

## BAB V KESIMPULAN, IMPLIKASI, DAN REKOMENDASI

### A. Kesimpulan

Kesimpulan dari penelitian ini mencakup temuan mengenai *learning obstacles*, pengembangan *learning trajectory*, dan rancangan desain didaktis hipotetis yang relevan dengan materi invers matriks.

#### 1. *Learning Obstacles* pada Materi Invers Matriks

Terdapat sejumlah *learning obstacles* dalam proses pembelajaran yang dialami oleh siswa, yaitu sebagai berikut:

##### a. *Ontogenic obstacles*

- 1) *Conceptual ontogenical obstacles* ditunjukkan dengan siswa cenderung langsung mencoba menghitung invers tanpa memeriksa apakah matriks tersebut memiliki invers atau tidak; siswa tidak memahami konsep matriks identitas serta perannya dalam operasi invers; tidak mengetahui atau lupa rumus umum mencari invers matriks ordo 2; dan belum paham bagaimana SPLTV direpresentasikan dan diselesaikan dengan matriks.
- 2) *Instrumental ontogenical obstacles* ditunjukkan dengan keterbatasan dalam penggunaan simbol atau notasi yang belum pernah diperkenalkan secara eksplisit; tidak menyelesaikan pencarian invers karena lupa atau tidak tahu langkah selanjutnya; dan salah dalam menghitung determinan dan menentukan adjoin karena pemahaman masih belum terbentuk secara mendalam.

##### b. *Epistemological obstacles*

- 1) Hambatan konseptual ditunjukkan dengan siswa tidak memahami bahwa hasil perkalian matriks dengan inversnya adalah matriks identitas; keliru dalam menentukan nilai determinan matriks, termasuk pemahaman konsep determinan; menganggap rumus yang diberikan benar karena terlihat seperti rumus umum invers tanpa analisis lebih lanjut, dan menggunakan bentuk  $X = A^{-1}B$  tanpa memahami asal-usul atau alasan matematis dari bentuk tersebut.
- 2) Hambatan prosedural ditunjukkan dengan siswa keliru dalam melakukan operasi perkalian dua buah matriks, seperti salah prosedur perkalian; tidak tepat

dalam membentuk adjoin, misalnya menukar atau memberi tanda minus pada elemen yang salah; tidak menggunakan rumus invers dengan tepat atau memberikan jawaban yang melenceng; kesulitan dalam mengubah sistem persamaan linear ke bentuk  $AX = B$ , seperti keliru membentuk matriks koefisien.

- 3) Hambatan teknik operasional ditunjukkan dengan ketika matriks ordo 2, siswa sering salah menghitung determinan karena tidak memperhatikan tanda negatif; untuk matriks ordo 3, siswa bingung dengan ekspansi kofaktor dan sering salah dalam perhitungan minor dan kofaktor; dan keterbatasan dalam keterampilan manipulasi elemen-elemen matriks misalnya salah tanda, salah urutan elemen, atau kesalahan hitung biasa.

c. *Didactical obstacles*

Guru langsung mengajarkan rumus invers matriks tanpa memberikan intuisi atau pemahaman konseptual. Akibatnya, siswa hanya menghafal prosedur tanpa memahami mengapa dan bagaimana invers matriks bekerja; siswa tidak dapat menghubungkan operasi invers dengan sifat dasar matriks, yang seharusnya telah diajarkan; dan tidak ada yang melakukan pembuktian rumus invers dengan mengecek  $S \cdot S^{-1} = I$ . Hal ini menunjukkan kemungkinan bahwa guru tidak menekankan keterkaitan antara konsep dengan aplikasinya dalam soal; siswa tidak menjelaskan apakah rumus yang diberikan benar atau salah, tetapi langsung menggunakan rumus tersebut untuk mencari invers; tidak ada satu pun siswa yang menggunakan metode OBE karena seluruh siswa menyatakan belum pernah mempelajarinya.

2. ***Learning Trajectory pada Materi Invers Matriks***

Terdapat empat *learning goals* pada *learning trajectory* yang dikembangkan, di antaranya: 1) memahami konsep invers matriks dan syarat keberadaannya (matriks singular dan nonsingular); 2) menemukan rumus umum invers matriks ordo 2 melalui SPLDV; 3) memahami operasi baris elementer (OBE) pada matriks dan penggunaannya untuk mencari invers matriks ordo 2; 4) menentukan invers matriks ordo 3 dengan metode OBE.

### 3. Desain Didaktis Hipotetis Materi Invers Matriks

Desain didaktis hipotetis ini menekankan pada pengembangan pemahaman konseptual dan prosedural siswa dalam mencari invers matriks melalui pendekatan berbasis eksplorasi, penemuan, dan manipulasi operasi baris elementer (OBE). Desain ini disusun berdasarkan *learning obstacles* yang telah dikaji, dengan tujuan membantu siswa membangun pemahaman yang lebih mendalam, menghindari kesalahan umum, serta meningkatkan keterampilan dalam menyelesaikan persamaan matriks. Desain ini dibagi menjadi empat sub-design yang dirancang untuk dua pertemuan, dengan alur yang bertahap sesuai dengan perkembangan pemahaman siswa.

Dalam perancangannya, desain ini merujuk pada teori belajar Ausubel yang menekankan pentingnya pengaitan pengetahuan baru dengan struktur kognitif yang telah dimiliki siswa. Oleh karena itu, setiap sub-desain diawali dengan aktivitas yang memunculkan konsep prasyarat yang relevan, agar proses belajar menjadi bermakna. Selain itu, desain ini juga mempertimbangkan teori Vygotsky tentang zona perkembangan proksimal di mana interaksi sosial melalui *scaffolding* dari guru maupun diskusi antarsiswa difasilitasi untuk mendorong perkembangan berpikir siswa dari apa yang dapat mereka lakukan sendiri menuju apa yang dapat mereka capai dengan bantuan.

#### B. Implikasi

Hasil penelitian ini memberikan sejumlah pertimbangan yang dapat dijadikan acuan atau inspirasi bagi berbagai pihak yang terlibat dalam proses pembelajaran matematika di jenjang Sekolah Menengah Atas:

##### 1. Bagi Guru/Pendidik

Desain didaktis hipotetis yang dikembangkan dalam penelitian ini dapat menjadi salah satu alternatif pendekatan dalam merancang pembelajaran, khususnya pada materi invers matriks. Temuan mengenai *learning obstacles* dan *learning trajectory* siswa dapat digunakan sebagai masukan dalam:

- a. Merancang kegiatan pembelajaran yang mempertimbangkan berbagai kemungkinan respons siswa.

- b. Mengembangkan pendekatan yang mendorong keterlibatan siswa dalam membangun pemahaman konsep secara bertahap.
- c. Menyusun strategi pendampingan atau penyesuaian pembelajaran yang sesuai dengan kondisi dan kebutuhan siswa.

## 2. Bagi Siswa

Desain pembelajaran berbasis analisis *learning obstacles* dan *learning trajectory* ini diharapkan dapat memberikan pengalaman belajar yang lebih terarah. Siswa dapat lebih mudah mengenali tantangan yang mereka hadapi, serta terbantu dalam memahami materi invers matriks secara konseptual dan prosedural melalui alur belajar yang lebih sistematis.

## 3. Bagi Pengembang Kurikulum dan Lembaga Pendidikan

Temuan dari penelitian ini dapat menjadi pertimbangan dalam mengembangkan bahan ajar atau sumber belajar lain yang lebih kontekstual dan eksploratif. Dengan memperhatikan potensi hambatan belajar yang umum dialami siswa, pengembangan konten pembelajaran dapat lebih diarahkan pada pemahaman konsep dan konektivitas antar topik, bukan hanya pada penyajian prosedur atau rumus.

## 4. Bagi Peneliti Selanjutnya

Penelitian ini masih terbatas pada tahap analisis prospektif dan belum mencakup implementasi desain di lapangan. Oleh karena itu, terdapat peluang untuk melanjutkan penelitian ini ke tahap berikutnya (metapedadidaktik dan retrospektif), guna memperoleh gambaran lebih lengkap mengenai efektivitas desain didaktis yang telah disusun. Selain itu, pendekatan serupa dapat diterapkan pada topik matematika lainnya yang memiliki karakteristik konsep abstrak dan prosedural.

## C. Rekomendasi

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan serta keterbatasan yang dihadapi, berikut beberapa rekomendasi yang dapat dipertimbangkan oleh pihak-pihak terkait untuk pengembangan lebih lanjut:

1. Untuk Guru atau Pendidik

Sebagai bahan pertimbangan, hasil penelitian ini dapat dijadikan salah satu referensi dalam menyusun atau mengadaptasi pembelajaran matematika, khususnya pada materi invers matriks. Guru yang ingin mengeksplorasi pendekatan berbasis *learning obstacles* dan *learning trajectory* dapat menggunakan desain didaktis yang telah dikembangkan dalam penelitian ini sebagai dasar atau inspirasi dalam merancang kegiatan belajar yang lebih kontekstual dan responsif terhadap kebutuhan siswa.

2. Untuk Peneliti Selanjutnya

Penelitian ini hanya mencakup tahap analisis prospektif dalam *Didactical Design Research* (DDR). Oleh karena itu, disarankan agar penelitian selanjutnya dapat melanjutkan hingga tahap implementasi dan evaluasi (analisis metapedadidaktik dan retrospektif), guna mengetahui efektivitas desain didaktis secara empiris. Selain itu, penelitian serupa dapat diperluas ke topik matematika lainnya atau pada jenjang pendidikan yang berbeda.

3. Untuk Pengembang Bahan Ajar dan Kurikulum

Temuan mengenai *learning obstacles* yang dialami siswa dapat menjadi masukan untuk menyempurnakan isi dan struktur bahan ajar, baik dalam bentuk buku teks maupun lembar kegiatan siswa. Penyusunan materi yang mendorong siswa untuk menemukan sendiri konsep-konsep penting melalui aktivitas penalaran dan eksplorasi dapat membantu mengurangi potensi miskonsepsi dan kesulitan belajar.

4. Untuk Lembaga Pendidikan

Lembaga pendidikan dapat mempertimbangkan untuk mendukung pengembangan kapasitas pendidik dalam merancang pembelajaran berbasis analisis kesulitan siswa, misalnya melalui pelatihan atau komunitas belajar guru. Kegiatan semacam ini dapat mendorong lahirnya inovasi pembelajaran yang lebih adaptif dan berpusat pada pemahaman siswa.