BAB III

MODEL ANTRIAN MULTISERVER DENGAN VACATION

Dalam sebuah sistem antrian akan terdapat individu yang datang untuk mendapatkan pelayanan yang disebut dengan *customer*, juga individu yang akan memberikan pelayanan kepada pelanggan yang disebut dengan *server*. Sebuah sistem antrian yang memiliki satu *server* disebut dengan *single server* sedangkan sistem antrian dengan lebih dari satu *server* disebut *multiserver*. Dalam menjalankan tugasnya untuk melayani pelanggan, para *server* mungkin saja mempunyai tugas sekunder. Seperti halnya dalam sistem antrian di sebuah bank, tugas *customer service* selain melayani *customer* atau pelanggan dan mempunyai tugas sekunder saat tidak melayani *customer* seperti merapikan data *customer* tersebut, memeriksa kembali mesin hitung yang digunakan, ataupun untuk beristirahat sejenak, maka waktu ketika *server* tersebut melakukan tugas sekunder ataupun saat *server* tidak melayani pelanggan pada jam operasional maka *server* disebut sedang melakukan *vacation*. *Vacation* dapat dianggap sebagai waktu istirahat *server*, waktu bagi *server* ketika melakukan tugas sampingan, atau gangguan teknis pada saat melakukan pelayanan (Tian & Zhang, 2006:193).

Apabila hanya terdapat satu *server* pada sistem antrian, maka menggunakan *Single Server Vacation Models*. Tetapi apabila terdapat lebih dari satu *server* pada sistem antrian, maka digunakan *Multiserver Vacation Models*. Dalam skripsi ini hanya akan dibahas mengenai model antrian *multiserver* dengan *vacation* yang dilakukan beberapa kali oleh satu atau lebih *server* secara tidak bersamaan. Model antrian yang demikian disebut *Asynchronous Multiple Vacation Model* (AS, MV).

Diasumsikan bahwa laju pelayanan (μ), laju kedatangan *customer* (λ) dan waktu *vacation* (θ) ketiganya saling bebas. Diberikan $L_v(t)$ adalah jumlah pelanggan dalam sistem pada waktu t, dan diberikan $J(t)$ adalah jumlah *server* yang bekerja atau tidak melakukan *vacation* pada waktu t. Sehingga $\{(L_v(t), J(t)), t \geq 0\}$ adalah sebuah *Quasi Birth Death (QBD)*

3.1 *Quasi Birth-Death (QBD) Process*

QBD *process* merupakan generalisasi dari *Birth-Death Process* dari suatu *state space* berdimensi satu menjadi *state space* berdimensi lebih dari satu. Sistem antrian markovian dapat dimodelkan dengan QBD *process* dengan menggunakan *Matrix Analytical Method* (MAM)

Untuk sebuah proses Markov berdimensi dua $\{(L_v(t), J(t)), t \geq 0\}$ dengan *state space*

$$\mathbf{\Omega} = \{(\mathrm{k}, \mathrm{j}) : \mathrm{k} \geq 0, 1 \leq \mathrm{j} \leq \mathrm{m}\}$$

Dimana *k* merupakan level dari proses, *j* merupakan fase proses, dan *m* suatu bilangan bulat berhingga atau tak berhingga, memiliki matriks generator infinitesimal sebagai berikut:

$$Q = \begin{bmatrix} A_0 & C_0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ B_1 & A_1 & C_1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & B_2 & A_2 & C_2 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & B & A & C & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

Matriks Q memiliki elemen diagonal bernilai negatif dan elemen non-diagonal bernilai positif. Untuk sebuah sistem dengan *c server*, tidak hanya berlevel $k = 0$ tetapi $k = 1, 2, ..., c - 1$. Dapat dinotasikan *state* ke *k* dengan m_k , $0 \leq k \leq c - 1$. Submatriks-submatriks matriks generator infinitesimal Q adalah sebegai berikut:

$$A_0 = -\lambda$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -(\lambda + 2\theta) & 2\theta \\ 0 & -(\lambda + \mu) \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -(\lambda + 3\theta) & 3\theta & 0 \\ 0 & -(\lambda + \mu + 2\theta) & 2\theta \\ 0 & 0 & -(\lambda + 2\mu + \theta) \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$A_k = \begin{bmatrix} -h_0 & c\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h_1 & (c-1)\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h_{k-1} & (c-k+1)\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\lambda + k\mu + (c-k)\theta) \end{bmatrix}_{(k+1)\mathrm{x}(k+1)} \tag{3.2}$$

Dengan $h_k = \lambda + \mu k + (c - k)\theta$ untuk $1 \leq k \leq c - 1$

$$A = \begin{bmatrix} -h_0 & c\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h_1 & (c-1)\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h_{c-1} & \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -h_c \end{bmatrix}$$

Dengan $h_k = \lambda + \mu k + (c-k)\theta$ untuk $1 \leq k \leq c-1$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mu \\ 0 & 2\mu \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$B_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (k-1)\mu \\ 0 & 0 & 0 & k\mu \end{bmatrix}_{(k+1)\mathrm{x}k} \tag{3.3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (c-1)\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c\mu \end{bmatrix}$$

$$C_0 = [\lambda \quad 0]$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$C_k = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \end{bmatrix}_{(k+1)\mathrm{x}(k+2)} \tag{3.4}$$

$$C = \lambda I = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

Suatu QBD *process* yang memiliki *state-state* yang saling terhubung disebut dengan QBD *process* yang *irreducible*. Untuk menganalisis suatu QBD *process*, terlebih dahulu dicari solusi non-negatif minimum dari suatu persamaan matriks kuadratik sebagai berikut

$$\boldsymbol{R^2B} + \boldsymbol{RA} + \boldsymbol{C} = \boldsymbol{0} \tag{3.5}$$

(Tian & Zhang, 2006:198)

Matriks **R** disebut dengan *rate matrix* yang mempunyai entri-entri non-negatif dengan struktur sebagai berikut

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} r_0 & r_{01} & \dots & r_{0c} \\ 0 & r_1 & \cdots & r_{1c} \\ 0 & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & r_c \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

Selain persamaan (3.5) memiliki solusi non-negatif, persamaan (3.5) juga dapat dibentuk menjadi persamaan linier homogen

$$(\pi_0, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{c-1}, \pi_c)B[\boldsymbol{R}] = 0$$

yang mempunyai solusi positif, dimana

$$B[\boldsymbol{R}] = \begin{bmatrix} A_0 & C_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_1 & A_1 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{c-1} & -A_{c-1} & C_{c-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_c & A_c & AR + B \end{bmatrix}$$

3.2. Antrian M/M/c dengan *Multiple Asynchronous Vacation*

Antrian M/M/c dengan *Multiple Asynchronous Vacation* adalah sistem antrian dengan *server* lebih dari satu, dimana *server-server* dalam sistem antrian tersebut melakukan beberapa *vacation* dengan tidak serempak. Sedangkan bila *server-server* tersebut melakukan *vacation* beberapa kali dengan serempak maka *server* tersebut melakukan apa yang disebut dengan *Multiple Synchronous Vacation*. Dalam skripsi ini diambil studi kasus pada sistem antrian di Bank BCA Cabang Ujung Berung sehingga model antrian yang digunakan adalah antrian M/M/c dengan *Multiple Asynchronous Vacation*.

Dalam sistem antrian rata-rata kedatangan dilambangkan dengan λ, dan rata-rata waktu pelayanan dilambangkan dengan μ. Diasumsikan bahwa waktu *vacation* mengikuti distribusi Eksponensial dengan parameter θ.

3.2.1 *Rate Matrix* R

Rate matrix R merupakan matriks yang memiliki entri-entri non-negatif. *Rate matrix R* digunakan untuk mencari solusi non-negatif minimum dari suatu persamaan matriks kuadratik (3.5) dalam suatu *Quasi Birth and Death process* . Entri-entri diagonal *rate matrix R* dapat dicari dengan mensubstitusikan $k\mu, \lambda + k\mu + (c-k)\theta,$ dan λ yang berturut-turut merupakan entri pada kolom terakhir dan baris terakhir dari matriks A_k, B_k, dan C_k ke dalam persamaan (3.6), diperoleh persamaan

$$k\mu r^2 - [\lambda + k\mu + (c-k)\theta]r + \lambda = 0 \qquad 1 \leq k \leq c \qquad (3.7)$$

r merupakan entri dari *rate matrix* **R**

Teorema 3.1 (Tian & Zhang, 2006:222) pada kondisi *steady-state*, persamaan:

$$k\mu r^2 - [\lambda + k\mu + (c-k)\theta]r + \lambda = 0 \qquad 1 \leq k \leq c \qquad (3.8)$$

Mempunyai dua akar, yaitu $r_k < r_k^*$ dan $0 < r_k < 1$, $r_k^* \geq 1$

Bukti :

Akar-akar dari persamaan (3.8) dapat dicari dengan rumus abc, dengan $a = k\mu,$

$b = -[\lambda + k\mu + (c-k)\theta],$ dan $c = \lambda$

$$r_k^*, r_k = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Maka

$$r_k^* = \frac{\lambda + k\mu + (c-k)\theta + \sqrt{(\lambda + k\mu + (c-k)\theta)^2 - 4k\mu\lambda}}{2k\mu} \qquad (3.9)$$

dan

$$r_k = \frac{\lambda + k\mu + (c-k)\theta - \sqrt{(\lambda + k\mu + (c-k)\theta)^2 - 4k\mu\lambda}}{2k\mu} \qquad (3.10)$$

Dari persamaan (3.9) dan (3.10) dapat ditentukan rumus untuk r_{k+1}^* dan r_{k+1}, yaitu

$$r_{k+1}^{*} = \frac{\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta + \sqrt{(\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta)^2 - 4\lambda(k+1)\mu}}{2(k+1)\mu} \tag{3.11}$$

$$r_{k+1} = \frac{\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta - \sqrt{[(\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta)]^2 - 4\lambda(k+1)\mu}}{2(k+1)\mu} \tag{3.12}$$

Selanjutnya persamaan (3.11) dikalikan dengan *(k* + 1*)*μ, diperoleh

$$\begin{aligned}(k+1)\mu r_{k+1}^{*} &= \frac{\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta + \sqrt{(\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta)^2 - 4\lambda(k+1)\mu}}{2} \\ &= \frac{2[\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta]}{2} \\ &\quad - \left\{\frac{[\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta] - \sqrt{[(\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta)]^2 - 4\lambda(k+1)\mu}}{2}\right\}\end{aligned} \tag{3.13}$$

Selanjutnya persamaan (3.12) dikalikan dengan $(k+1)\mu$, diperoleh

$$(k+1)\mu r_{k+1} = \frac{\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta + \sqrt{(\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta)^2 - 4\lambda(k+1)\mu}}{2} \tag{3.14}$$

Substitusikan persamaan (3.14) ke dalam persamaan (3.13), diperoleh

$$(k+1)\mu r_{k+1}^{*} = \frac{2[\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta]}{2} - r_{k+1}(k+1)\mu$$

$$(k+1)\mu r_{k+1}^{*} = \lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta - r_{k+1}(k+1)\mu \tag{3.15}$$

Nilai dari r_k digunakan untuk mengkontruksi elemen diagonal dari *rate matrix* **R**. Sedangkan untuk r_0 dan r_c nilainya adalah

Untuk $0 \le k \le c-1, k+1 \le j \le c$ maka berlaku $r_0 = \lambda(\lambda + c\theta)^{-1}$ dan $r_c = \rho$

Sedangkan untuk mencari entri-entri non-diagonal *rate matrix R*, nilai dari entri-entri nondiagonal memenuhi relasi rekursif

$j\mu\sum_{i=k}^{j} r_{ki}r_{ij} + (c-j+1)\theta r_{k,j-1} - [\lambda + j\mu + (c-j)\theta]r_{kj} = 0$ (3.16)

$0 \le k \le c-1, k+1 \le j \le c$

Dimana $r_{ij} = r_{j,}\ 0 \le j \le c$

Dengan menggunakan (3.16) nilai entri-entri nondiagonal dapat dihitung secara rekursif dari entri-entri pada diagonal matriks. Tentukan $j = k+1$ kemudian substitusikan pada persamaan (3.16), diperoleh

$$j\mu\sum_{i=k}^{j} r_{ki}r_{ij} + (c-j+1)\theta r_{k,j-1} - [\lambda + j\mu + (c-j)\theta]r_{kj} = 0$$

$$(k+1)\mu\left(r_k r_{k,k+1} + r_{k,k+1}r_{k+1}\right) + (c-k)\theta r_k - [\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta]r_{k,k+1} = 0$$

$$(k+1)\mu\left(r_k r_{k,k+1} + r_{k,k+1}r_{k+1}\right) - [\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta]r_{k,k+1} = -(c-k)\theta r_k$$

(3.17)

Dengan $0 \le k \le c-1$.

Persamaan (3.16) dikalikan dengan – 1, diperoleh

$$\{\lambda + (k+1)\mu + (c-k-1)\theta - (k+1)\mu r_{k+1} - (k+1)\mu r_k\}r_{k,k+1} = (c-k)\theta r_k \quad (3.18)$$

Substitusikan persamaan (3.15) ke dalam persamaan (3.17), diperoleh

$$r_{k,k+1} = \left(\frac{c-k}{k+1}\right)\left(\frac{\theta}{\mu}\right)\frac{r_k}{r_{k+1}^* - r_k}, 0 \le k \le c-1$$

Dengan cara yang sama substitusikan $j = k+2, k+3, \dots, k+n$ ke dalam persamaan (3.16), sehingga diperoleh

$$r_{k,k+2} = \frac{(c-k)(c-k-1)}{(k+1)(k+2)}\left(\frac{\theta}{\mu}\right)^2 \frac{r_k r_{k+2}^*}{(r_{k+2}^* - r_{k+1})(r_{k+1}^* - r_k)}, 0 \le k \le c-2$$

$$r_{k,k+3} = \frac{(c-k)(c-k-1)(c-k-2)}{(k+1)(k+2)(k+3)}\left(\frac{\theta}{\mu}\right)^3 \frac{r_k r_{k+3}^*(r_{k+2}^* r_{k+3}^* - r_k r_{k+1})}{(r_{k+3}^* - r_{k+2})(r_{k+2}^* - r_{k+1})(r_{k+1}^* - r_k)},$$
$$0 \le k \le c-3$$

3.2.2 Matriks Generator B[R]

Menurut (Tian & Zhang, 2006:200) *QBD process* yang *irreducible* merupakan suatu positif *recurrent* jika dan hanya jika persamaan matriks (3.5) memiliki solusi non-negatif minimum **R**, dan suatu persamaan linier homogen.

$$(\pi_0, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{c-1}, \pi_c)B[\boldsymbol{R}] = 0 \tag{3.19}$$

$\pi_0 = \pi_{00}, \qquad \pi_1 = (\pi_{10}, \pi_{11}), \dots, \qquad \pi_k = (\pi_{k0}, \pi_{k,1}, \dots, \pi_{k,k})$

Dan $\pi_{kj} = P\{L_v = k, J = j\} = \lim_{t\to\infty} P\{L_v(t) = k, J(t) = j\}, (k,j) \in \Omega$

Untuk $0 \leq k \leq c$. Jika $k \geq c$ maka semua π_k merupakan vektor baris berdimensi c + 1

$$\pi_k = (\pi_{k0}, \pi_{k,1}, \dots, \pi_{k,c})$$

Dari matriks generator Q pada (3.1), matriks persegi B[**R**] dapat dikontruksi sebagai berikut

$$\boldsymbol{B}[\boldsymbol{R}] = \begin{bmatrix} A_0 & C_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_1 & A_1 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{c-1} & -A_{c-1} & C_{c-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_c & A_c & AR + B \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

B[**R**] merupakan suatu generator *irreducible* untuk *state* berhingga. Selanjutnya distribusi stationernya dapat dinyatakan sebagai matriks geometrik yang berbentuk

$$\pi_k = \pi_c \boldsymbol{R}^{k-c}, \qquad k \geq c \tag{3.21}$$

Persamaan (3.21) disebut *modified matrix geometric distribution*. Secara umum representasi dari *matrix geometric distribution* adalah

$$\pi_k = \pi_0 \boldsymbol{R}^k \tag{3.22}$$

(Latouche & Ramaswami, 1999:131)

Jika $\rho < 1$, maka distribusi dari $\{L_v, J\}$ diberikan oleh

$$\pi_k = K\beta_k, \qquad 0 \leq k \leq c$$
$$\pi_k = K\beta_c \boldsymbol{R}^{k-c}, \qquad k \geq c \tag{3.23}$$

(Tian & Zhang, 2006:226)

Dimana β_k dengan $0 \le k \le c$ merupakan solusi positif untuk (0, B_c), dan konstanta K adalah

$$K = \left\{ \sum_{k=0}^{c-1} \beta_k e + \beta_c (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{R})^{-1} e \right\}^{-1}$$

3.2.3 Banyaknya Customer Dalam Sistem

Misal banyaknya *customer* dalam sistem antrian M/M/c (AS, MV) dinotasikan dengan $L_v^{(c)}$. Nilai banyaknya *customer* yang berada pada sistem antrian M/M/c (AS, MV) merupakan jumlahan dari banyak *customer* pada waktu *server* belum melakukan *vacation* dan banyak *customer* yang datang pada saat server melakukan *vacation*, atau dapat dituliskan dengan persamaan berikut

$$L_v^{(c)} = L_s + L_d$$

Dengan

L_s : menyatakan nilai harapan banyaknya *customer* pada sistem antrian multiserver biasa.

L_d : menyatakan nilai harapan panjang antrian tambahan saat terjadi penundaan pelayanan

sebagai akibat dari adanya *vacation*.

Misal sebanyak *k customer* memasuki sistem antrian pada saat *d server* melakukan *vacation*. Menurut (Tian & Zhang, 2006:227) peluang $L_d = k$ didefinisikan sebagai berikut

$$P\{L_d = k\} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \beta_{cc} & k = 0 \\ \frac{1}{\sigma} \delta \boldsymbol{H}^{k-1} \eta & k \ge 1 \end{cases} \tag{3.24}$$

dengan $\sigma = \beta_{cc} + \delta \boldsymbol{H}^{k-1} \eta$ dan $\delta = \beta_{c,0}, \beta_{c,1}, \beta_{c,2}, \dots, \beta_{c,c-1}$ merupakan vektor baris berdimensi *c*. Sehingga $\beta_c = \left(\beta_{c0}, \beta_{c1}, \beta_{c2}, \dots, \beta_{c,c-1}, \beta_{cc}\right) = (\delta, \beta_{cc})$, sedangkan **H** merupakan matriks persegi berukuran *c x c* dan η adalah vektor kolom berukuran *c x 1* sebagai berikut

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} r_0 & r_{01} & \dots & r_{0c-1} \\ 0 & r_1 & \cdots & r_{1c-1} \\ 0 & 0 & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & r_{c-1} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} r_{0c} \\ r_{1c} \\ \vdots \\ r_{c-1.c} \end{bmatrix}$$

Dengan demikian persamaan (3.24) dapat diringkas menjadi

$$P\{L_d = k\} = \frac{1}{\sigma}\{\beta_{cc} + \delta H^{k-1}\eta\}$$

Selanjutnya akan dicari fungsi pembangkit peluang dari L_d

$$L_d(z) = \sum_{k=0}^{\infty} z^k P\{\, L_d = k\}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} z^k \left(\frac{1}{\sigma}\{\beta_{cc} + \delta H^{k-1}\eta\}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma}\sum_{k=0}^{\infty} z^k \{\beta_{cc} + \delta H^{k-1}\eta\}$$

$$= \frac{1}{\sigma}([z\{\beta_{cc} + \delta\eta\}] + [z^2\{\beta_{cc} + \delta H^1\eta\}] + [z^3\{\beta_{cc} + \delta H^2\eta\}]$$
$$+ \cdots)$$

$$L_d(z) = \frac{1}{\sigma}\{\beta_{cc} + z\delta(I - zH)^{-1}\eta\} \tag{3.25}$$

Kemudian dari definisi fungsi pembangkit peluang dan persamaan (3.24) nilai harapan L_d adalah

$$E(L_d) = L_d'(1)$$

$$= \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\delta(\mathbf{I} - \mathrm{z}\mathbf{H})\eta - (z\delta\eta)(-\mathbf{H})}{(\mathbf{I} - \mathrm{z}\mathbf{H})^2}\right)$$

$$E(L_d) = \frac{1}{\sigma}\delta(\mathbf{I} - \mathbf{H})^{-2}\eta$$

Jadi nilai harapan banyaknya customer dalam sistem antrian M/M/c (AS, MV) adalah

$$L_v^{(c)} = L_s + L_d$$

$$L_v^{(c)} = \frac{\rho}{1-\rho} + \frac{1}{\sigma}\delta(I-H)^{-2}\eta \qquad (3.26)$$

3.2.4 Waktu Tunggu Customer Dalam Sistem

Waktu menunggu dalam sistem antrian M/M/c (AS, MV) yang dinotasikan dengan $W_v^{(c)}$, dapat dicari menggunakan *Little's Law* seperti pada sistem antrian M/M/c. Berdasarkan persamaan (2.50) dan (3.28), dapat ditentukan rumus untuk $W_v^{(c)}$, yaitu

$$W_v^{(c)} = \frac{L_v^{(c)}}{\lambda}$$

$$= \frac{1}{\lambda}\left(\frac{\rho}{1-\rho} + \frac{1}{\sigma}\delta(I-H)^{-2}\eta\right) \qquad (3.27)$$

Substitusikan λ$= \rho c\mu$ ke dalam persamaan (3.30), diperoleh

$$W_v^{(c)} = \frac{1}{c\mu(1-\rho)} + \frac{1}{\rho c\mu\sigma}\delta(I-H)^{-2}\eta \qquad (3.27)$$

Sedangkan untuk menghitung faktor utilitas server dan persentase pemanfaatan sarana pelayanan, formula yang digunakan sama dengan yang digunakan pada model antrian M/M/c, yaitu $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$ untuk faktor utilitas server dan $\bar{c} = \rho$ x 100% untuk persentase pemanfaatan sarana pelayanan.