

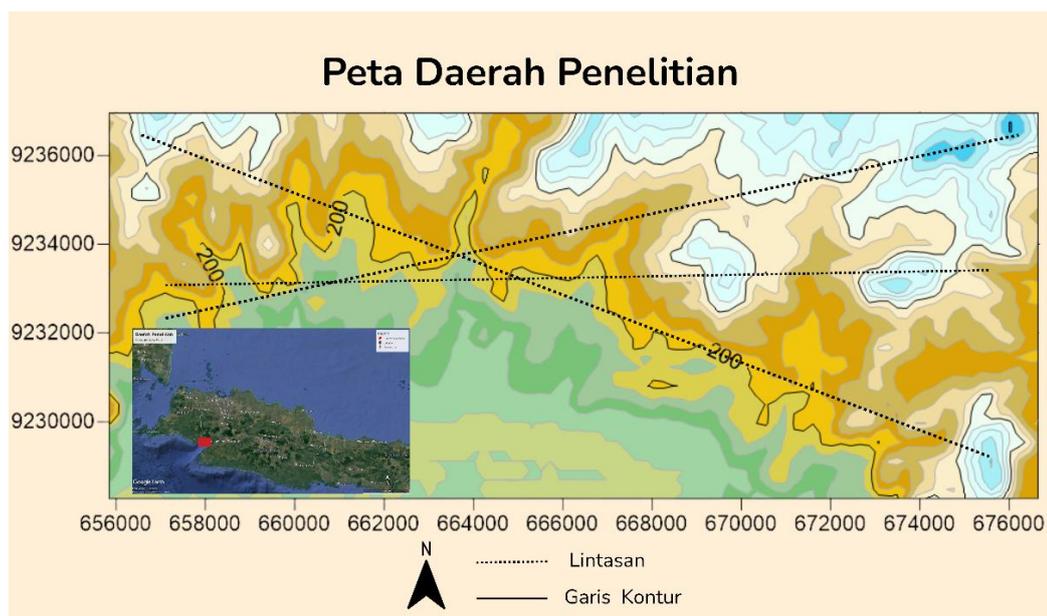
BAB III

METODE PENELITIAN

BAB ini menyajikan uraian sistematis mengenai tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian, yaitu pengumpulan data, praproses dan koreksi data, pengolahan data, hingga pemodelan inversi gravitasi dan magnetik. Setiap tahapan dijelaskan secara rinci guna memberikan kejelasan mengenai alur kerja yang dilakukan serta menjamin hasil yang diperoleh dari penelitian ini.

3.1 Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini akan dilaksanakan di wilayah Cisolok, Kabupaten Sukabumi, Provinsi Jawa Barat, yang secara geografis terletak di bagian barat daya Pulau Jawa seperti terlihat pada Gambar 3.1. Daerah ini memiliki potensi geologi yang kompleks serta kaya akan sumber daya mineral. Berdasarkan acuan dari Peta Rupa Bumi Indonesia (RBI) yang diterbitkan oleh Badan Informasi Geospasial (BIG), daerah Cisolok tercakup dalam lembar peta dengan kode 1109-322.



Gambar 3.1 Peta Topografi Daerah Penelitian

Gambar 3.1. memperlihatkan peta kontur dari daerah penelitian yang menggambarkan variasi elevasi dan morfologi permukaan yang dapat membantu

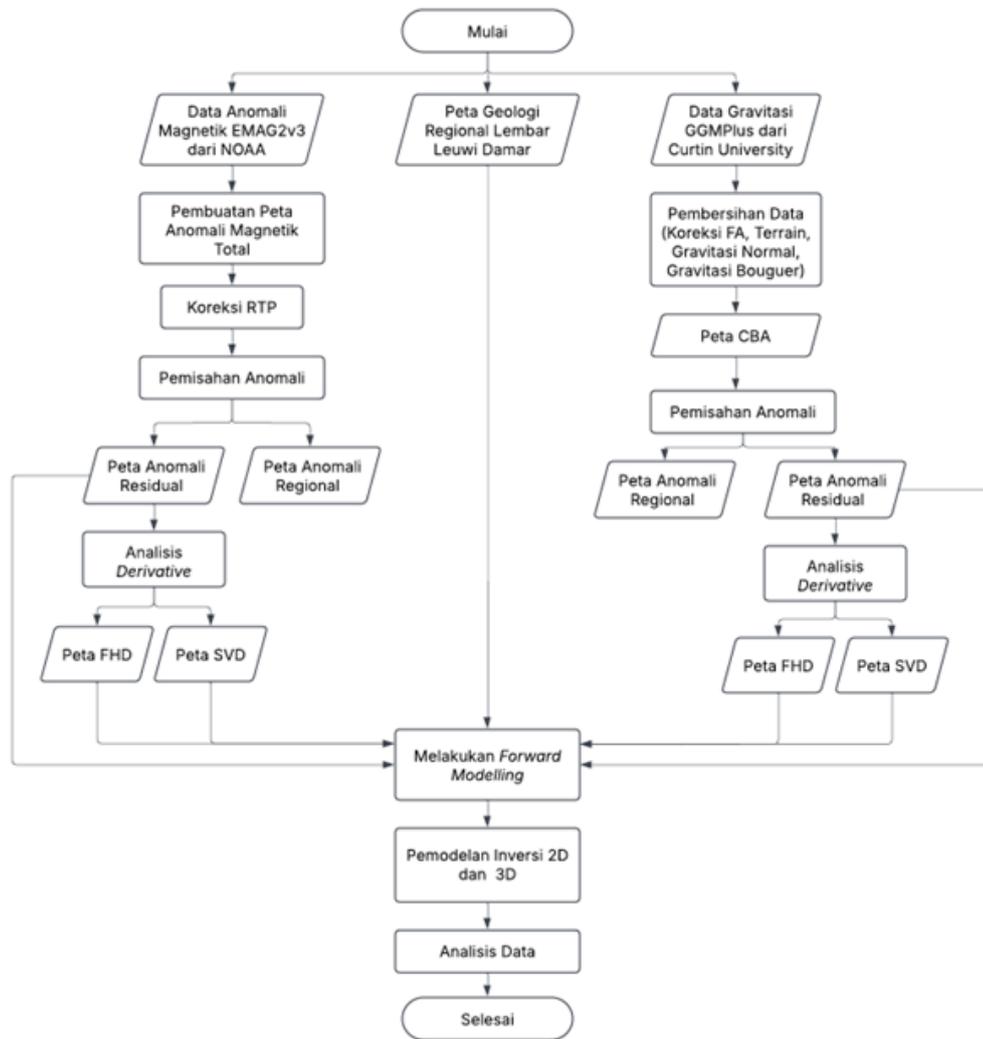
dalam analisis struktur bawah permukaan. Peta tersebut menunjukkan bahwa daerah penelitian terbentang dari pesisir pantai, yang ditandai dengan garis kontur renggang serta daerah dataran tinggi, yang ditandai dengan garis kontur lebih rapat dan membentuk pola melingkar.

Waktu pelaksanaan penelitian direncanakan berlangsung selama lima bulan, yaitu dari bulan Februari hingga Juni tahun 2025. Seluruh kegiatan pengumpulan, pengolahan, dan analisis data dilakukan secara dalam jaringan (*online*), mengingat ketersediaan data sekunder yang dapat diakses melalui sumber digital resmi. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang dikumpulkan Penulis dari laman resmi instansi terkait, seperti *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA) yang menyediakan data anomali magnetik EMAG2v3 dan *Western Australian Centre for Geodesy, Curtin University* yang menyediakan data *Global Gravity Model* (GGMPlus) 2013.

3.2 Prosedur Penelitian

Secara umum, penelitian ini dilakukan dengan perolehan data yang dibutuhkan, pembersihan dan pengolahan data, serta interpretasi data. Tahapan-tahapan penelitian ditunjukkan melalui Gambar 3.2.

Gambar 3.2 menampilkan diagram alir yang berisi langkah-langkah dalam penelitian ini. Tahap pertama merupakan perolehan data, yang meliputi data anomali magnetik, anomali bouguer, dan peta geologi lembar Leuwi Damar. Selanjutnya, dilakukan teknik analisis data yang meliputi analisis struktur bawah permukaan melalui interpretasi peta anomali magnetik dan bouguer, serta analisis potensi bijih besi melalui pemodelan inversi yang dikorelasikan dengan data geologi regional Cisolok.



Gambar 3.2. Diagram Alir Penelitian

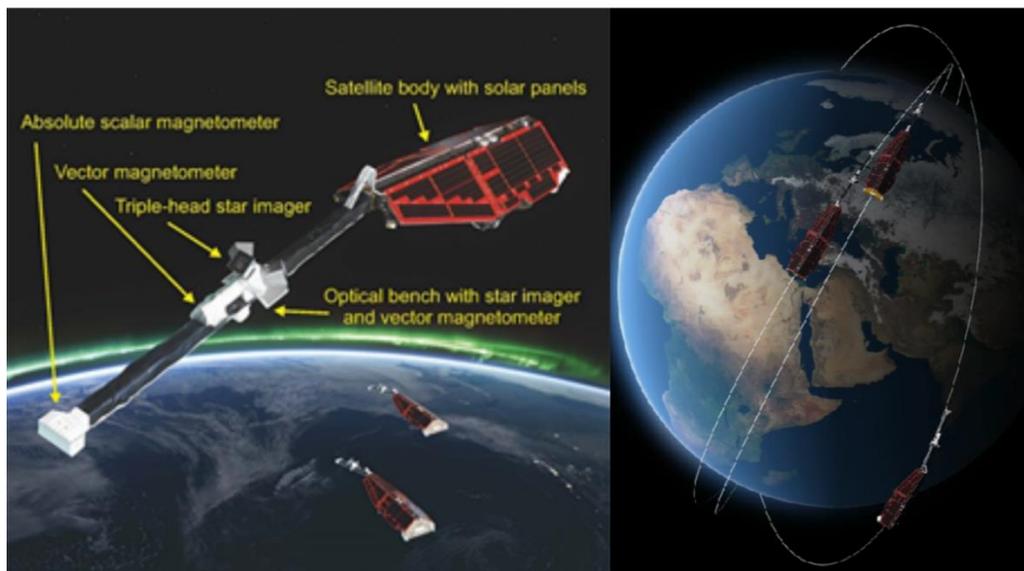
3.3 Perolehan Data

3.3.1 Data Anomali Magnetik

Data magnetik yang digunakan pada penelitian ini adalah data model magnet bumi EMAG2v3 (*Earth Magnetic Anomaly Grid: 2 arc minute resolution*) yang dikembangkan oleh *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA). Model ini memiliki resolusi *2 arc-minute* (~3,7 km) dan merupakan kombinasi dari data satelit, aeromagnetik, dan kapal, serta menggunakan metode interpolasi kriging untuk mengurangi bias pada daerah dengan distribusi data jarang

(NOAA, 2017). Namun, model EMAG2v3 memiliki keterbatasan pada sebaran data yang tidak merata, khususnya di wilayah laut dalam dan kutub, sehingga akurasi anomali di daerah tersebut lebih rendah. Selain itu, perbedaan kualitas instrumen dan pengaruh variasi temporal medan magnet masih dapat menimbulkan bias, meskipun telah dilakukan koreksi (Meyer dkk, 2017). Oleh karena itu, penggunaan data EMAG2v3 memerlukan data pendukung lain untuk meningkatkan keakuratan analisis.

Data magnetik yang digunakan dalam pembuatan model EMAG2v3 diperoleh dari satelit, pengukuran dari kapal laut, dan pengukuran dari pesawat terbang. Satelit yang digunakan adalah Swarm, Ørsted, dan *CHALLENGER Minisatellite Payload* (CHAMP) (NCEI). Satelit ini menggunakan instrumen magnetometer untuk mengukur medan magnet bumi di berbagai titik. Gambar 3.3 menampilkan komponen yang ada pada satelit swarm dilengkapi dengan contoh orbit yang dilalui oleh satelit tersebut.



Gambar 3.3 Satelit Swarm (esa.int & gpsm.space-science.ro)

Ketiga satelit swarm (seperti yang ditampilkan pada Gambar 3.3) pertama kali diluncurkan pada November 2013 dengan tujuan mencari informasi medan magnetik dan evolusi temporal. Terdapat dua satelit terbang berdampingan pada ketinggian rendah (pada 450 km), dan satelit ketiga pada ketinggian 530 km dengan orbit yang berubah-ubah. Hal ini bertujuan agar magnetometer navigasi yang

terpasang pada satelit mampu menangkap respon medan magnet bumi di hampir seluruh titik bumi. Data yang didapat berupa anomali magnetik dalam satuan nT, medan magnet total dalam satuan nT, serta komponen medan magnet vertikal dan horizontal. Sementara itu, satelit CHAMP ditugaskan untuk memonitor medan magnet bumi dan variasi geomagnetik di seluruh dunia menggunakan instrumen magnetometer dan gradiometer. Parameter fisika yang diperoleh sama seperti satelit swarm, dengan tambahan data gradiometer magnetik dalam satuan nT/m .

Selain itu, beberapa data magnetik juga dikumpulkan dengan cara menerbangkan pesawat yang dilengkapi alat magnetometer. Hal ini memberi informasi tentang medan magnet di wilayah daratan, terutama di daerah yang sulit dijangkau oleh kapal. Sedangkan, pengukuran medan magnet dari kapal laut menggunakan magnetometer laut dan magnetometer gradiometer.

Setelah data dikumpulkan, data tersebut dikonversi ke ketinggian sekitar 4 km di atas permukaan bumi menggunakan metode *upward continuation*. Proses ini menyesuaikan pengukuran medan magnet dari berbagai ketinggian ke satu referensi yang sama. Data yang dikumpulkan juga terlihat tidak tersebar merata, dan ada celah di beberapa area, terutama di samudra. Oleh karena itu, diperlukan metode interpolasi kriging untuk mengisi kekosongan ini dan memastikan bahwa data magnetik di seluruh dunia terwakili dengan baik. Setelah itu, dibuat peta anomali magnetik global EMAG2v3 dengan dilengkapi estimasi kesalahan yang menunjukkan tingkat keakuratan data pada suatu titik tertentu (NOAA).

Setelah semua proses pengolahan selesai, data anomali magnetik dari EMAG2v3 didistribusikan ke publik melalui portal NOAA NCEI (*National Centers for Environmental Information*) dengan tautan https://www.ncei.noaa.gov/access/metadata/landingpage/bin/iso?id=gov.noaa.ngdc.mgg.geophysical_models:EMAG2_V3.

Data anomali magnetik tersebut masih global sehingga perlu dilakukan pemotongan menggunakan *Python* agar dihasilkan data magnetik sesuai daerah penelitian seperti terlihat pada Gambar 3.4.

	i	j	Longitude	Latitude	Sealevel	UpCont	Code
0	i	j	lon	lat	sealevel	upcont	code
1	3190	2913	106.316666666667	-7.08333333333333	-47.5030161504341	-46.4921700422752	13
2	3191	2913	106.35	-7.08333333333333	-46.7529773485556	-45.7554908650244	13
3	3192	2913	106.383333333333	-7.08333333333333	-41.0767236060763	-40.1045928438222	13
4	3193	2913	106.416666666667	-7.08333333333333	-34.1118059864475	-33.1678008506203	13
...
104	3197	2905	106.55	-6.81666666666666	10.7768056742994	10.2686956742453	13
105	3198	2905	106.583333333333	-6.81666666666666	35.0373380375288	34.4678980375288	13
106	3199	2905	106.616666666667	-6.81666666666666	46.613732102578	45.979962102578	13
107	3200	2905	106.65	-6.81666666666666	51.7150678647379	51.0139378647364	13
108	3201	2905	106.683333333333	-6.81666666666666	53.840308457263	53.068828457263	13

Gambar 3.4 Data EMAG2v3 daerah penelitian

Gambar 3.4 menampilkan 108 titik data magnetik dilengkapi 8 kolom informasi lainnya, yaitu *i*, *j*, *longitude*, *latitude*, *sea level*, *upcont*, *code*, dan error yang masing-masing memiliki makna sebagai berikut:

- 1) Kolom *i* menunjukkan nilai indeks *longitude*.
- 2) Kolom *j* menunjukkan nilai indeks *latitude*.
- 3) Kolom *longitude* menunjukkan koordinat bujur titik penelitian berdasarkan data WGS24 dalam format desimal. Dari Gambar 3.2, terlihat bahwa daerah penelitian berada pada 106.3 BT – 106.7 BT.
- 4) Kolom *latitude* menunjukkan koordinat lintang berdasarkan data WGS24 dalam format desimal dan daerah penelitian terletak pada 6.8 LS – 7.1 LS.
- 5) Kolom *sealevel* menunjukkan nilai anomali magnetik di atas permukaan laut dengan satuan nano Tesla (nT).
- 6) Kolom *code* menunjukkan kode lokasi penelitian. Berdasarkan informasi yang tertera pada laman NOAA, kode 13 menunjukkan bahwa daerah yang diteliti berada di Asia Timur.

3.3.2 Data Gravitasi

Adapun data gravitasi yang digunakan pada penelitian ini adalah data GGMPplus 2013 yang dikembangkan oleh tim *Curtin University*, Australia. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Bangkit Sudrajad (2023), data GGMPplus2013 memiliki kualitas yang baik untuk pemetaan gravitasi skala regional

dengan resolusi tinggi mencapai $7,2 \text{ arc-second}$ ($\sim 220 \text{ m}$). Hal ini dibuktikan dari hasil penelitiannya yang menunjukkan bahwa perbedaan antara anomali Bouguer lengkap GGMplus2013 dan data lapangan di Gunung Lawu rata-rata sebesar $\pm 7,4 \text{ mGal}$ (misfit $\sim 6\text{--}7\%$), sementara pada stasiun gravitasi referensi di Papua hanya $\pm 3,5 \text{ mGal}$ (misfit $\sim 3\%$). Hal ini menegaskan penggunaan data GGMPlus2013 pada wilayah dengan topografi relatif stabil memiliki tingkat keakuratan yang tinggi. Namun, keterbatasan tetap muncul pada daerah dengan topografi curam dan vulkanik, yang ditandai dengan nilai error sebesar $\pm 15 \text{ mGal}$ (misfit $> 10\%$), akibat keterbatasan representasi detail topografi dalam model. Dengan demikian, GGMplus2013 sangat efektif sebagai data sekunder untuk analisis awal dan pemetaan gravitasi regional, tetapi tetap perlu dikombinasikan dengan survei lapangan resolusi tinggi untuk eksplorasi detail (Sudrajad, 2023).

Data GGMPlus2013 berisi anomali udara bebas yang diperoleh dari satelit-satelit gravitasi seperti GOCE (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer*) dan GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*). GRACE terdiri dari dua satelit yang terbang bersebelahan dalam orbit sangat dekat. Satelit GRACE mengukur perbedaan gravitasi antar dua satelit tersebut dengan cara yang sangat sensitif. Ketika satu satelit mendekati area dengan massa yang lebih banyak (misalnya, area dengan banyak air atau es), satelit tersebut akan sedikit tertarik ke bawah, menyebabkan perbedaan jarak antara kedua satelit. Perbedaan jarak ini diukur untuk mendeteksi perubahan gravitasi. Sedangkan, GOCE dirancang untuk mempelajari medan gravitasi bumi dengan resolusi sangat tinggi, terutama di wilayah laut. Satelit ini menggunakan teknologi gradiometer, yaitu pengukuran variasi medan gravitasi di sepanjang lintasan orbit dengan ketinggian sekitar 250 km dari permukaan ini untuk mendapatkan pengukuran yang lebih presisi.

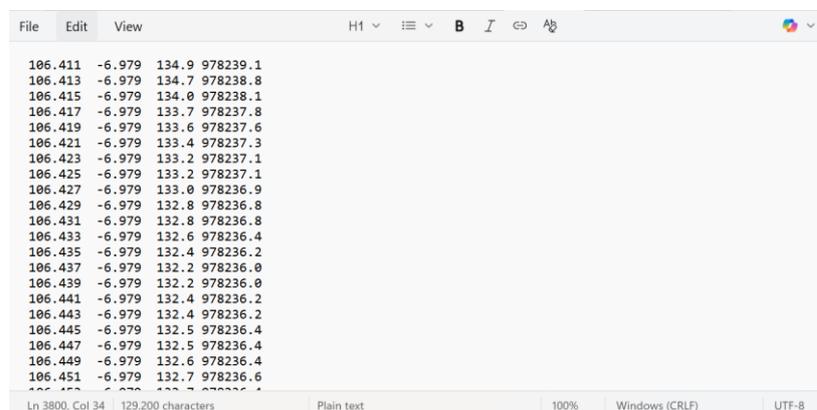
Kedua satelit tersebut menghasilkan beberapa parameter fisika sebagai berikut.

- a. Percepatan gravitasi (*gravity acceleration*), yaitu besarnya percepatan yang dialami suatu objek karena pengaruh gaya tarik bumi yang diukur dalam satuan mGal (milliGalileo) dengan konversi $1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$.

- b. Anomali gravitasi (*gravity anomaly*), yaitu selisih antara nilai gravitasi yang terukur dengan model referensi dalam satuan mGal.
- c. Gangguan gravitasi (*gravity disturbance*), yaitu perbedaan antara medan gravitasi yang diukur dengan model referensi dalam satuan mGal.
- d. Undulasi geoid (*geoid undulation*), yaitu bentuk hipotetis dari permukaan laut yang diukur sepanjang seluruh permukaan bumi dengan memperhitungkan pengaruh medan gravitasi. Nilai ini menggambarkan variasi topografi medan gravitasi bumi dalam satuan meter (m).

Selanjutnya, data-data ini digabungkan dengan model *Residual Terrain Modeling* (RTM) untuk memodelkan efek gravitasi jangka pendek yang disebabkan oleh variasi topografi, dengan data topografi berasal dari SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) dan informasi batimetri untuk wilayah pesisir. Kemudian, tim Curtin University menggunakan kombinasi data ini untuk membuat model GGMPPlus 2013 beresolusi tinggi. Data dan model GGMPPlus 2013 dapat diakses dan diunduh melalui *website* <https://ddfe.curtin.edu.au/gravitymodels/GGMplus/data/>.

Namun, data yang diperoleh tersebut masih bersifat global sehingga perlu dilakukan pemotongan data sesuai daerah penelitian. Data ini kemudian di ekstrak menggunakan *Matlab* hingga diperoleh dokumen berformat txt yang berisi kolom *longitude*, *latitude*, dan percepatan gaya berat (*gravity acceleration*) seperti ditampilkan pada Gambar 3.4 berikut.



Gambar 3.4. Data GGMPPlus 2013 pada daerah penelitian

Gambar 3.4 menampilkan 3800 data percepatan gravitasi pada daerah penelitian. Kolom pertama adalah nilai *longitude*, kolom kedua adalah *latitude*, dan

kolom keempat adalah nilai percepatan gravitasinya. Untuk keperluan pengolahan data selanjutnya, dokumen ini perlu dikonversi dulu ke format excel agar lebih mudah ketika melakukan pembersihan data.

3.4 Teknik Analisis Data

Setelah data gravitasi dan magnetik diperoleh, langkah selanjutnya adalah tahapan teknik analisis data yang dilakukan untuk memperoleh gambaran karakteristik bijih besi pada struktur bawah permukaan Cisolok serta potensi bijih besi yang ditinjau berdasarkan model 2 dimensi dan 3 dimensi.

3.4.1 Teknik Analisis Struktur Bawah Permukaan serta Indikasi Keberadaan Bijih Besi Berdasarkan Anomali Magnetik dan Anomali Bouguer Lengkap

Tahapan yang dilakukan pada bagian ini meliputi koreksi data serta pemisahan anomali regional – residual untuk selanjutnya dibuat peta anomali magnetik dan anomali bouguer lengkap atau *Complete Bouguer Anomaly* (CBA).

3.4.1.1 Pengolahan Data

Pengolahan data yang pertama kali dilakukan pada data magnetik Adalah koreksi RTP (*Reduce to The Pole*) atau koreksi ke kutub. Koreksi ini digunakan untuk mentransformasikan anomali magnetik yang terukur pada lokasi penelitian menjadi seolah-olah diukur di kutub magnet bumi dengan iklisasi sebesar 90° dan deklinasi sebesar 0° . Hasil transformasi membuat data terlihat simetris dan memudahkan interpretasi geologi bawah permukaan.

Secara matematis, proses RTP dilakukan dalam domain frekuensi dengan bantuan transformasi FFT (*Fast Fourier Transform*) 2D, yang mengubah data spasial menjadi domain frekuensi agar operator filter RTP bisa diaplikasikan secara efisien (Blakely, 1996; Li dan Oldenburg, 1996).

Data anomali magnetik dalam domain spasial (x, y) mula-mula di-*padding* untuk menghindari efek batas (*edge effect*) pada transformasi Fourier. *Padding* berarti menambahkan grid kosong di sekeliling data agar perhitungan FFT tidak terdistorsi di tepi. Proses ini penting karena FFT mengasumsikan data bersifat

periodik. Setelah itu, data diubah ke domain frekuensi menggunakan transformasi Fourier 2D seperti pada persamaan (3.1).

$$F(k_x, k_y) = \iint f(x, y) \cdot e^{-2\pi i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (3.1)$$

dengan :

$f(x, y)$ = fungsi spasial (anomali magnetik)

$F(k_x, k_y)$ = spektrum frekuensi

k_x, k_y = komponen frekuensi spasial (dalam arah x dan y)

$e^{-2\pi i(k_x x + k_y y)}$ = fungsi basis kompleks (gelombang sinusoidal)

Selanjutnya, filter RTP diaplikasikan dengan operator koreksi medan magnet. RTP merupakan rasio dari fungsi transformasi medan magnet di kutub (*pole*) dan medan magnet pengamatan (*observation*), sehingga perhitungannya dirumuskan seperti pada persamaan (3.2) dan (3.3).

$$RTP(k_x, k_y) = \frac{M_p(k_x, k_y)}{M_o(k_x, k_y)} = \frac{\cos I_p \cos D_p \cdot \frac{k_x}{|k|} + \cos I_p \sin D_p \cdot \frac{k_y}{|k|} + \sin I_p}{\cos I_o \cos D_o \cdot \frac{k_x}{|k|} + \cos I_o \sin D_o \cdot \frac{k_y}{|k|} + \sin I_o} \quad (3.2)$$

$$RTP(k_x, k_y) = \frac{1}{\cos I_o \cos D_o \cdot \frac{k_x}{|k|} + \cos I_o \sin D_o \cdot \frac{k_y}{|k|} + \sin I_o} \quad (3.3)$$

dengan :

M_o = Fungsi transfer medan magnetik di lokasi penelitian

M_p = Fungsi transfer medan magnetik di kutub

I_o = Inklinasi lokal (pada lokasi pengamatan, nilai inklinasinya adalah -31.6°)

I_p = Inklinasi di kutub sebesar 90°

D_o = Deklinasi lokal (pada lokasi pengamatan, nilai deklinasinya adalah 0.6°)

D_p = Deklinasi di kutub sebesar 0°

k_x, k_y = Komponen frekuensi spasial (dalam arah x dan y)

$$|k| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

Kemudian, hasil tersebut dikalikan dengan spektrum $F(k_x, k_y)$ dari data pengamatan sehingga diperoleh persamaannya menjadi seperti persamaan (3.4).

$$F_{RTP}(k_x, k_y) = F(k_x, k_y) \cdot \frac{M_p(k_x, k_y)}{M_o(k_x, k_y)} \quad (3.4)$$

dengan :

$F_{RTP}(k_x, k_y)$ = Fungsi filter RTP dalam domain frekuensi

Setelah proses filter RTP, dilakukan *inverse FFT* untuk mengembalikan data ke domain spasial sebagai anomali magnetik hasil RTP. Sehingga persamaan yang digunakannya adalah seperti pada persamaan (3.5).

$$f_{RTP}(x, y) = \iint F_{RTP}(k_x, k_y) \cdot e^{2\pi i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (3.5)$$

dengan :

$f_{RTP}(x, y)$ = fungsi anomali magnetik hasil RTP dalam domain spasial

Keseluruhan tahapan koreksi RTP yang telah dijelaskan sebelumnya, dapat diimplementasikan dengan menggunakan skrip seperti pada Gambar 3.5.

```

# Pad the grid to increase accuracy of the FFT filter
pad_width = {
    "easting": utm_grid.easting.size // 3,
    "northing": utm_grid.northing.size // 3,
}
utm_grid_pad = xrft.pad(utm_grid, pad_width)

inclination, declination = -31.6, 0.6

rtp_grid = hm.reduction_to_pole(
    utm_grid_pad, inclination=inclination, declination=declination
)

# Unpad the reduced to the pole grid
rtp_grid = xrft.unpad(rtp_grid, pad_width)
rtp_grid

rtp_grid.rio.write_crs(CRS, inplace=True)
rtp_grid.rio.set_spatial_dims("easting", "northing", inplace=True)
rtp_grid = rtp_grid.rio.reproject('+proj=latlon')
rtp_grid

import pandas as pd

# Ubah DataArray (rtp_grid) menjadi DataFrame
rtp_df = rtp_grid.to_dataframe(name='rtp_magnetik').reset_index()

# Simpan ke Excel
rtp_df.to_excel("rtp_magnetik.xlsx", index=False)

print("Berhasil menyimpan 'rtp_grid' ke rtp_grid_export.xlsx")

```

Gambar 3.5. Skrip Koreksi RTP

Gambar 3.5 menampilkan skrip yang digunakan dalam perhitungan koreksi RTP data anomali magnetik. Skrip ini terdiri dari lima bagian, yaitu bagian a hingga e. Bagian (a) merupakan proses *padding* pada grid data untuk meningkatkan akurasi transformasi Fourier. Bagian (b) menggambarkan tahapan RTP yang mengimplementasikan persamaan (1-4) melalui fungsi *hm.reduction_to_pole()* dari pustaka *harmonica*. Bagian (c) menunjukkan proses *unpadding* dengan pustaka *xrft* untuk mengembalikan data ke ukuran semula. Selanjutnya, bagian (d) mencakup proses reprojeksi data hasil RTP ke sistem koordinat geografis menggunakan pustaka *pyproj* agar data dapat dianalisis atau divisualisasikan. Terakhir, bagian (e) merupakan tahap ekspor data ke dalam format dokumen yang diinginkan.

Adapun proses koreksi data gravitasi pada penelitian ini meliputi koreksi gravitasi normal, *free-air anomaly*, terrain, dan perhitungan densitas rata-rata untuk memperoleh nilai *Complete Bouguer Anomaly* (CBA) yang dirincikan sebagai berikut.

Koreksi gravitasi normal diperlukan untuk menghilangkan efek variasi gravitasi akibat bentuk ellipsoidal bumi. Perhitungan ini menghasilkan nilai percepatan gravitasi standar akibat perubahan *latitude* atau lintang (φ). Rumus yang digunakan merupakan formulasi dari *Geodetic Reference System* 1980 (GRS80) seperti pada persamaan (3.6).

$$g_N = 978032,5339 \frac{1 + 0,0019318852652 \sin^2(\varphi)}{\sqrt{1 - 0,00669437999 \sin^2(\varphi)}} \quad (3.6)$$

dengan g_N merupakan koreksi gravitasi normal dalam satuan mGal

Koreksi *free-air anomaly* (FA) digunakan untuk menghitung perubahan gravitasi terhadap ketinggian lokasi pengamatan. Koreksi ini menyesuaikan nilai observasi agar seolah-olah dilakukan di permukaan laut. Adapun besarnya koreksi ini dapat dihitung menggunakan persamaan (3.7).

$$FA = 0.308765 \times h \quad (3.7)$$

dengan FA adalah koreksi *free-air anomaly* dalam satuan mGal, h adalah ketinggian atau nilai elevasi titik data pada lokasi pengamatan dalam satuan meter, dan nilai 0.308765 merupakan gradien vertikal rata-rata dari percepatan gravitasi pada daerah dengan lintang tersebut dalam satuan mGal/m.

Koreksi bouguer digunakan untuk menghitung perubahan gravitasi terhadap ketinggian lokasi pengamatan dengan tetap memerhatikan efek massa batuan. Perhitungan koreksi ini menggunakan persamaan (3.8).

$$g_B = 2\pi G\rho h = 0,04191 \times h \times \rho \quad (3.8)$$

dengan g_B adalah koreksi bouguer dalam satuan mGal, G adalah konstanta gravitasi ($6.67430 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$), ρ adalah densitas rata-rata batuan dalam satuan $g\ cm^{-3}$, dan h adalah ketinggian atau nilai elevasi titik data pada lokasi pengamatan dalam satuan meter.

Koreksi terrain dilakukan untuk mengurangi pengaruh topografi tidak rata di sekitar titik pengamatan. Perhitungan dilakukan menggunakan persamaan (3.9).

$$g_{B_{terrain}} = g_B - TC \quad (3.9)$$

dengan TC merupakan nilai terrain yang diperoleh dari pengolahan pada perangkat lunak *Global Mapper* dalam satuan mGal serta menggunakan metode Harmer.

Setelah semua koreksi dilakukan, langkah terakhir adalah menghitung anomali Bouguer lengkap atau *Complete Bouguer Anomaly* (CBA). Pada penelitian ini, koreksi CBA menggunakan pendekatan metode Parasnis guna menentukan nilai densitas rata-rata batuan (Parasnis, 2012). Adapun persamaan yang digunakannya seperti yang terlihat pada persamaan (3.10).

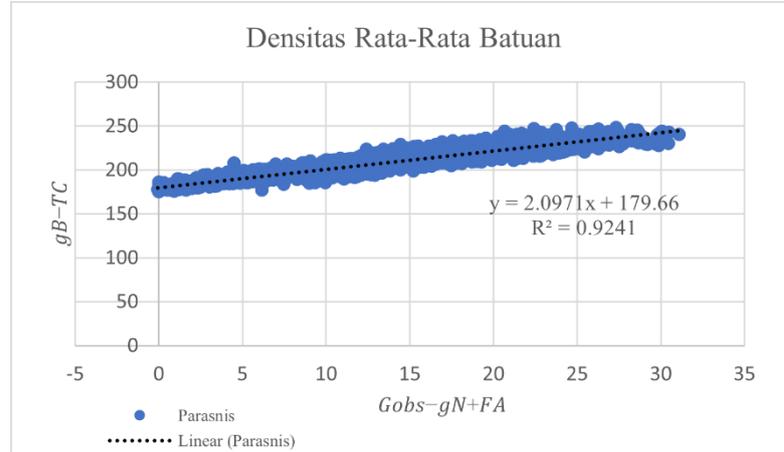
$$g_{obs} - g_N + FA - (g_B - TC) \rho = CBA \quad (3.10)$$

dengan perhitungan densitas batuan rata-rata menggunakan pendekatan berbasis regresi linier seperti terlihat pada persamaan (11 – 12).

$$G_{obs} - g_N + FA = (g_B - TC) \rho \quad (3.11)$$

$$y = (x)m \quad (3.12)$$

dengan nilai gradien (m) pada hasil perhitungan merepresentasikan densitas rata-rata batuan bawah permukaan. Hasil dari perhitungan regresi linear ditampilkan pada Gambar 3.6.



Gambar 3.6. Perhitungan densitas menggunakan metode Parasnis

Gambar 3.6 menunjukkan nilai densitas batuan rata-rata di lokasi penelitian sebesar $\approx 2,1 \text{ g/cm}^3$. Nilai ini digunakan sebagai parameter acuan pada perhitungan CBA dan perhitungan massa jenis rata-rata total bijih besi yang terprediksi. Setelah diperoleh nilai CBA, proses koreksi data gravitasi dinyatakan selesai.

Tahapan selanjutnya adalah pemisahan anomali regional dan residual, yang kemudian dilanjut dengan analisis derivatif seperti *First Horizontal Derivative* (FHD) dan *Second Vertical Derivative* (SVD) guna membantu dalam interpretasi batas-batas kontras tubuh anomali.

Proses pemisahan anomali magnetik regional dan residual menggunakan teknik *upward continuation* setinggi 2 kilometer. Sebelum melakukan *upward continuation*, data hasil RTP harus dikonversi ke sistem koordinat kartesian terlebih dahulu. Selanjutnya, anomali regional diperoleh dengan mengimplementasikan Transformasi *Fourier* dalam perhitungannya. Berdasarkan penelitian Nabighian, M. N. (1998), perhitungan yang digunakan dalam proses *upward continuation* data magnetik seperti terlihat pada persamaan (3.13)

$$A(k_x, k_y, z + \Delta z) = A(k_x, k_y, z) \cdot e^{-k \cdot \Delta z} \quad (3.13)$$

dengan :

$A(k_x, k_y, z + \Delta z)$ = Transformasi Fourier dari data pada ketinggian z

Δz = Tinggi pemindahan (dalam penelitian sebesar 2000 meter)

$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, yaitu bilangan gelombang total

$e^{-k \cdot \Delta z}$ = Fungsi *low-pass filter*, yaitu semakin tinggi Δz , maka frekuensi tinggi (anomali dangkal) akan semakin diredam

Perhitungan tersebut dapat dilakukan menggunakan bahasa pemrograman *Python* dengan menerapkan fungsi *hm.upward_continuation* dari pustaka *harmonica*. Gambar 3.7 adalah skrip yang digunakan pada perhitungan anomali regional menggunakan *upward continuation*.

```

# Pad the grid to increase accuracy of the FFT filter
pad_width = {
    "easting": utm_grid_rtp.easting.size // 3,
    "northing": utm_grid_rtp.northing.size // 3,
}
magnetic_grid = xrft.pad(utm_grid_rtp, pad_width)

# Upward continue the magnetic grid
upward_continued = hm.upward_continuation(magnetic_grid, height_displacement=2000)

# Unpad the reduced to the pole grid
upward_continued = xrft.unpad(upward_continued, pad_width)

import pandas as pd

# Ubah DataArray ke DataFrame
df_upward = upward_continued.to_dataframe(name='Upward_Anomaly').reset_index()

upward_continued.rio.write_crs(CRS, inplace=True)
upward_continued.rio.set_spatial_dims("easting", "northing", inplace=True)
upward_continued_geog = upward_continued.rio.reproject('+proj=latlon')
upward_continued_geog = upward_continued_geog.rename('regional')
upward_continued_geog['x'] = rtp_grid.x
upward_continued_geog['y'] = rtp_grid.y
upward_continued_geog

```

Gambar 3.7. Skrip perhitungan anomali regional menggunakan *upward continuation*

Gambar 3.7 menampilkan skrip yang digunakan dalam perhitungan anomali regional data anomali magnetik menggunakan teknik *upward continuation*. Skrip ini terdiri dari lima bagian, yaitu bagian a hingga e. Bagian (a) merupakan proses

padding pada grid data untuk meningkatkan akurasi transformasi *Fourier*. Bagian (b) menggambarkan tahapan *upward continuation* yang mengimplementasikan persamaan (12) melalui fungsi *hm.upward_continuation* dari pustaka *harmonica*. Bagian (c) menunjukkan proses *unpadding* dengan pustaka *xrft* untuk mengembalikan data ke ukuran semula. Selanjutnya, bagian (d) dilakukan untuk mengubah data hasil *upward continuation* menjadi *Pandas Dataframe* agar bisa dianalisis dan diekspor lebih mudah. Terakhir, bagian (e) merupakan perubahan nilai UTM ke koordinat geografis untuk keperluan visualisasi peta anomali magnetik regional.

Adapun nilai ketinggian yang digunakan pada persamaan *upward continuation* didasarkan pada perhitungan yang ditunjukkan pada persamaan (3.14).

$$h = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\log E_1 - \log E_2}{k_1 - k_2} \right) \text{ atau } h = -\frac{s}{4\pi} \quad (3.14)$$

dengan nilai E_1 dan E_2 merupakan energi spektrum yang diperoleh dari gradien antara grafik $\ln A$ dengan panjang gelombang.

Tahapan selanjutnya adalah perhitungan anomali residual dengan menggunakan skrip seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.8.

```
# Menggunakan data regional hasil upward continuation ke ketinggian 2 km
residual = rtp_grid - upward_continued
residual
```

Gambar 3.8. Perhitungan anomali magnetik residual

Gambar 3.8 menampilkan proses perhitungan nilai anomali magnetik residual dengan cara mencari selisih antara data hasil RTP dan nilai regional. Setelah diperoleh nilai anomali residual magnetik, langkah selanjutnya adalah melakukan juga pemisahan anomali regional-residual pada data gravitasi menggunakan teknik *moving average*.

Pada pemisahan anomali data gravitasi ini, dilakukan dengan membuat plot *scatter* spektrum untuk tiga lintasan menggunakan skrip *Python*. Pemilihan titik-titik anomali regional-residual dilakukan secara manual dengan *klik* dua titik awal

dan akhir untuk perkiraan anomali regional dan residual pada masing-masing lintasan. Proses ini ditunjukkan pada Gambar 3.9.

```
# Interaksi menggunakan ginput
pick_regional = plt.ginput(-1, timeout=0)
pick_regional = np.array(pick_regional)
print("Picked Regional Points:", pick_regional)
pick_residual = plt.ginput(-1, timeout=0)
pick_residual = np.array(pick_residual)
print("Picked Residual Points:", pick_residual)
#pick_noise = plt.ginput(-1, timeout=0)
#pick_noise = np.array(pick_noise)
#print("Picked Noise Points:", pick_noise)
# Identify regional and residual ranges
reg1 = np.logical_and(k[:set_jumlah_data] > pick_regional[0][0], k[:set_jumlah_data] < pick_regional[1][0])
regional_x1 = k[:set_jumlah_data][reg1]
regional_y1 = lnA_1[:set_jumlah_data][reg1]
res1 = np.logical_and(k[:set_jumlah_data] > pick_residual[0][0], k[:set_jumlah_data] < pick_residual[1][0])
residual_x1 = k[:set_jumlah_data][res1]
residual_y1 = lnA_1[:set_jumlah_data][res1]
#noi1 = np.logical_and(k[:set_jumlah_data] > pick_noise[0][0], k[:set_jumlah_data] < pick_noise[1][0])
#noise_x1 = k[:set_jumlah_data][noi1]
#noise_y1 = lnA_1[:set_jumlah_data][noi1]
```

Gambar 3.9. Proses pemilihan titik anomali regional-residual

Gambar 3.9 menunjukkan proses interaktif dalam penentuan rentang spektral untuk anomali regional dan residual pada data spektrum log-amplitudo hasil transformasi *Fourier*. Pertama, pemilihan titik pada grafik menggunakan fungsi *plt.ginput()* untuk masing-masing kategori, yaitu *Regional Points* dan *Residual Points*, yang kemudian dikonversi menjadi array *NumPy*. Selanjutnya, kode mengidentifikasi rentang frekuensi gelombang (*k*) yang berada di antara dua titik yang dipilih tersebut, menggunakan logika *np.logical_and*. Berdasarkan rentang frekuensi ini, data spektral *lnA_1* yang sesuai dipisahkan menjadi dua subset, yaitu *regional_y1* dan *residual_y1*, beserta sumbu-x-nya masing-masing (*regional_x1* dan *residual_x1*). Tujuan utama dari proses ini adalah untuk membedakan kontribusi komponen frekuensi rendah (*regional*) dan frekuensi tinggi (*residual*) terhadap sinyal anomali gaya berat, sehingga selanjutnya dapat dilakukan pemodelan atau interpretasi secara lebih akurat terhadap struktur bawah permukaan. Definisi fungsi logika juga diterapkan pada kedua grafik lainnya.

Selanjutnya, data lintasan regional-residual yang dipilih akan diolah menjadi informasi hubungan panjang gelombang (*k*) dengan *lnA* yang divisualisasikan menggunakan teknik regresi linear dari pustaka *sklearn.linear_model* seperti terlihat pada Gambar 3.10.

```

from sklearn.linear_model import LinearRegression
nama_regionalx = [regional_x1,regional_x2,regional_x3]
nama_regionaly = [regional_y1,regional_y2,regional_y3]
nama_residualx = [residual_x1,residual_x2,residual_x3]
nama_residualy = [residual_y1,residual_y2,residual_y3]
#nama_noisex = [noise_x1, noise_x2, noise_x3]
#nama_noisey = [noise_y1, noise_y2, noise_y3]
nama_model_regional = ['model_regional1','model_regional2','model_regional3']
nama_model_residual = ['model_residual1','model_residual2','model_residual3']
#nama_model_noise = ['model_noise1', 'model_noise2', 'model_noise3']
regional_out,residual_out, noise_out, intercept,gradien = [],[],[],[],[]

```

Gambar 3.10. Proses regresi linear

Gambar 3.10 menampilkan bagian dari proses pemisahan spektral lanjutan, di mana data spektrum yang telah dipilih sebelumnya untuk komponen regional dan residual dibagi menjadi tiga segmen masing-masing (x dan y), yaitu regional_x1 hingga regional_x3 dan residual_x1 hingga residual_x3, yang kemudian dikelompokkan ke dalam daftar nama_regionalx, nama_regionaly, nama_residualx, dan nama_residualy. Daftar-daftar ini digunakan untuk menyimpan data koordinat x (frekuensi gelombang) dan y (log-amplitudo) dari masing-masing segmen, sebagai input untuk proses fitting regresi linear selanjutnya menggunakan pustaka *LinearRegression* dari *sklearn.linear_model*. Pemisahan menjadi tiga bagian ini memungkinkan analisis tren spektral yang lebih rinci, misalnya untuk memperkirakan lintasan linier dari anomali regional dan residual secara independen pada domain frekuensi tertentu, yang penting dalam identifikasi *cutoff frequency* untuk pemisahan sinyal geofisika.

Adapun proses *moving average* dilakukan dengan mengimplementasikan fungsi *movingaverage(data, N)* yang secara umum melakukan rata-rata berjalan (moving average) terhadap data deret waktu atau deret spasial. Secara matematis, perhitungannya seperti pada persamaan (3.14).

$$R_i = \frac{1}{N} \sum_{j=i-[N/2]}^{i+[N/2]} D_j \quad (3.14)$$

dengan :

R_i = Nilai hasil moving average pada titik ke- i

D_j = Nilai data asli pada titik ke- j

N = Panjang jendela rata-rata

$\lfloor N/2 \rfloor$ = Bilangan bulat terdekat dari $N/2$, untuk mengambil jendela simetris kiri dan kanan

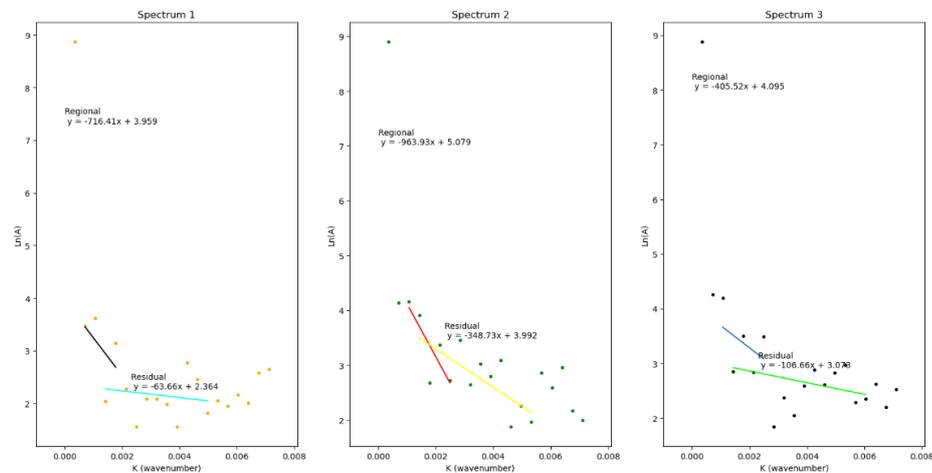
Hasil dari perhitungan persamaan (3.13) ini merupakan data anomali regional dengan menghilangkan komponen frekuensi tinggi (anomali lokal) dan menyisakan tren umum berfrekuensi rendah. Oleh karena itu, nilai anomali residual diperoleh dari selisih nilai anomali total (dalam hal ini adalah CBA) dengan anomali gravitasi regional. Dalam *Python*, perhitungan proses pemisahan ini dapat dilihat pada Gambar 3.11.

```
#moving average
# (c_residual - c_regional)/(m_regional - m_residual)
x_1 = (intercept[1][0] - intercept[0][0])/(gradien[0][0] - gradien[1][0])
x_2 = (intercept[3][0] - intercept[2][0])/(gradien[2][0] - gradien[3][0])
x_3 = (intercept[5][0] - intercept[4][0])/(gradien[4][0] - gradien[5][0])
X = np.array([x_1, x_2, x_3]) #x di sini adalah K cut off
lamda_x = (2*np.pi)/X
N = lamda_x/dt
N_mean = np.mean(N)
import math
from scipy.signal import convolve2d
def movingaverage(input_array, n_mean):
    n = math.floor(n_mean)
    Filter = np.ones([n, n])/n**2
    result = convolve2d(input_array, Filter, mode='same', boundary='symm')
    return result
anomali_regional = movingaverage(SBA_interpolasi, N_mean)
anomali_residual = SBA_interpolasi - anomali_regional
```

Gambar 3.11. Pemisahan CBA menggunakan *moving average*

Gambar 3.11 menunjukkan proses penentuan anomali regional dan residual CBA menggunakan metode *moving average* berbasis nilai *cutoff* frekuensi yang diperoleh dari analisis spektral linier. Nilai x_1 , x_2 , dan x_3 dihitung dari perpotongan (*intercept*) dan gradien dari hasil regresi linier pada tiga segmen *log-spektrum* untuk data regional dan residual, yang kemudian dirata-ratakan menjadi array X yang merepresentasikan vektor nilai *cutoff* frekuensi spasial. Nilai ini dikonversi menjadi panjang gelombang *cutoff* (λ_X) dengan hubungan $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, lalu digunakan untuk menentukan ukuran jendela rata-rata bergerak (N_{mean}) dalam satuan grid. Fungsi *movingaverage* sendiri diimplementasikan menggunakan konvolusi 2D dengan filter berukuran $n \times n$, di mana n ditentukan dari hasil pembulatan nilai rata-rata N_{mean} . Hasil dari konvolusi tersebut menghasilkan komponen anomali regional (*anomali_regional*), sedangkan anomali residual

(anomali_residual) diperoleh dari pengurangan data CBA yang telah diinterpolasi dengan anomali regional. Pendekatan ini memungkinkan pemisahan komponen regional dan residual secara lebih objektif berdasarkan sifat spektral sinyal gravitasi. Hasil regresi linear pada proses *moving average* dapat dilihat pada Gambar 3.12.



Gambar 3.12 Hasil penentuan *cutoff* spektrum

Gambar 3.12 menunjukkan hubungan antara logaritma amplitudo dan nilai gelombang k (*wavenumber*). Masing-masing spektrum menunjukkan dua tren linier yang berbeda, mencerminkan keberadaan dua komponen utama dalam data, yaitu komponen regional dengan frekuensi rendah dan kemiringan landai, serta komponen residual dengan frekuensi tinggi dan kemiringan yang lebih curam.

Setelah pemisahan anomali magnetik dilakukan dengan *metode upward continuation* dan pemisahan CBA menggunakan metode *moving average*, tahapan selanjutnya adalah perhitungan FHD dan SVD guna mengetahui batas-batas anomali bawah permukaan. Untuk perhitungan FHD, misalkan fungsi asal anomali adalah $f(x, y)$ dengan x adalah turunan pertama ke arah barat-timur (arah horizontal) dan y merupakan turunan pertama ke arah utara-selatan (arah vertikal), maka persamaan transformasinya menjadi seperti persamaan (3.15) dan persamaan (3.16).

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right] = ik_x \cdot F(k_x, k_y) \quad (3.15)$$

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right] = ik_y \cdot F(k_x, k_y) \quad (3.16)$$

dengan $F(k_x, k_y)$ adalah hasil transformasi Fourier dan (k_x, k_y) adalah frekuensi gelombang dalam arah x dan y (dalam satuan rad/m).

Setelahnya, dilakukan turunan spasial di domain spasial menggunakan *inverse* FFT, seperti persamaan (3.16) dan (3.17).

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right] = F^{-1} [ik_x \cdot F(k_x, k_y)] \quad (3.17)$$

$$\mathcal{F} \left[\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right] = F^{-1} [ik_y \cdot F(k_x, k_y)] \quad (3.18)$$

Setelah mendapatkan kedua turunan tersebut, total FHD dihitung menggunakan persamaan (3.19)

$$FHD(x, y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \quad (3.19)$$

Perhitungan FHD tersebut dapat diimplementasiakan pada bahasa pemrograman *Python* dengan skrip yang ditampilkan pada Gambar 3.12.

```

▶ dx = hm.derivative_easting(utm_res, order=1)
  dy = hm.derivative_northing(utm_res, order=1)

  FHD = (dx**2 + dy**2)**0.5

```

Gambar 3.12. Skrip *Python* untuk perhitungan FHD

Gambar 3.12. menampilkan skrip *Python* perhitungan FHD dengan fungsi *hm.derivative_easting* dan *hm.derivative_northing* masing-masing mengimplementasikan persamaan (17 - 18) dan rumus $FHD = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ merupakan implementasi persamaan 3.19.

Adapun untuk perhitungan SVD, dilakukan untuk memunculkan efek dangkal dari pengaruh regionalnya dan untuk menentukan batas-batas struktur yang ada di daerah penelitian, sehingga filter ini dapat menyelesaikan anomali residual yang tidak mampu dipisahkan dengan metode pemisahan regional-residual yang ada. Dalam studi geofisika, khususnya pada pemrosesan dan interpretasi data anomali medan potensial seperti gravitasi atau magnetik, digunakan persamaan *Laplace* sebagai dasar teoritis. Hal ini dikarenakan anomali gaya berat atau anomali magnetik di udara bebas (*free-air*) diasumsikan berasal dari distribusi massa atau sumber magnetik di bawah permukaan, yang secara matematis digambarkan sebagai medan potensial harmonik, sehingga memenuhi persamaan *Laplace* seperti persamaan (3.20) berikut.

$$\nabla^2 \Delta H = 0 \quad (3.20)$$

dimana ΔH adalah fungsi medan potensial anomali (misalnya, anomali gaya berat Bouguer atau anomali medan magnet) dengan satuan mGal untuk data gravitasi dan nT untuk data magnetik. Sedangkan ∇^2 adalah operator *Laplace* (juga disebut laplasian), yang merupakan jumlah dari turunan parsial kedua terhadap masing-masing arah ruang (x , y , dan z) dalam satuan meter.

Secara eksplisit, persamaan *Laplace* dituliskan seperti persamaan (3.21).

$$\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial z^2} = 0 \quad (3.21)$$

Persamaan (21) menunjukkan bahwa jumlah dari turunan parsial kedua dari fungsi anomali terhadap arah timur-barat (x), utara-selatan (y), dan vertikal (z) adalah nol. Hal ini mengimplikasikan bahwa perubahan vertikal dari suatu medan anomali (komponen $\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial z^2}$) dapat dihitung berdasarkan informasi horizontalnya, melalui persamaan (3.22) berikut.

$$\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial z^2} = - \left[\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial y^2} \right] \quad (3.22)$$

dengan $\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial x^2}$ menunjukkan turunan parsial kedua dari ΔH terhadap arah timur-barat, $\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial y^2}$ menunjukkan turunan kedua dalam arah utara-selatan, dan $\frac{\partial^2(\Delta H)}{\partial z^2}$ dalam arah kedalaman z. Ketiga komponen ini memiliki satuan $mGal/m^2$ untuk data gravitasi dan nT/m^2 untuk data magnetik.

Dalam pustaka *Python*, perhitungan SVD dapat dijalankan menggunakan skrip yang ditampilkan pada Gambar 3.13.

```
▶ dx2 = hm.derivative_easting(utm_res, order=2)
  dy2 = hm.derivative_northing(utm_res, order=2)

  SVD = -(dx2 + dy2)
```

Gambar 3.13. Skrip *Python* untuk perhitungan SVD

Gambar 3.13 menunjukkan skrip untuk perhitungan SVD dengan persamaan FHD dan fungsi *hm.derivative* mengimplementasikan persamaan 3.22.

3.4.1.2 Visualisasi dan Analisis Hasil Pengolahan

Nilai anomali magnetik, CBA, FHD, dan SVD yang telah diperoleh kemudian divisualisasikan dalam peta kontur dua dimensi menggunakan bahasa pemrograman *Python*. Proses ini dilakukan menggunakan dua pustaka visualisasi, yaitu:

1. *PyGMT*, sebuah antarmuka *Python* dari *Generic Mapping Tools* (GMT), digunakan untuk menghasilkan peta geospasial berkualitas tinggi. Dalam konteks ini, *PyGMT* memungkinkan pemetaan grid anomali gravitasi ke dalam sistem koordinat geografis (misalnya UTM atau lintang-bujur) dengan dukungan kolormap dan fitur kontur, sehingga sangat sesuai untuk publikasi ilmiah maupun pemetaan geologi terapan.
2. *matplotlib.pyplot.contour*, digunakan untuk representasi visual grid data dalam bentuk garis kontur konvensional. Metode ini berguna untuk menampilkan gradien dan fluktuasi nilai anomali dalam domain spasial

pada citra dua dimensi, serta memudahkan identifikasi pola-pola anomali lokal.

3.4.1.3 Interpretasi Hasil

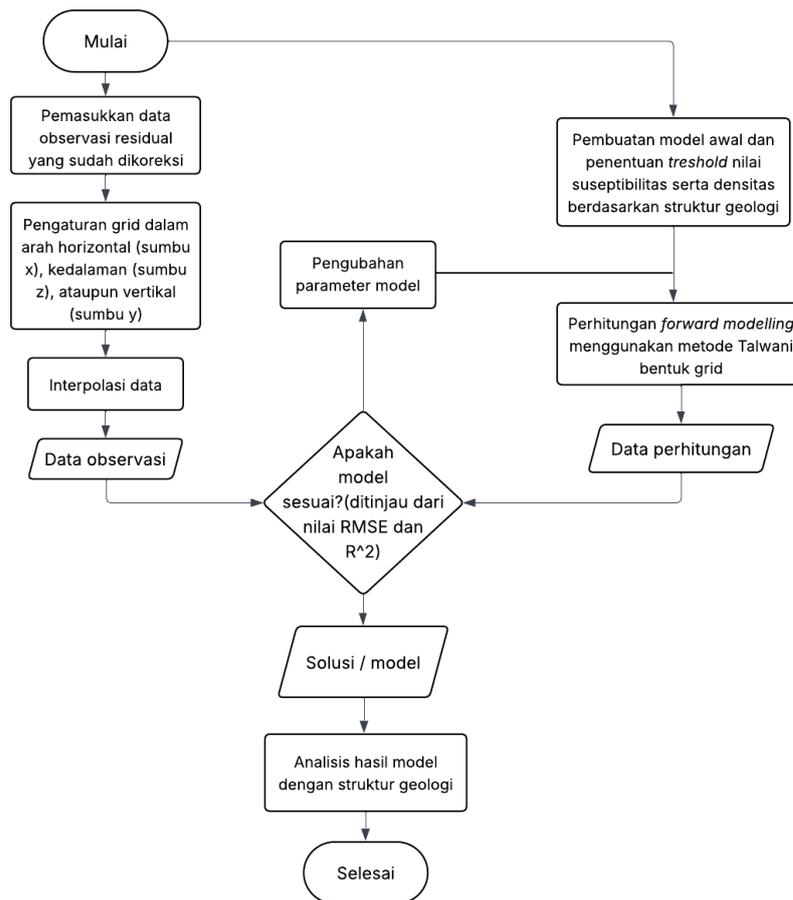
Peta anomali magnetik dan anomali bouguer lengkap memberikan gambaran awal mengenai struktur bawah permukaan dan prediksi adanya bijih besi pada bawah permukaan daerah penelitian. Daerah dengan nilai anomali bouguer dan anomali magnetik tinggi diprediksi merupakan daerah potensi bijih besi. Praduga ini diperkuat dengan pola anomali pada peta FHD dan SVD yang menampilkan batas-batas daerah dengan nilai anomali tinggi.

3.4.2 Teknik Analisis Potensi Bijih Besi Berdasarkan Model 2D dan 3D

Tahapan yang digunakan untuk menganalisis potensi bijih besi di Ciselok adalah melalui model 2 dimensi menggunakan metode inversi gabungan magnetik dan gravitasi dengan model Grid-Talwani dalam pustaka *Python*. Sedangkan, pemodelan 3 dimensinya dilakukan menggunakan metode inversi terpisah antara kedua data tersebut dengan bantuan perangkat lunak ZondGM3D.

3.4.2.1 Pengolahan Data

Tahapan pengolahan dan analisis data teknik *joint inversion* pada 2 dimensi digambarkan melalui Gambar 3.14.



Gambar 3.14. Alur *joint inversion*

Seperti yang ditampilkan pada Gambar 3.14, tahap awal pada pemodelan inversi ini adalah membuat grid. Pada pemodelan 2 dimensi, Penulis membuat grid x (horizontal) sebesar 50 dan grid sumbu z (kedalaman) sebesar 20 yang merepresentasikan kedalaman 0 – 2000 mdpl. Pemodelan ini juga dilakukan pada 3 lintasan berbeda, yaitu arah tenggara-barat laut, barat-laut, dan barat daya-timur laut dengan jangkauan pengambilan data ± 100 meter dari lintasan yang dipilih.

Tahap selanjutnya adalah proses interpolasi data dengan tujuan memperkirakan nilai di titik lokasi lain yang tidak memiliki data, berdasarkan pola atau tren yang terbentuk dari data yang tersedia. Pada pustaka *Python*, tahapan interpolasi data dilakukan menggunakan modul `np.abs` dari NumPy guna menghitung nilai absolut dari suatu bilangan (atau array bilangan), baik itu bilangan

integre, float, maupun kompleks. Skrip Python yang dapat digunakan untuk proses ini adalah seperti pada Gambar 3.15.

```
# === INTERPOLASI DATA ===
fixed_y = np.mean(magnetic_df['utm_y_normalized'])
tol = 100
gx = gravity_df.loc[np.abs(gravity_df['Latitude'] - fixed_y) < tol, 'Longitude'].values
gval = gravity_df.loc[np.abs(gravity_df['Latitude'] - fixed_y) < tol, 'Interpolated_Anomaly'].values
mx = magnetic_df.loc[np.abs(magnetic_df['utm_y_normalized'] - fixed_y) < tol, 'utm_x'].values
mval = magnetic_df.loc[np.abs(magnetic_df['utm_y_normalized'] - fixed_y) < tol, 'Residual'].values
interp_gravity = griddata(gx, gval, x_grid, method='linear', fill_value=0)
interp_magnetic = griddata(mx, mval, x_grid, method='linear', fill_value=0)
gravity_obs_2d = np.tile(interp_gravity, (grid_z_size, 1))
magnetic_obs_2d = np.tile(interp_magnetic, (grid_z_size, 1))
```

Gambar 3.15. Interpolasi Data

Gambar 3.15 menunjukkan data gravitasi (gx , $gval$) dan data magnetik (mx , $mval$) masing-masing merupakan pasangan koordinat X dan nilai anomali (*Interpolated_Anomaly* untuk gravitasi dan *Residual* untuk magnetik) yang digunakan dalam interpolasi linier dengan fungsi `griddata`. Hasil interpolasi berupa `interp_gravity` dan `interp_magnetic` adalah nilai-nilai anomali yang didistribusikan sepanjang grid horizontal (x_grid) dan selanjutnya direplikasi secara vertikal sebanyak jumlah grid kedalaman ($grid_z_size$) dengan fungsi `np.tile`, membentuk model observasi 2D ($gravity_obs_2d$, $magnetic_obs_2d$) untuk keperluan pemodelan inversi. Adapun secara matematis, perhitungan interpolasi data dijelaskan seperti persamaan (3.23).

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \cdot (x - x_0) \quad (3.23)$$

3.4.2.2 Visualisasi dan Analisis Data

Tahap visualisasi model 2D diawali dengan proses *forward modeling* pendekatan blok Talwani menggunakan fungsi `poly_gravity_numba` dari pustaka *NumPy* seperti terlihat pada Gambar 3.16. Secara matematis, fungsi ini menghitung anomali gravitasi horizontal di sepanjang profil permukaan akibat distribusi massa dalam bentuk poligon tertutup (Talwani, M., Worzel, J. L., & Landisman, 1959) menggunakan persamaan (3.24).

$$\Delta g_x = G \cdot \rho \cdot \left[\Delta\theta \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - \frac{x_1 z_2 - x_2 z_1}{r_1 r_2 + x_1 x_2 + z_1 z_2} \right] \quad (3.24)$$

dengan :

G = konstanta gravitasi ($6,67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg/s}^2$)

ρ = densitas tiap blok (g/cm^3)

$r_1 = \sqrt{x_1^2 + z_1^2}$, $r_2 = \sqrt{x_2^2 + z_2^2}$

$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{z_1}{x_1}\right)$

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ (dengan normalisasi ke $-\pi$ sampai π)

(x_1, z_1) dan (x_2, z_2) adalah koordinat sisi poligon relatif terhadap titik observasi

Persamaan tersebut diimplementasikan pada bahasa pemrograman Python menggunakan skrip yang ditampilkan pada Gambar 3.16.

```

=== FUNGSI FORWARD MODEL ===
# Fungsi forward gravitasi yang menggunakan poly_gravity_numba
def forward_gravity_talwani_numba(rho_grid, x_grid, z_grid, G=6.6743e-11):
    """
    Forward gravity untuk model grid 2D, tiap sel dianggap poligon persegi panjang.
    Output dalam mgal.
    """
    nx = len(x_grid)
    nz = len(z_grid)
    dx = x_grid[1] - x_grid[0]
    dz = z_grid[1] - z_grid[0]
    anomaly = np.zeros(nx)

    for k, x_obs in enumerate(x_grid):
        g_sum = 0
        for j, x_center in enumerate(x_grid):
            for i, z_center in enumerate(z_grid):
                rho = rho_grid[i, j] # dalam g/cc
                half_dx = dx / 2
                half_dz = dz / 2
                poly_x = np.array([
                    x_center - half_dx,
                    x_center - half_dx,
                    x_center + half_dx,
                    x_center + half_dx
                ])
                poly_z = np.array([
                    z_center - half_dz,
                    z_center + half_dz,
                    z_center + half_dz,
                    z_center - half_dz
                ])
                g_blk = poly_gravity_numba(np.array([x_obs]), poly_x, poly_z, rho)[0]
                g_sum += g_blk
            anomaly[k] = g_sum
        return anomaly

```

Gambar 3.16. *Forward modeling* gravitasi

Gambar 3.16 menampilkan fungsi *forward modeling* dengan menghitung anomali gravitasi vertikal (Δg) akibat distribusi densitas (ρ) pada model bawah permukaan 2D yang dibagi menjadi blok-blok kecil (sel grid) berbentuk persegi

panjang. Setiap sel dianggap sebagai poligon segi empat yang berkontribusi terhadap nilai gaya gravitasi vertikal di titik pengamatan (x_{obs} , z_{obs}).

Selanjutnya adalah proses *forward modeling* magnetik 2D dengan menggunakan model grid Talwani. Sebelum itu, perlu dipertimbangkan pula vektor magnetisasi, komponen posisi, dan nilai anomali medan magnetik.

Dalam vektor magnetisasi dari tiap sel didefinisikan seperti persamaan (3.25) berikut.

$$\vec{M} = \chi \cdot \vec{H} \quad (3.25)$$

dengan \vec{M} adalah vektor magnetisasi dalam satuan A/m, χ adalah suseptibilitas magnetik (SI), dan \vec{H} adalah medan induksi utama bumi dalam satuan A/m. Jika F adalah besar medan total bumi (dalam nT), maka komponennya menjadi seperti persamaan (3.26).

$$\vec{H} = F \begin{bmatrix} \cos I \cos D \\ \cos I \sin D \\ \sin I \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

dengan I adalah nilai inklinasi dan D adalah deklinasi. Selanjutnya, untuk komponen vektor dari pusat sel ke pengamat (\vec{r}) dan arah normalnya dirumuskan seperti pada persamaan (3.27).

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_{obs} - x_{cell} \\ -z_{cell} \end{bmatrix}, r = |\vec{r}| = \sqrt{(x_{obs} - x_{cell})^2 + z_{cell}^2} \quad (3.27)$$

dengan asumsi dipol tetap, maka diperoleh total anomali medan magnetik akibat dipol adalah seperti persamaan (3.28).

$$\Delta T = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^3} \cdot V \cdot [3(\hat{r} \cdot \vec{M})(\hat{r} \cdot \hat{F}) - \vec{M} \cdot \hat{F}] \quad (3.28)$$

$$\Delta T = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^3} \cdot M \cdot V \cdot (3\cos^2\theta - 1) \quad (3.29)$$

dengan $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m (konstanta permeabilitas), $V = dx \cdot dz \cdot 1$ m (volume blok), \hat{r} adalah vektor arah dari sel ke pengamat, dan \hat{F} adalah arah medan utama.

Persamaan (3.25 – 3.29) diimplementasikan pada pustaka *Python* guna menjalankan *forward modeling* magnetik 2D. Skrip yang digunakannya adalah seperti terlihat pada Gambar (3.17).

```
def forward_magnetic_talwani_numba_realistic(
    chi_grid, x_grid, z_grid,
    I=-31.6, D=0.6, F=46000, mu0=4*np.pi*1e-7
):
    # Konversi sudut ke radian
    I_rad = np.radians(I)
    D_rad = np.radians(D)
    # Vektor medan utama Bumi (arah vektor induksi)
    Fx = F * np.cos(I_rad) * np.cos(D_rad)
    Fy = F * np.cos(I_rad) * np.sin(D_rad)
    Fz = F * np.sin(I_rad)
    F_vector = np.array([Fx, Fy, Fz]) # vektor 3D

    nx = len(x_grid)
    nz = len(z_grid)
    dx = x_grid[1] - x_grid[0]
    dz = z_grid[1] - z_grid[0]

    anomaly = np.zeros(nx)
    for k, x_obs in enumerate(x_grid):
        total_anom = 0
        for j, x_center in enumerate(x_grid):
            for i, z_center in enumerate(z_grid):
                chi = chi_grid[i, j]
                if chi == 0:
                    continue

                # Magnetisasi total vektor
                M_vector = chi * F_vector

                # Posisi relatif (dx, dy, dz)
                dx_ = x_obs - x_center
                dz_ = -z_center # z positif ke bawah
                r = np.sqrt(dx_**2 + dz_**2)
                if r == 0:
                    continue
                # Vektor posisi
                r_vector = np.array([dx_, 0, dz_])
                r_hat = r_vector / r
                # Dot product M · r_hat
                M_dot_rhat = np.dot(M_vector, r_hat)
                cos_theta = dz_ / r
                # Volume blok
                volume = dx * dz * 1 # ketebalan 1 m
                # Rumus anomali
                dT = (mu0 / (4 * np.pi)) * volume * (
                    3 * M_dot_rhat * cos_theta - np.dot(M_vector, [0, 0, 1])
                ) / r**3
                total_anom += dT
            anomaly[k] = total_anom * 1e9 # konversi ke nT

    return anomaly
```

Gambar 3.17. *Forward modeling* magnetik 2D

Tahapan selanjutnya adalah pemodelan inversi gabungan gravitasi dan magnetik 2D menggunakan pendekatan optimasi *L-BFGS-B*, dengan fungsi biaya (*cost function*) yang menggabungkan misfit antara data observasi dan prediksi, serta regularisasi untuk korelasi antar model dan kelinieran vertikal. Fungsi RMSE(obs, pred) digunakan untuk menghitung *Root Mean Square Error* (dalam satuan mGal untuk gravitasi dan nT untuk magnetik) yang menyatakan selisih rata-rata kuadrat akar antara data observasi dan prediksi, seperti pada persamaan (3.30).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_i^{obs} - d_i^{pred})^2} \quad (3.30)$$

Selanjutnya, fungsi *cross_gradient(rho, chi)* pada pustaka *Python* digunakan untuk mengatur *struktur batas* dari model densitas (ρ) dan suseptibilitas magnetik (χ) agar selaras secara spasial—yakni, jika terjadi perubahan nilai densitas, maka seharusnya juga terdapat perubahan nilai suseptibilitas pada posisi yang sama. Ini mencerminkan bahwa kedua parameter fisik tersebut berasal dari tubuh geologi yang sama (misalnya, bijih besi). Perhitungan yang diimplementasikan pada fungsi ini adalah persamaan (3.31).

$$CG = \sum \left| \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\partial \chi}{\partial x} \right| \quad (3.31)$$

Fungsi *vertical_smoothness(model)* juga diterapkan guna menghitung total variasi vertikal dari model. Fungsi ini menggunakan perbedaan absolut antar layer, sebagai bentuk regularisasi kelinieran vertikal untuk menghindari solusi yang terlalu bergelombang atau tidak realistis secara geologi.

Model awal dibuat secara realistis dengan nilai densitas antara 2.3–2.9 g/cm³ dan suseptibilitas antara 0,002–0.008 SI (berdasarkan informasi data geologi daerah penelitian dan penelitian terdahulu jika ada), kemudian dikontrol dengan batas (*bounds*) saat inversi untuk menjaga agar solusi tetap dalam rentang nilai geofisik yang masuk akal.

Fungsi objektif $\Phi(m)$ diminimasi menggunakan algoritma L-BFGS-B (*Limited-memory Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno with Box constraints*), yang efisien untuk permasalahan dengan dimensi besar dan batas fisik. Misalnya, pada penelitian ini nilai ρ dibatasi antara 2,2 – 3,2 g/cm³ dan χ antara 0,001 – 0,008 SI. Inisialisasi model dilakukan secara acak berdasarkan nilai-nilai yang realistis, lalu dioptimasi iteratif untuk meminimalkan total fungsi biaya. Perhitungan ini menggunakan persamaan (3.32).

$$Cost = RMSE_{grav} + RMSE_{mag} + \lambda_{cg} \cdot CG + \lambda_{smooth} \cdot (S_{\rho} + S_{\chi}) \quad (3.32)$$

dengan λ_{cg} dan λ_{smooth} adalah parameter pengontrol bobot untuk penalti *cross-gradient* dan *smoothness*, serta S_ρ dan S_χ adalah total variasi vertikal untuk densitas dan suseptibilitas.

3.4.2.3 Interpretasi Hasil

Hasil pemodelan 2D dan 3D diinterpretasikan untuk mengidentifikasi zona potensial bijih besi. Kriteria yang digunakan adalah densitas $\geq 2,8 \text{ g/cm}^3$ dan suseptibilitas $\geq 0,005 \text{ SI}$. Interpretasi ini akan dikorelasikan dengan data geologi regional, sehingga diperoleh pemahaman menyeluruh tentang potensi mineralisasi bijih besi di daerah Ciselok. Pada penelitian ini, pemodelan inversi 3D dilakukan menggunakan perangkat lunak ZondGM3d dengan metode inversi terpisah. Data input berupa data anomali gravitasi hasil interpolasi dan data anomali magnetik yang sudah di RTP.