahwa mahasiswa level 1 (visualisasi) dapat mendeskripsikan bentuk abstrak secara visual tetapi masih lemah dalam analisis

soal, mahasiswa level 2 (analisis) mampu memvisualisasikan bentuk geometris dan melakukan perhitungan meskipun masih membutuhkan kreativitas dalam pembuktian, sedangkan mahasiswa level 3 (deduksi informal) sudah dapat membuktikan konsep geometri spasial berdasarkan konsep formal meskipun masih mengalami kesulitan dalam pembuktian yang lebih kompleks. Selain itu, Demircioglu dan Hatip (2023) menegaskan bahwa terdapat hubungan linear antara level berpikir geometri van Hiele siswa dan keterampilan menulis bukti.

Berdasarkan pandangan bahwa perkembangan berpikir geometri bersifat kontinu dan dipengaruhi oleh pengalaman individual yang kompleks, penelitian ini menggunakan metode fenomenologi hermeneutik untuk mengungkap makna di balik pengalaman siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan penalaran matematis. Metode ini dipilih karena mampu merepresentasikan dimensi subjektif sekaligus kontekstual dari proses berpikir siswa. Fenomenologi hermeneutik merupakan metode filosofis yang menggabungkan dua aliran utama, yaitu fenomenologi dan hermeneutik, dengan tujuan memahami makna dalam konteks pengalaman manusia. Pendekatan ini tidak hanya menelaah pengalaman subjektif individu, tetapi juga mempertimbangkan bagaimana pengalaman tersebut dibentuk dan dipengaruhi oleh konteks sosial yang lebih luas (Friesen, Henriksson, & Saevi, 2012). Makna dalam perspektif ini dipandang sebagai sesuatu yang dinamis, selalu terbuka terhadap reinterpretasi (Friesen, dkk., 2012). Dengan demikian, fenomenologi hermeneutik tidak hanya berfungsi sebagai metode penelitian, melainkan juga sebagai disposisi dan sikap ilmiah yang menekankan kepekaan, keterbukaan terhadap berbagai pengalaman, serta kualitas estetis dalam penulisan.

Bersumber pada prinsip-prinsip di atas, penelitian ini menerapkan pembelajaran berbasis DNR dalam matematika (*DNR-based instruction in mathematics*) yang dikembangkan oleh Guershon Harel. Pendekatan ini sejalan dengan fenomenologi hermeneutik, karena menekankan interpretasi dan pemahaman mendalam dalam konteks pendidikan matematika. Teori Kognitif Harel berfokus pada tiga prinsip utama, yaitu *Duality*, *Necessity*, dan *Repeated-*

Reasoning (DNR). Prinsip pertama, *duality*, menggambarkan perbedaan antara *ways of thinking* dan *ways of understanding* siswa. Siswa membawa pola pikir yang berbeda ke dalam kelas, yang berasal dari pengalaman hidup, pendidikan, dan latar belakang sosial mereka. Pola pikir yang diinginkan akan mendukung pemahaman yang mendalam dan pemecahan masalah yang efektif, sedangkan pola pikir yang tidak diinginkan dapat menghambat proses belajar. Prinsip kedua, *necessity*, menekankan pentingnya kebutuhan intelektual siswa dalam belajar, yang mencakup dorongan untuk mencari kepastian, kausalitas, komputasi, komunikasi, dan struktur dalam materi yang dipelajari. Kebutuhan ini membangkitkan rasa ingin tahu siswa dan mendorong mereka untuk memahami konsep-konsep secara lebih dalam. Prinsip ketiga, *repeated-reasoning*, menekankan pentingnya latihan berulang dalam membantu siswa menginternalisasi dan mengorganisasi pengetahuan matematika secara efektif (Harel, 2001).

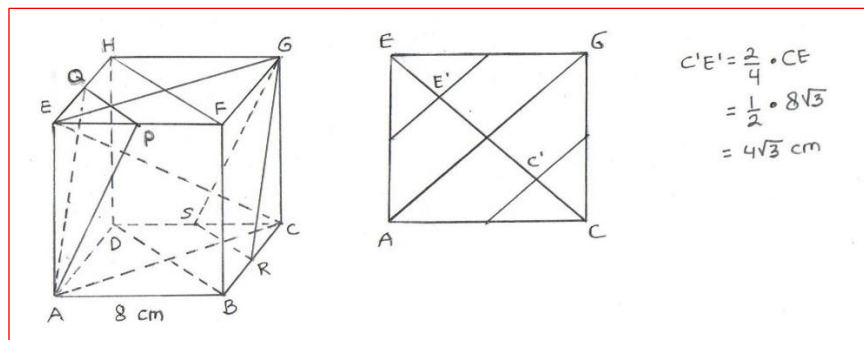
Teori Kognitif Harel juga mengidentifikasi tiga konstruksi utama yang saling terkait dalam pembelajaran matematika, yaitu *mental acts*, *ways of thinking*, dan *ways of understanding*. *Mental acts* merujuk pada tindakan mental yang dilakukan siswa saat mereka berhadapan dengan masalah matematika, baik yang berasal dari dalam diri mereka maupun lingkungan sekitar. *Ways of thinking* adalah karakteristik kognitif yang berkembang dari tindakan mental tersebut, yang menggambarkan bagaimana siswa berpikir dan mengorganisasi ide mereka dalam menyelesaikan masalah. Sedangkan *ways of understanding* adalah hasil dari tindakan mental yang mencerminkan pemahaman siswa terhadap konsep-konsep matematika secara formal. Proses ini membentuk dasar bagaimana siswa membangun pengetahuan matematika mereka dan menyelesaikan masalah secara sistematis (Harel, 2008a).

Secara keseluruhan, Teori Kognitif Harel menyediakan kerangka kerja yang menggambarkan bagaimana siswa mengembangkan pemahaman matematika melalui interaksi antara *mental acts*, *ways of thinking*, dan *ways of understanding*. Pendekatan ini menekankan pentingnya memberikan kesempatan bagi siswa untuk berlatih dan mengembangkan pola pikir yang mendukung pemahaman yang mendalam serta kemampuan pemecahan masalah yang efektif. Dalam hal ini,

matematika dipandang sebagai kombinasi antara pemahaman formal dan cara berpikir yang sistematis, yang memungkinkan siswa untuk melihat hubungan antara konsep-konsep dan mengaplikasikannya dalam berbagai situasi (Harel, 2001). Selanjutnya dalam penelitian ini, istilah *mental acts*, *ways of thinking*, dan *ways of understanding* digunakan untuk merujuk pada Teori Kognitif Harel.

Studi pendahuluan yang dilakukan di salah satu SMA di Kabupaten Subang menunjukkan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga, khususnya dalam mengonstruksi jarak antara dua bidang. Gambar 1.4 menampilkan salah satu jawaban siswa dalam menyelesaikan masalah penalaran matematis terkait materi jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga.

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 8 cm. P, Q, R, dan S berturut-turut adalah titik tengah garis EF, EH, BC, dan CD. Jarak antara bidang APQ dan bidang GRS adalah



Gambar 1.4 Jawaban Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Jarak dan Sudut pada Ruang Dimensi Tiga

Berdasarkan jawaban siswa pada Gambar 1.4, terlihat bahwa siswa membuat visualisasi terlebih dahulu untuk kubus ABCD.EFGH dengan bidang APQ dan bidang GRS. Selanjutnya siswa membuat tampilan dua dimensi berupa segi empat ACGE untuk jarak antara bidang APQ dan bidang GRS. Siswa mengasumsikan jarak antara APQ dan GRS yaitu $C'E'$. Panjang $C'E'$ diperoleh melalui $\frac{2}{4} \times CE = \frac{2}{4} \times 8\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$. Terdapat kesalahan konseptual dalam menentukan jarak antara APQ dan GRS. $C'E'$ bukan merupakan jarak yang menghubungkan

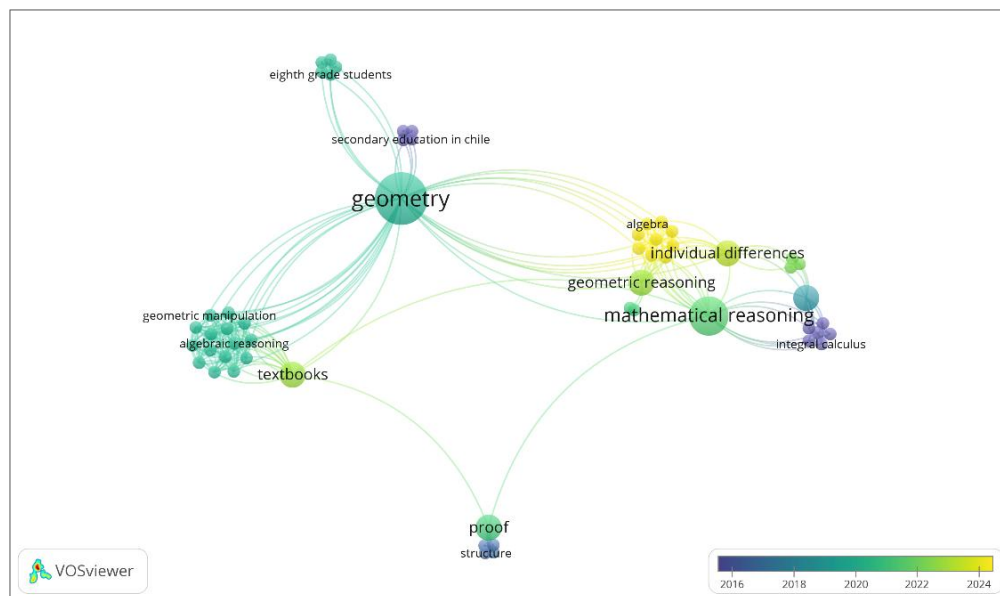
secara tegak lurus atau 90° antara bidang APQ dan bidang GRS. Hal tersebut dibuktikan dengan hasil perhitungan berikut.

$$\begin{aligned}\sin \angle CE'A &\dots \frac{E'C}{AC} \\ \sin \angle CE'A &\dots \frac{\frac{3}{4} \times EC}{AC} \\ \sin \angle CE'A &\dots \frac{\frac{3}{4} \times 8\sqrt{3}}{8\sqrt{2}} \\ \sin \angle CE'A &\dots \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \\ \sin \angle CE'A &\neq 1 \\ \sin \angle CE'A &\neq 90^\circ\end{aligned}$$

Hal ini menunjukkan bahwa siswa masih mengalami kesulitan dalam memvisualisasikan hubungan spasial antar bidang dalam ruang, seperti memahami posisi relatif dua bidang yang sejajar, berpotongan, atau saling bersilangan. Selain itu, siswa juga belum sepenuhnya memahami konsep jarak antar bidang secara geometris, baik dari segi makna konseptual maupun langkah-langkah penyelesaiannya. Kesulitan ini dapat disebabkan oleh terbatasnya pemahaman terhadap representasi bidang dalam ruang dan kurangnya keterampilan dalam mengaitkan bentuk visual dengan prosedur matematis. Oleh karena itu, diperlukan penguatan konsep geometri ruang, khususnya dalam memahami representasi bidang dan cara menentukan jarak dengan tepat.

Permasalahan dalam memahami konsep jarak antar bidang, sebagaimana ditunjukkan oleh jawaban siswa, mencerminkan adanya tantangan dalam penalaran matematis serta pemahaman terhadap konsep-konsep geometri ruang. Hal ini menunjukkan bahwa siswa belum sepenuhnya mampu menghubungkan representasi visual dengan prosedur geometris yang tepat, sehingga diperlukan kajian dan penelitian lebih lanjut yang mengintegrasikan aspek penalaran matematis dengan teori pembelajaran geometri. Dalam konteks ini, penelitian yang mengaitkan penalaran matematis dengan level berpikir geometri van Hiele dan

Teori Kognitif Harel menjadi sangat relevan, mengingat pendekatan semacam ini masih tergolong baru dan sedang mengalami perkembangan. Relevansi dan pertumbuhan topik ini juga tercermin dari hasil visualisasi bibliometrik berbasis *overlay visualization* pada basis data *Scopus* untuk periode 2016–2024 menggunakan *VOSviewer*, sebagaimana ditampilkan pada Gambar 1.5.



Gambar 1.5 Hasil Visualisasi Bibliometrik Penelitian Penalaran Matematis dan Geometri pada *Scopus* untuk Periode 2016–2024

Pada Gambar 1.5 ditampilkan hasil visualisasi bibliometrik berbasis *co-occurrence* dari kata kunci yang dianalisis menggunakan perangkat lunak *VOSviewer*, dengan data yang bersumber dari basis data *Scopus* untuk periode 2016–2024. Visualisasi ini menampilkan hubungan keterkaitan antara istilah-istilah yang sering muncul bersama dalam literatur ilmiah, khususnya dalam bidang geometri dan penalaran matematis. Istilah *geometry* dan *mathematical reasoning* tampak sebagai simpul utama dengan ukuran terbesar, yang menunjukkan frekuensi kemunculannya sangat tinggi dalam publikasi. Keduanya saling terhubung erat dengan istilah lain seperti *geometric reasoning*, *individual differences*, dan *algebra*, yang ditandai dengan garis penghubung dan pewarnaan kuning kehijauan, mengindikasikan bahwa topik-topik tersebut menjadi perhatian dalam publikasi terbaru. Sementara itu, istilah seperti *textbooks*, *geometric manipulation*, dan

algebraic reasoning berada di wilayah berwarna biru, menunjukkan bahwa topik tersebut lebih banyak dikaji pada periode sebelumnya (2016–2018). Selain itu, istilah *proof* dan *structure* muncul sebagai simpul yang terhubung namun agak terpisah, menandakan keterkaitannya dengan geometri dan penalaran, namun dengan intensitas kemunculan yang lebih rendah. Secara keseluruhan, visualisasi ini menunjukkan bahwa hubungan antara geometri dan penalaran matematis merupakan bidang kajian yang aktif dan terus berkembang, serta membuka peluang untuk penelitian lebih lanjut yang mengintegrasikan aspek kognitif dan pedagogis dalam pembelajaran matematika.

Penjelasan yang telah dipaparkan menunjukkan adanya permasalahan dalam penalaran matematis siswa, khususnya pada materi jarak dan sudut dalam ruang dimensi tiga. Hal ini menegaskan perlunya penelitian yang mampu menjembatani makna dan konteks pengalaman belajar siswa dengan teori-teori pembelajaran matematika, sehingga diperoleh pemahaman yang lebih komprehensif terhadap proses penalaran matematis. Meskipun berbagai kajian telah dilakukan, penelitian yang secara khusus mengaitkan penalaran matematis dengan level berpikir geometri van Hiele dan Teori Kognitif Harel pada bangun ruang masih relatif terbatas. Padahal, integrasi kedua teori tersebut penting untuk mengungkap tahapan berpikir siswa serta cara mereka memahami dan menyelesaikan masalah geometri secara lebih mendalam. Berdasarkan urgensi tersebut, peneliti tertarik untuk melakukan kajian dan penelitian dengan judul “Profil Penalaran Matematis Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Jarak dan Sudut pada Ruang Dimensi Tiga Ditinjau dari Level Berpikir Geometri van Hiele dan Teori Kognitif Harel”.

1.2. Pertanyaan penelitian

Berdasarkan latar belakang di atas, pertanyaan penelitian dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana level berpikir geometri van Hiele siswa SMA dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga ditinjau dari KAM?

2. Bagaimana penalaran matematis siswa SMA dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga ditinjau dari KAM dan Teori Kognitif Harel?
3. Bagaimana profil penalaran matematis siswa SMA dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga ditinjau dari KAM, level berpikir geometri van Hiele, dan Teori Kognitif Harel?

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang dan pertanyaan penelitian di atas, penelitian ini bertujuan untuk mengkaji:

1. Level berpikir van Hiele siswa SMA dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga ditinjau dari KAM.
2. Penalaran matematis siswa SMA dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga ditinjau dari KAM dan Teori Kognitif Harel.
3. Profil Penalaran matematis siswa SMA dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga ditinjau dari KAM, level berpikir geometri van Hiele, dan Teori Kognitif Harel.

1.4. Manfaat Penelitian

Berikut ini adalah beberapa manfaat dari hasil penelitian yang diharapkan, yaitu:

1. Manfaat Teoretis

Penelitian ini diharapkan menambah wawasan teoretis mengenai profil penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga ditinjau dari level berpikir geometri Hiele dan Teori Kognitif Harel. Penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi, bahan pertimbangan, maupun pembanding untuk penelitian sejenis atau relevan lainnya.

2. Manfaat Praktis

a. Peneliti

Hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai bahan informasi dan menambah pengetahuan peneliti mengenai profil penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga ditinjau dari level berpikir geometri van Hiele dan Teori Kognitif Harel. Penelitian ini memberikan pengalaman dan kesempatan bagi peneliti untuk mendalami dan memperluas pengetahuan di bidang ini.

b. Bagi Guru

Penelitian ini dapat menjadi informasi mengenai profil penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga ditinjau dari level berpikir geometri van Hiele dan Teori Kognitif Harel, sehingga informasi ini dapat menjadi dasar pertimbangan guru untuk membuat rancangan pembelajaran selanjutnya.

1.5. Batasan Penelitian

Masalah yang dikaji dalam penelitian ini yaitu jarak dan sudut pada ruang dimensi tiga yang telah dipelajari di tingkat SMA kelas XII program IPA pada Tahun Ajaran 2024/2025 dengan Kurikulum 2013.