

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Pembuktian merupakan salah satu bagian penting dalam kajian pembelajaran matematika (Almeida, 1995; Eko, Prabawanto, & Jupri, 2018; Harel, 2007). Menurut Harel (2007), matematika meliputi pemahaman konsep, aturan atau teorema, pembuktian, pengajuan masalah, dan penyelesaiannya. Pembuktian sendiri dapat diartikan sebagai cara berpikir yang formal dan logis untuk memperkuat atau menentang suatu pendapat maupun gagasan serta menunjukkan nilai kebenarannya (Dewi & Dasari, 2023). Pembuktian juga dapat didefinisikan sebagai perbuatan yang dilakukan oleh seseorang untuk menghilangkan keraguan terhadap kebenaran suatu pernyataan (Harel, 2007). Pada dasarnya, suatu pertanyaan dapat berupa dugaan, yakni suatu pernyataan yang diragukan kebenarannya, ataupun fakta. Seseorang mulai menganggap dugaan menjadi fakta ketika ia menjadi yakin akan kebenarannya.

Bukti dianggap sebagai hal yang fundamental dalam mempelajari matematika. Knuth (Noto, Priatna, & Dahlan, 2019) menyatakan bahwa dalam matematika, pembuktian memegang beberapa peran penting, di antaranya: 1) untuk mengecek kebenaran suatu klaim atau pernyataan, 2) untuk menjelaskan alasan suatu pernyataan dikatakan benar, dan 3) untuk membentuk suatu komunikasi matematis. Mengingat pentingnya peran pembuktian dalam matematika, maka penting juga mengajarkan kepada siswa mengenai pembuktian tersebut. NCTM (2000) menyebutkan bahwa ketika siswa memasuki sekolah menengah, ia harus memiliki pandangan bahwa pembuktian kebenaran merupakan bagian dari matematika. Mereka perlu mengembangkan argumen yang meyakinkan dengan bukti yang cukup dan relevan untuk meyakinkan orang lain terkait kebenaran suatu pernyataan.

Dengan memiliki kemampuan yang dibutuhkan dalam menyusun suatu bukti matematis, siswa akan mengetahui alur berpikir matematika dan ikut mengembangkan matematika sebagai sebuah disiplin ilmu (Mahfudy, 2017).

Kemampuan tersebut juga menjadi salah satu faktor penentu kematangan matematis karena memerlukan daya nalar tinggi untuk menganalisis informasi untuk mencapai suatu kesimpulan (Masfingatin, Apriandi, Murtafiah, Suprpto, & Lusiana, 2024).

Pada dasarnya, untuk mengonstruksi pemahaman matematika sebaiknya melalui proses pembelajaran yang bermakna, tidak hanya dengan menghafalnya (Fitriani, Suryadi, & Darhim, 2018). Dengan melakukan pembuktian, siswa tidak hanya menghafal rumus-rumus yang diberikan. Siswa diajak untuk lebih mengenal bagaimana rumus-rumus tersebut muncul dan diyakini kebenarannya melalui suatu proses pembuktian. Di sini lah pembelajaran matematika menjadi semakin bermakna, sehingga pemahaman matematika siswa dapat dikonstruksi dengan lebih baik.

Pembuktian juga bisa digunakan untuk membuktikan suatu pernyataan atau klaim, seperti “Jika pada  $\triangle ABC$  sisi  $AC$  dan  $BC$  masing-masing dikonstruksi segitiga sama sisi yaitu  $\triangle ABD$  dan  $\triangle BCE$  pada bagian luar  $\triangle ABC$ , maka  $AE \cong DC$ ” (Maarif, Wahyudin, Alyani, & Pradipta, 2020). Dengan membuktikan kebenarannya sendiri, siswa akan lebih percaya dengan klaim tersebut. Selain itu, siswa akan terlatih untuk tidak langsung mempercayai inderanya. Siswa akan melakukan pembuktian terlebih dahulu untuk mengecek apakah suatu klaim benar atau tidak. Pada dasarnya kemampuan perspektif manusia bisa bersifat *deceptively* atau menipu sehingga diperlukan pembuktian untuk mengecek kebenaran suatu pernyataan atau klaim.

*National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (2000) membagi matematika ke dalam lima kelompok besar: bilangan dan operasinya, aljabar, geometri, pengukuran, serta data analisis dan peluang. Geometri menjadi salah satu bagian dari matematika yang berkaitan erat dengan pembuktian. Standar geometri meliputi fokus yang kuat pada pengembangan pembuktian, menggunakan definisi dan fakta yang sudah terbukti kebenarannya (NCTM, 2000). Kemampuan menyusun bukti geometri juga menjadi syarat bagi siswa untuk mempelajari geometri di perguruan tinggi (Masfingatin dkk., 2024).

Ada banyak hal yang dapat dipelajari dalam geometri. Akan tetapi, siswa harus mempelajari geometri secara urut. Pada dasarnya struktur materi dalam

matematika disusun dengan sangat hirarkis dan saling berkaitan (Agusta, 2020). Artinya, dalam pembelajaran matematika tidak boleh ada tahapan konsep yang dilewati. Salah satu materi yang menjadi dasar dalam geometri adalah materi bangun datar (Ali, Lestari, & Rahayu, 2023), lebih tepatnya materi segitiga (Barry, 2016; Bintara & Prabawanto, 2024). Materi ini akan menjadi bekal untuk mempelajari materi geometri maupun materi matematika lainnya, seperti trigonometri dan phytagoras.

Penyusunan bukti geomteri penting untuk diajarkan ke siswa. Namun, faktanya pembelajaran matematika saat ini belum banyak membahas mengenai pembuktian. Menurut Masfingatin dkk. (2024) terdapat dua tipe masalah yang dihadapi siswa dalam pembelajaran matematika, yakni masalah dalam pencarian solusi dan masalah dalam pembuktian. Akan tetapi, pembelajaran matematika saat ini lebih menekankan pada masalah dalam pencarian solusi (Eko dkk., 2018). Sementara untuk pembuktian, masih banyak siswa yang membutuhkan bantuan dalam membuktikan teorema, terutama teorema pada geometri, termasuk pada materi segitiga (Masfingatin dkk., 2024).

Fakta ini didukung oleh penelitian yang dilakukan oleh Setiawan (2020). Dalam penelitian tersebut, siswa kelas IX SMP diminta untuk mencari justifikasi suatu pernyataan yang berkaitan dengan segitiga. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa hanya setengah (50,98%) siswa yang mampu menuliskan justifikasi yang tepat, sementara 33,33% siswa masih kurang mampu dan 15,69% siswa masih belum mampu untuk melakukan justifikasi.

Hal ini juga diperkuat dengan penelitian yang dilakukan oleh Maarif dkk. (2020). Penelitian tersebut menunjukkan bahwa hanya kurang dari 30% mahasiswa yang dapat mengontruksi bukti dengan tepat. Tipe-tipe kesalahan yang dilakukan antara lain: tidak dapat mengontruksi sketsa diagram dari masalah yang diberikan, tidak dapat memilih langkah awal yang tepat, tidak dapat menentukan atau memanfaatkan konjektur untuk mengarah pada bukti yang diharapkan, alur pembuktian yang tidak runtut, argumentasi yang tidak logis maupun tidak ada hubungannya dengan bukti yang dituju, serta tidak menguasai konsep matematis.

Selain itu, ada penelitian lainnya yang menunjukkan kemampuan berpikir geometri siswa SMP masih rendah. Melalui penelitian yang dilakukan oleh Emar, Garak, & Samo (2024) ditemukan bahwa level berpikir siswa kelas VIII SMP menurut teori Van Hiele rata-rata berada pada level 0 (visualisasi) dan level 1 (analisis). Penelitian lainnya yang dilakukan oleh Kurnia & Hidayati (2022) menunjukkan hasil yang serupa, yakni hanya 40% siswa yang mampu mencapai tahap 1 (analisis).

Berdasarkan hasil penelitian yang telah ditemukan, dapat disimpulkan bahwa kemampuan siswa SMP dalam menyusun pembuktian matematis masih rendah, khususnya pada materi geometri. Akan tetapi, penyusunan bukti yang diajarkan pada siswa SMP belum sampai ke penyusunan bukti formal. NCTM (2000) menyebutkan bahwa penyusunan bukti untuk siswa SMP hanya sebatas mengevaluasi atau menyusun justifikasi matematis atas suatu argumen. Chua (2017) juga menyebutkan bahwa penyusunan justifikasi untuk siswa SMP tidak perlu sampai ke penyusunan bukti formal. Oleh karena itu, dalam penelitian ini tidak digunakan istilah pembuktian, tetapi justifikasi matematis. Justifikasi digunakan untuk mengecek kebenaran suatu pernyataan (Hamidy & Suryaningtyas, 2016).

Ada banyak faktor yang menyebabkan kesulitan pada siswa untuk mengontruksi justifikasi matematis, salah satunya bisa disebabkan oleh hambatan belajar (*learning obstacle*). Brousseau (dalam Sierpinska, 2003) mengungkapkan bahwa hambatan belajar dapat diklasifikasikan menjadi tiga: hambatan ontogenik, hambatan didaktis, dan hambatan epistemologis. Hambatan belajar pada siswa perlu diidentifikasi agar dapat dicari akar masalahnya dan ditemukan solusinya. Akan tetapi, penelitian mengenai justifikasi matematis sejauh ini hanya sekedar mengidentifikasi kesulitan, belum sampai ke analisis tipe hambatan belajar. Oleh karena itu, perlu dilakukan penelitian untuk menganalisis proses kontruksi justifikasi matematis atas suatu pernyataan beserta berbagai tipe hambatan belajar yang menyebabkan siswa kesulitan dalam menyusun justifikasi matematis, terutama pada materi segitiga.

Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai referensi untuk penelitian lebih lanjut terkait desain didaktis mengenai justifikasi matematis pada materi segitiga sehingga hambatan belajar yang diidentifikasi dalam penelitian ini tidak terjadi lagi di masa yang akan datang. Selain itu, hal lain pada penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi untuk merancang pembelajaran terkait justifikasi matematis pada materi segitiga. Tentunya hal ini dilakukan untuk meningkatkan mutu pembelajaran matematika di kelas.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan uraian yang dijelaskan pada latar belakang, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

- 1.2.1 Bagaimana siswa menyusun justifikasi matematis atas suatu pernyataan terkait konsep segitiga?
- 1.2.2 Kesulitan apa saja yang ditemukan pada siswa ketika menyusun justifikasi matematis terkait konsep segitiga?
- 1.2.3 Berdasarkan pengalaman belajar siswa yang terkait dengan jenis kesulitan yang teridentifikasi, tipe hambatan belajar apa saja yang dialami siswa pada penyusunan justifikasi matematis terkait konsep segitiga?

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dipaparkan, penelitian ini memiliki tujuan umum untuk memperoleh tipe hambatan belajar siswa SMP pada penyusunan justifikasi matematis terkait konsep segitiga serta pengalaman siswa dalam memperoleh bukti tersebut.

Adapun tujuan khusus dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

- 1.3.1. Mendeskripsikan cara siswa menyusun justifikasi matematis atas suatu pernyataan terkait konsep segitiga.
- 1.3.2. Mengidentifikasi kesulitan yang dialami siswa ketika menyusun justifikasi matematis terkait konsep segitiga.
- 1.3.3. Mengidentifikasi tipe hambatan belajar yang dialami siswa pada penyusunan justifikasi matematis terkait konsep segitiga, berdasarkan

pengalaman belajar siswa yang terkait dengan jenis kesulitan yang teridentifikasi.

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Manfaat yang diperoleh dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut.

##### **1.4.1 Manfaat Teoritis**

Hasil penelitian ini dapat memberikan wawasan mengenai penyebab hambatan belajar siswa, khususnya terkait justifikasi matematis pada materi segitiga. Penelitian ini juga diharapkan dapat menjadi bahan acuan untuk mengembangkan, memperbaiki, serta meningkatkan mutu pembelajaran matematika di kelas.

##### **1.4.2 Manfaat Praktis**

###### **a. Bagi Pembaca**

Penelitian ini diharapkan dapat menambah pengetahuan bagi pembaca terkait penyebab hambatan belajar siswa dalam mengontruksi pembuktian matematika, khususnya terkait justifikasi matematis pada materi segitiga.

###### **b. Bagi Tenaga Pendidik**

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi dan wawasan mengenai hambatan belajar beserta dengan faktor-faktor penyebabnya. Hal lain pada penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi untuk merancang pembelajaran terkait justifikasi matematis pada materi segitiga.