

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini dibahas deskripsi masalah, pengumpulan data, asumsi penelitian, model optimisasi untuk CSP 3D, algoritma PG untuk CSP 3D, penentuan pola pemotongan optimal, validasi, penarikan kesimpulan dan contoh masalah sederhana beserta penyelesaiannya.

3.1 Deskripsi Masalah

CSP 3D merupakan masalah menentukan pola pemotongan dari suatu bahan baku yang berukuran $L \times W \times H$. Terdapat permintaan *item* berukuran $l_i \times w_i \times h_i$ sebanyak d_i dengan $i = 1, 2, \dots, m$. Pada umumnya, bahan baku yang mempunyai ukuran lebih besar atau disebut *stock sheets* harus dipotong menjadi ukuran yang lebih kecil atau disebut *item* (Bangun dkk., 2016).

Penelitian ini akan membahas penyelesaian CSP 3D pada pemotongan bahan baku berupa busa berbentuk balok menjadi potongan-potongan yang lebih kecil (*item*). Pembentukan pola dilakukan dengan menggunakan algoritma PG kemudian dicari solusi optimal menggunakan model optimisasi yang diselesaikan dengan metode simpleks, dilanjutkan dengan metode BnB apabila solusi yang diperoleh bukan *integer*. Tujuannya adalah untuk menentukan pola yang tepat pada pemotongan bahan baku berbentuk balok agar meminimumkan *trim loss* dan memenuhi sejumlah permintaan ukuran.

3.2 Pengumpulan Data

Data-data yang diperlukan untuk melakukan penelitian ini adalah:

1. Ukuran bahan baku berbentuk balok.
2. Ukuran *item* berbentuk balok.
3. Jumlah permintaan tiap *item*.

3.3 Asumsi Penelitian

Terdapat beberapa asumsi pada penelitian ini, yaitu:

1. Bahan baku yang berbentuk balok akan dipotong menjadi balok-balok berukuran lebih kecil.
2. Bahan baku hanya memiliki satu ukuran.
3. Tidak dilakukan rotasi atau perputaran pada *item*.
4. Banyak bahan baku selalu mencukupi jumlah permintaan.

3.4 Model Optimisasi untuk CSP 3D

Model optimisasi yang akan digunakan pada penelitian ini menggunakan model ILP. Model optimisasi dibentuk dengan mendefinisikan variabel, menentukan fungsi tujuan dan kendala-kendala yang harus dipenuhi.

3.4.1 Mendefinisikan Variabel

Variabel yang didefinisikan pada model optimisasi adalah sebagai berikut.

T_j : *Trim loss* pada pola- j .

x_j : Banyak bahan baku yang dipotong pada pola- j .

p_{ij} : Banyak potongan *item-i* yang dihasilkan pada pola- j .

L : Ukuran panjang bahan baku.

W : Ukuran lebar bahan baku.

H : Ukuran tinggi bahan baku.

l_i : Ukuran panjang *item-i*.

w_i : Ukuran lebar *item-i*.

h_i : Ukuran tinggi *item-i*.

l_z : Ukuran panjang *item-z*.

w_z : Ukuran tinggi *item-z*.

h_z : Ukuran tinggi *item-z*.

a_{ij} : Jumlah pemotongan berdasarkan ukuran panjang *item-i* pada pola- j .

a_{zj} : Jumlah pemotongan berdasarkan ukuran panjang *item-z* pada pola- j .

b_{zj} : Jumlah pemotongan berdasarkan ukuran lebar *item-z* pada pola- j .

c_{zj} : Jumlah pemotongan berdasarkan ukuran tinggi *item-z* pada pola- j .

T_u : *Trim loss* berdasarkan ukuran panjang.

T_v : *Trim loss* berdasarkan ukuran lebar.

T_w : *Trim loss* berdasarkan ukuran tinggi.

d_i : Banyak permintaan *item-i*.

3.4.2 Menentukan Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan dari model optimisasi yang dibentuk adalah meminimumkan sisa pemotongan yang merupakan total sisa pemotongan berdasarkan panjang, lebar dan tinggi yang diperoleh dari pembangkitan pola pemotongan.

Meminimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^n \left(\left(\left(L - \sum_{i=1}^m a_{ij} l_i \right) \times W \times H \right) + (a_{zj} l_z \times (W - b_{zj} w_z) \times H) + (a_{zj} l_z \times b_{zj} w_z \times (H - c_{zj} h_z)) \right) x_j \quad (3.1)$$

Fungsi tujuan tersebut dapat diringkas menjadi seperti berikut.

Meminimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^n T_j x_j \quad (3.2)$$

dengan $j = 1, 2, \dots, n$.

3.4.3 Menentukan Kendala

Adapun beberapa kendala yang harus dipenuhi adalah sebagai berikut.

1. Pemotongan bahan baku harus memenuhi permintaan.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} x_j \geq d_i \quad (3.3)$$

dengan $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, n$.

2. Banyak bahan baku yang dipotong merupakan bilangan bulat positif.

$$x_j \geq 0 \quad (3.4)$$

dengan $j = 1, 2, \dots, n$.

3.5 Algoritma PG untuk CSP 3D

Pola pemotongan pada CSP 3D menggunakan PG dibentuk dengan cara memotong bahan baku dengan panjang L , lebar W dan tinggi H . Kemudian bahan baku tersebut dipotong menjadi ukuran m dengan panjang l_i , lebar w_i dan tinggi h_i dengan $i = 1, 2, \dots, m$ untuk memenuhi permintaan.

Langkah-langkah algoritma PG untuk membangkitkan pola pemotongan CSP 3D (Atika dkk., 2022) sebagai berikut.

1. Ukuran panjang (l_i) semua *item* yang akan dipotong diurutkan secara menurun dari ukuran terbesar sampai terkecil. Untuk ukuran lebar (w_i) dan tinggi (h_i) disesuaikan mengikuti urutan panjang yang telah disusun.

Pola pemotongan $j = 1$ untuk setiap *item*- i dilakukan dengan mengikuti langkah 2 hingga 5 sebagai berikut.

2. Jumlah potongan berdasarkan ukuran panjang *item*- i berdasarkan pola- j (a_{ij}) dihitung menggunakan Persamaan 3.5 dan Persamaan 3.6.

$$a_{11} = \left\lfloor \frac{L}{l_1} \right\rfloor \quad (3.5)$$

$$a_{ij} = \left\lfloor \frac{L - \sum_{z=1}^{i-1} a_{zj} l_z}{l_i} \right\rfloor \quad (3.6)$$

dengan z adalah *item*- i yang masuk dalam pemotongan bahan baku.

3. Jika $a_{ij} > 0$, jumlah potongan berdasarkan ukuran lebar *item*- i berdasarkan pola- j (b_{ij}) dihitung menggunakan Persamaan 3.7.

$$b_{ij} = \left\lfloor \frac{W}{w_i} \right\rfloor \quad (3.7)$$

4. Jika $b_{ij} > 0$, jumlah potongan berdasarkan ukuran tinggi *item*- i berdasarkan pola- j (c_{ij}) dihitung menggunakan Persamaan 3.8.

$$c_{ij} = \left\lfloor \frac{H}{h_i} \right\rfloor \quad (3.8)$$

5. Jumlah potongan yang berdasarkan panjang, lebar dan tinggi dikalikan untuk memperoleh banyak potongan *item-i* berdasarkan pola-*j*.

$$p_{ij} = a_{ij}b_{ij}c_{ij} \quad (3.9)$$

6. *Trim loss* dihitung berdasarkan panjang, lebar dan tinggi bahan baku.

Untuk $i = 1, 2, \dots, m$ dan $z = 1, 2, \dots, m$.

- a. *Trim loss* berdasarkan panjang bahan baku

$$T_u = \left(L - \sum_{i=1}^m a_{ij}l_i \right) \times W \times H \quad (3.10)$$

- b. *Trim loss* berdasarkan lebar bahan baku

$$T_{v_z} = a_{zj}l_z \times (W - b_{zj}w_z) \times H \quad (3.11)$$

- c. *Trim loss* berdasarkan tinggi bahan baku

$$T_{w_z} = a_{zj}l_z \times b_{zj}w_z \times (H - c_{zj}h_z) \quad (3.12)$$

Trim loss keseluruhan pada pemotongan pola-*j* dihitung menggunakan Persamaan 3.13.

$$T_j = T_u + T_{v_z} + T_{w_z} \quad (3.13)$$

7. Mengatur indeks level $r_j = m - 1$.
8. Jika $a_{rjj} = 0$ maka lanjut ke langkah 10. Jika tidak maka kolom baru dibangkitkan dengan persamaan $j_b = j + 1$.
9. Pola baru akan dibangkitkan sesuai kondisi berikut.

- a. Jika $a_{rjj} \geq b_{rjj}$ dan $a_{rjj} \geq c_{rjj}$

Untuk $z = 1, 2, \dots, r_j - 1$

$$a_{zj} = a_{zj-1}, \quad b_{zj} = b_{zj-1}, \quad c_{zj} = c_{zj-1} \quad (3.14)$$

Untuk $z = r_j$

$$a_{zj} = a_{zj-1} - 1 \quad (3.15)$$

$$b_{zj} = \left\lfloor \frac{W}{w_z} \right\rfloor \quad (3.16)$$

$$c_{zj} = \left\lfloor \frac{H}{h_z} \right\rfloor \quad (3.17)$$

Untuk $z = r_j + 1, \dots, m$, perhitungan a_{zj} , b_{zj} dan c_{zj} dilakukan dengan menggunakan Persamaan 3.6 s.d. Persamaan 3.8.

Kembali ke langkah 5.

- b. Jika $a_{r_j j} < b_{r_j j}$ dan $b_{r_j j} \geq c_{r_j j}$

Untuk $z = 1, 2, \dots, r_j - 1$, perhitungan a_{zj} , b_{zj} dan c_{zj} dilakukan dengan menggunakan Persamaan 3.14.

Untuk $z = r$

$$a_{zj} = a_{zj-1} \quad (3.18)$$

$$b_{zj} = b_{zj-1} - 1 \quad (3.19)$$

$$c_{zj} = \left\lfloor \frac{H}{h_z} \right\rfloor \quad (3.20)$$

Untuk $z = r_j + 1, \dots, m$, perhitungan a_{zj} , b_{zj} dan c_{zj} dilakukan dengan menggunakan Persamaan 3.6 s.d Persamaan 3.8.

Kembali ke langkah 5.

- c. Jika $a_{r_j j} < c_{r_j j}$ dan $b_{r_j j} < c_{r_j j}$

Untuk $z = 1, 2, \dots, r_j - 1$, perhitungan a_{zj} , b_{zj} dan c_{zj} dilakukan dengan menggunakan Persamaan 3.14.

Untuk $z = r_j$

$$a_{zj} = a_{zj-1} \quad (3.21)$$

$$b_{zj} = b_{zj-1} \quad (3.22)$$

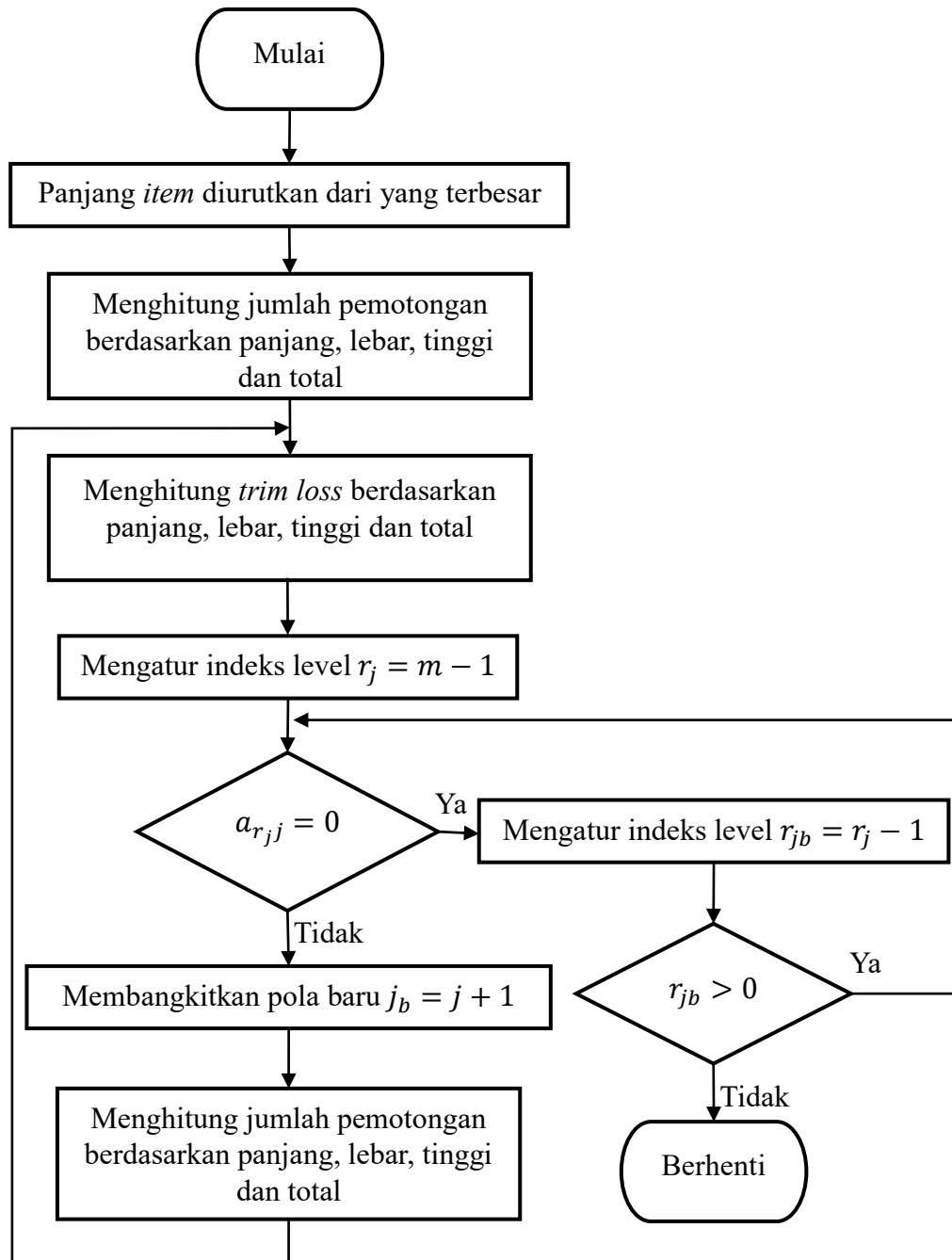
$$c_{zj} = c_{zj-1} - 1 \quad (3.23)$$

Untuk $z = r_j + 1, \dots, m$, perhitungan a_{zj} , b_{zj} dan c_{zj} dilakukan dengan menggunakan Persamaan 3.6 s.d Persamaan 3.8.

Kembali ke langkah 5.

10. Mengatur indeks level $r_{jb} = r_j - 1$. Jika $r_{jb} > 0$ maka ulangi langkah 8. Jika tidak maka berhenti.

Langkah-langkah algoritma PG untuk CSP 3D digambarkan dalam bentuk *flowchart* pada Gambar 3.1.



Gambar 3. 1 Langkah-Langkah Algoritma PG untuk CSP 3D

3.6 Penentuan Pola Pemotongan Optimal

Setelah diperoleh pola pemotongan, pola pemotongan optimal akan ditentukan dengan bantuan program LINGO 11.0 menggunakan model optimisasi yang diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks terlebih dahulu. Apabila solusi yang diperoleh dengan menggunakan metode simpleks bukan *integer* maka dilanjutkan dengan metode BnB.

3.7 Validasi

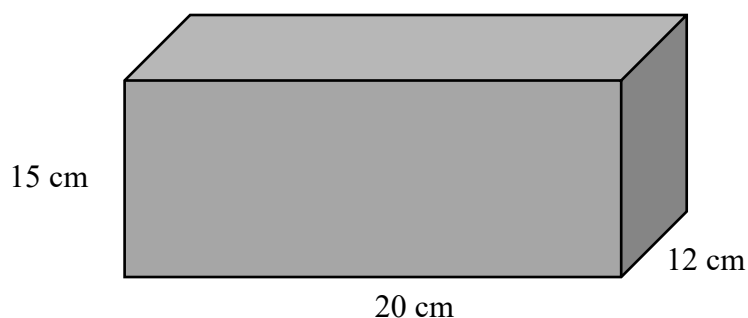
Penulis akan membandingkan hasil pembangkitan pola pemotongan pada data contoh masalah sederhana menggunakan algoritma PG secara manual dan menggunakan bantuan program pada Microsoft Excel.

3.8 Penarikan Kesimpulan

Setelah semua tahapan dilakukan, ditarik kesimpulan pola mana yang bisa digunakan.

3.9 Contoh Masalah Sederhana

Berikut contoh masalah pemotongan agar memperjelas pemahaman tentang penyelesaian CSP 3D dengan algoritma PG. Misal terdapat sejumlah bahan baku berbentuk balok berukuran panjang 20 cm, lebar 12 cm, dan tinggi 15 cm. Terdapat dua jenis permintaan *item* yang akan diproduksi yaitu ukuran $8\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ dan $10\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ masing-masing 40 dan 60 buah.



Gambar 3. 2 Ilustrasi Bahan Baku Berbentuk Balok

3.9.1 Pembangkitan Pola Pemotongan dengan Algoritma PG

Terdapat sejumlah bahan baku berbentuk balok berukuran panjang 20 cm, lebar 12 cm, dan tinggi 15 cm dengan dua jenis permintaan *item* yang akan diproduksi yaitu ukuran $8\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ dan $10\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 3\text{ cm}$ masing-masing 40 dan 60 buah.

Langkah 1 : Ukuran panjang (l_i) semua *item* yang akan dipotong diurutkan secara menurun dari ukuran terbesar sampai terkecil. Untuk ukuran lebar (w_i) dan tinggi (h_i) disesuaikan mengikuti urutan panjang yang telah disusun, yang dapat dilihat pada Tabel 3.2.

Tabel 3. 1 Ukuran dan Permintaan *Item*

i	Panjang (l_i) (cm)	Lebar (w_i) (cm)	Tinggi (h_i) (cm)	Permintaan (d_i)
1	10	4	3	60
2	8	5	6	40

Pola pemotongan $j = 1$ untuk $i = 1,2$ dilakukan dengan mengikuti langkah 2 hingga 5 sebagai berikut.

POLA PEMOTONGAN 1

Langkah 2 : Jumlah potongan berdasarkan ukuran panjang *item*- i berdasarkan pola- j (a_{ij}) dihitung menggunakan Persamaan 3.5 dan Persamaan 3.6.

$$a_{11} = \left\lfloor \frac{L}{l_1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20}{10} \right\rfloor = 2$$

$$a_{ij} = \left\lfloor \frac{L - \sum_{z=1}^{i-1} a_{zj} l_z}{l_i} \right\rfloor$$

$$a_{21} = \left\lfloor \frac{L - a_{11} l_1}{l_2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20 - (2)(10)}{8} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20 - 20}{8} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{0}{8} \right\rfloor = 0$$

Langkah 3 : Jika $a_{ij} > 0$, jumlah potongan berdasarkan ukuran lebar *item-i* berdasarkan pola-*j* (b_{ij}) dihitung menggunakan Persamaan 3.7.

$a_{11} > 0$ maka

$$b_{ij} = \left\lfloor \frac{W}{w_i} \right\rfloor$$

$$b_{11} = \left\lfloor \frac{W}{w_1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{12}{4} \right\rfloor = 3$$

Langkah 4 : Jika $b_{ij} > 0$, jumlah potongan berdasarkan ukuran tinggi *item-i* berdasarkan pola-*j* (c_{ij}) dihitung menggunakan Persamaan 3.8.

$b_{11} > 0$ maka

$$c_{ij} = \left\lfloor \frac{H}{h_i} \right\rfloor$$

$$c_{11} = \left\lfloor \frac{H}{h_1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{15}{3} \right\rfloor = 5$$

Langkah 5 : Jumlah potongan yang berdasarkan panjang, lebar dan tinggi dikalikan untuk memperoleh banyak potongan *item-i* berdasarkan pola-*j*.

$$\begin{array}{lll} a_{11} = 2 & b_{11} = 3 & c_{11} = 5 \\ a_{21} = 0 & b_{21} = 0 & c_{21} = 0 \end{array}$$

Banyak *item* yang diperoleh dari pola-1 adalah

$$\begin{array}{l} p_{11} = 30 \\ p_{21} = 0 \end{array}$$

Langkah 6 : *Trim loss* dihitung berdasarkan panjang, lebar dan tinggi bahan baku.

a) *Trim loss* berdasarkan panjang bahan baku

$$T_u = \left(L - \sum_{i=1}^m a_{ij} l_i \right) \times W \times H$$

$$= (L - (a_{11} l_1 + a_{21} l_2)) \times W \times H$$

$$\begin{aligned}
&= (20 - ((2)(10) + (0)(8))) \times 12 \times 15 \\
&= (20 - 20) \times 12 \times 15 \\
&= 0 \text{ cm}^3
\end{aligned}$$

b) *Trim loss* berdasarkan lebar bahan baku

$$\begin{aligned}
T_{v_z} &= a_{zj}l_z \times (W - b_{zj}w_z) \times H \\
T_{v_1} &= a_{11}l_1 \times (W - b_{11}w_1) \times H \\
&= (2)(10) \times (12 - (3)(4)) \times 15 \\
&= 20 \times (12 - 12) \times 15 \\
&= 20 \times 0 \times 15 \\
&= 0 \text{ cm}^3
\end{aligned}$$

c) *Trim loss* berdasarkan tinggi bahan baku

$$\begin{aligned}
T_{w_z} &= a_{zj}l_z \times b_{zj}w_z \times (H - c_{zj}h_z) \\
T_{w_1} &= a_{11}l_1 \times b_{11}w_1 \times (H - c_{11}h_1) \\
&= (2)(10) \times (3)(4) \times (15 - (5)(3)) \\
&= 20 \times 12 \times (15 - 15) \\
&= 20 \times 12 \times 0 \\
&= 0 \text{ cm}^3
\end{aligned}$$

Trim loss pada pola-1 adalah

$$\begin{aligned}
T_j &= T_u + T_{v_z} + T_{w_z} \\
T_1 &= 0 + 0 + 0 = 0 \text{ cm}^3
\end{aligned}$$

Langkah 7 : Mengatur indeks level $r_j = m - 1$.

$$r_1 = 2 - 1 = 1$$

Langkah 8 : Jika $a_{r_j j} = 0$ maka lanjut ke langkah 10. Jika tidak maka

kolom baru dibangkitkan dengan persamaan $j_b = j + 1$.

$$a_{r_1 j} = a_{11} = 2 \neq 0$$

Maka $j_b = j + 1 = 1 + 1 = 2$

POLA PEMOTONGAN 2

Langkah 9 :

$$a_{r_1j} = a_{11} = 2$$

$$b_{r_1j} = b_{11} = 3$$

$$c_{r_1j} = c_{11} = 5$$

$$a_{r_1j} = a_{11} = 2 < c_{r_1j} = c_{11} = 5$$

$$b_{r_1j} = b_{11} = 3 < c_{r_1j} = c_{11} = 5$$

Maka

Untuk $z = r_1 = 1$

$$a_{12} = a_{11} = 2$$

$$b_{12} = b_{11} = 3$$

$$c_{12} = c_{11} - 1 = 5 - 1 = 4$$

Untuk $z = r_1 + 1 = 2$

$$a_{22} = \left\lfloor \frac{L - (a_{12}l_1)}{l_2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20 - (2)(10)}{8} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{0}{8} \right\rfloor = 0$$

$$b_{22} = 0$$

$$c_{22} = 0$$

Kembali ke langkah 5

Langkah 5 : Jumlah potongan yang berdasarkan panjang, lebar dan tinggi dikalikan untuk memperoleh banyak potongan *item-i* berdasarkan pola-*j*.

$$a_{12} = 2 \quad b_{12} = 3 \quad c_{12} = 4$$

$$a_{22} = 0 \quad b_{22} = 0 \quad c_{22} = 0$$

Banyak *item* yang diperoleh dari pola-2 adalah

$$p_{12} = 24$$

$$p_{22} = 0$$

Langkah 6 : *Trim loss* dihitung berdasarkan panjang, lebar dan tinggi bahan baku.

a) *Trim loss* berdasarkan panjang bahan baku

$$\begin{aligned}
 T_u &= \left(L - \sum_{i=1}^m a_{ij} l_i \right) \times W \times H \\
 &= (L - (a_{12} l_1 + a_{22} l_2)) \times W \times H \\
 &= (20 - ((2)(10) + (0)(8))) \times 12 \times 15 \\
 &= (20 - 20) \times 12 \times 15 \\
 &= 0 \times 12 \times 15 \\
 &= 0 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

b) *Trim loss* berdasarkan lebar bahan baku

$$\begin{aligned}
 T_{v_z} &= a_{zj} l_z \times (W - b_{zj} w_z) \times H \\
 T_{v_1} &= a_{12} l_1 \times (W - b_{12} w_1) \times H \\
 &= (2)(10) \times (12 - (3)(4)) \times 15 \\
 &= 20 \times (12 - 12) \times 15 \\
 &= 20 \times 0 \times 15 \\
 &= 0 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

c) *Trim loss* berdasarkan tinggi bahan baku

$$\begin{aligned}
 T_{w_z} &= a_{zj} l_z \times b_{zj} w_z \times (H - c_{zj} h_z) \\
 T_{w_1} &= a_{12} l_1 \times b_{12} w_1 \times (H - c_{12} h_1) \\
 &= (2)(10) \times (3)(4) \times (15 - (4)(3)) \\
 &= 20 \times 12 \times (15 - 12) \\
 &= 20 \times 12 \times 3 \\
 &= 720 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

Trim loss pada pola-2 adalah

$$T_j = T_u + T_{v_z} + T_{w_z}$$

$$T_2 = 0 + 0 + 720$$

$$= 720 \text{ cm}^3$$

Langkah 7 : Mengatur indeks level $r_j = m - 1$.

$$r_2 = 2 - 1 = 1$$

Langkah 8 : Jika $a_{r_j j} = 0$ maka lanjut ke langkah 10. Jika tidak maka kolom baru dibangkitkan dengan persamaan $j_b = j + 1$.

$$a_{r_2 j} = a_{12} = 2 \neq 0$$

Maka $j_b = j + 1 = 2 + 1 = 3$

POLA PEMOTONGAN 3

Langkah 9 :

$$a_{r_2 j} = a_{12} = 2$$

$$b_{r_2 j} = b_{12} = 3$$

$$c_{r_2 j} = c_{12} = 4$$

$$a_{r_2 j} = a_{12} = 2 < c_{r_2 j} = c_{12} = 4$$

$$b_{r_2 j} = b_{12} = 3 < c_{r_2 j} = c_{12} = 4$$

Maka

Untuk $z = r_2 = 1$

$$a_{13} = a_{12} = 2$$

$$b_{13} = b_{12} = 3$$

$$c_{13} = c_{12} - 1 = 4 - 1 = 3$$

Untuk $z = r_2 + 1 = 2$

$$a_{23} = \left\lfloor \frac{L - (a_{13} l_1)}{l_2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20 - (2)(10)}{8} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{0}{8} \right\rfloor = 0$$

$$b_{23} = 0$$

$$c_{23} = 0$$

Kembali ke langkah 5

Langkah 5 : Jumlah potongan yang berdasarkan panjang, lebar dan tinggi dikalikan untuk memperoleh banyak potongan *item-i* berdasarkan pola-*j*.

$$\begin{array}{lll} a_{13} = 2 & b_{13} = 3 & c_{13} = 3 \\ a_{23} = 0 & b_{23} = 0 & c_{23} = 0 \end{array}$$

Banyak *item* yang diperoleh dari pola-3 adalah

$$\begin{array}{l} p_{13} = 18 \\ p_{23} = 0 \end{array}$$

Langkah 6 : *Trim loss* dihitung berdasarkan panjang, lebar dan tinggi bahan baku.

a) *Trim loss* berdasarkan panjang bahan baku

$$\begin{aligned} T_u &= \left(L - \sum_{i=1}^m a_{ij} l_i \right) \times W \times H \\ &= (L - (a_{13} l_1 + a_{23} l_2)) \times W \times H \\ &= (20 - ((2)(10) + (0)(8))) \times 12 \times 15 \\ &= (20 - 20) \times 12 \times 15 \\ &= 0 \times 12 \times 15 \\ &= 0 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

b) *Trim loss* berdasarkan lebar bahan baku

$$\begin{aligned} T_{v_z} &= a_{zj} l_z \times (W - b_{zj} w_z) \times H \\ T_{v_1} &= a_{13} l_1 \times (W - b_{13} w_1) \times H \\ &= (2)(10) \times (12 - (3)(4)) \times 15 \\ &= 20 \times (12 - 12) \times 15 \\ &= 20 \times 0 \times 15 \\ &= 0 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

c) *Trim loss* berdasarkan tinggi bahan baku

$$\begin{aligned}
 T_{w_z} &= a_{zj}l_z \times b_{zj}w_z \times (H - c_{zj}h_z) \\
 T_{w_1} &= a_{13}l_1 \times b_{13}w_1 \times (H - c_{13}h_1) \\
 &= (2)(10) \times (3)(4) \times (15 - (3)(3)) \\
 &= 20 \times 12 \times (15 - 9) \\
 &= 20 \times 12 \times 6 \\
 &= 1.440 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

Trim loss pada pola-3 adalah

$$\begin{aligned}
 T_j &= T_u + T_{v_z} + T_{w_z} \\
 T_3 &= 0 + 0 + 1.440 \\
 &= 1.440 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

Langkah 7 : Mengatur indeks level $r_j = m - 1$.

$$r_3 = 2 - 1 = 1$$

Langkah 8 : Jika $a_{r_jj} = 0$ maka lanjut ke langkah 10. Jika tidak maka kolom baru dibangkitkan dengan persamaan $j_b = j + 1$.

$$a_{r_3j} = a_{13} = 2 \neq 0$$

$$\text{Maka } j_b = j + 1 = 3 + 1 = 4$$

Dengan menerapkan langkah yang sama dilanjutkan sampai diperoleh $a_{r_jj} = 0$, yaitu pada pola pemotongan ke-20, yang dihitung secara manual menggunakan algoritma PG. Karena $a_{r_jj} = a_{120} = 0$ maka lanjut ke langkah 10, yaitu mengatur indeks level $r_{20b} = r_{20} - 1 = 1 - 1 = 0$. Karena $r_{20b} \neq 0$ maka langkah berhenti. Tabel 3.2 merupakan hasil pembangkitan pola pemotongan menggunakan algoritma PG.

Tabel 3. 2 Hasil Pembangkitan Pola Pemotongan

Pola Pemotongan ke-	Banyak Potongan <i>Item</i>		<i>Trim Loss</i> ($\times 10^3$) (cm^3)
	<i>Item 1 : 10 x 4 x 3</i> (cm)	<i>Item 2 : 8 x 5 x 6</i> (cm)	
1	30	0	0
2	24	0	0.72
3	18	0	1.44
4	20	0	1.2
5	16	0	1.68
6	12	0	2.16
7	8	0	2.64
8	15	4	0.84
9	12	4	1.2
10	9	4	1.56
11	10	4	1.44
12	8	4	1.68
13	6	4	1.92
14	4	4	2.16
15	5	4	2.04
16	4	4	2.16
17	3	4	2.28
18	2	4	2.4
19	1	4	2.52
20	0	8	1.68

3.9.2 Penentuan Pola Pemotongan Optimal

Setelah diperoleh pola pemotongan, akan dicari pola pemotongan optimal menggunakan model optimisasi yang telah dibentuk dengan bantuan program LINGO 11.0 menggunakan metode simpleks terlebih dahulu. Apabila solusi yang

diperoleh dengan menggunakan metode simpleks bukan *integer* maka dilanjutkan dengan metode BnB.

Meminimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^{20} T_j x_j$$

$$\begin{aligned} Z = & 0,72x_2 + 1,44x_3 + 1,2x_4 + 1,68x_5 + 2,16x_6 + 2,64x_7 + 0,84x_8 + 1,2x_9 \\ & + 1,56x_{10} + 1,44x_{11} + 1,68x_{12} + 1,92x_{13} + 2,16x_{14} + 2,04x_{15} \\ & + 2,16x_{16} + 2,28x_{17} + 2,4x_{18} + 2,52x_{19} + 1,68x_{20} \end{aligned}$$

Dengan kendala

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{20} p_{ij} x_j \geq d_i$$

$$\begin{aligned} 30x_1 + 24x_2 + 18x_3 + 20x_4 + 16x_5 + 12x_6 + 8x_7 + 15x_8 + 12x_9 + 9x_{10} \\ + 10x_{11} + 8x_{12} + 6x_{13} + 4x_{14} + 5x_{15} + 4x_{16} + 3x_{17} + 2x_{18} \\ + 1x_{19} \geq 60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x_8 + 4x_9 + 4x_{10} + 4x_{11} + 4x_{12} + 4x_{13} + 4x_{14} + 4x_{15} + 4x_{16} + 4x_{17} + 4x_{18} \\ + 4x_{19} + 8x_{20} \geq 40 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, \dots, x_{20} \geq 0$$

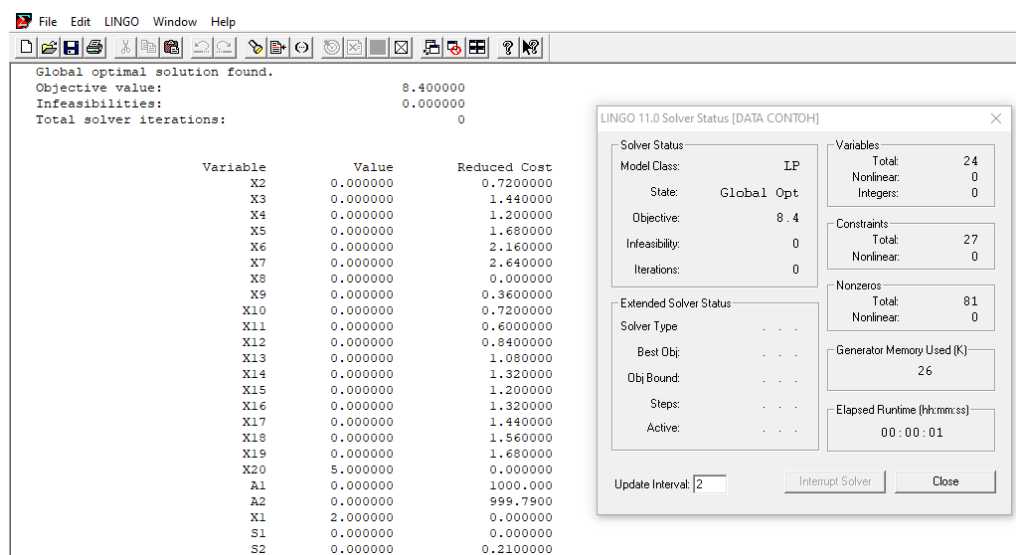
Penyelesaian dengan metode BnB diawali dengan menggunakan metode simpleks terlebih dahulu. Pada penyelesaian dengan menggunakan metode simpleks, diawali dengan menambahkan koefisien yang sangat besar (M) dikalikan dengan variabel artifisial (A) untuk menghindari variabel artifisial masuk ke dalam solusi optimal. Fungsi kendala yang awalnya merupakan pertidaksamaan diubah menjadi persamaan. Karena semua fungsi kendala merupakan pertidaksamaan lebih dari atau sama dengan ($\geq$) maka akan dikurangkan dengan variabel surplus (S) dan ditambahkan variabel artifisial (A). Sehingga fungsi tujuan dan kendalanya menjadi seperti berikut.

Meminimumkan

$$\begin{aligned}
 Z = & 0,72x_2 + 1,44x_3 + 1,2x_4 + 1,68x_5 + 2,16x_6 + 2,64x_7 + 0,84x_8 + 1,2x_9 \\
 & + 1,56x_{10} + 1,44x_{11} + 1,68x_{12} + 1,92x_{13} + 2,16x_{14} + 2,04x_{15} \\
 & + 2,16x_{16} + 2,28x_{17} + 2,4x_{18} + 2,52x_{19} + 1,68x_{20} + MA_1 \\
 & + MA_2
 \end{aligned}$$

Dengan kendala

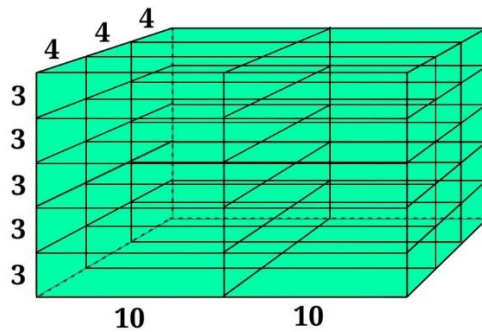
$$\begin{aligned}
 & 30x_1 + 24x_2 + 18x_3 + 20x_4 + 16x_5 + 12x_6 + 8x_7 + 15x_8 + 12x_9 + 9x_{10} \\
 & + 10x_{11} + 8x_{12} + 6x_{13} + 4x_{14} + 5x_{15} + 4x_{16} + 3x_{17} + 2x_{18} \\
 & + 1x_{19} - S_1 + A_1 = 60 \\
 & 4x_8 + 4x_9 + 4x_{10} + 4x_{11} + 4x_{12} + 4x_{13} + 4x_{14} + 4x_{15} + 4x_{16} + 4x_{17} + 4x_{18} \\
 & + 4x_{19} + 8x_{20} - S_2 + A_2 = 40 \\
 & x_1, x_2, \dots, x_{20} \geq 0
 \end{aligned}$$



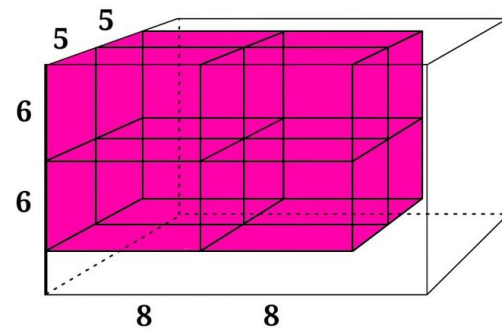
Gambar 3.3 Output LINGO Contoh Masalah Sederhana dengan Metode Simpleks

Pada kasus ini, berdasarkan Gambar 3.3 maka solusi *integer* sudah diperoleh dengan metode simpleks, sehingga tidak perlu dilanjutkan penyelesaian dengan metode BnB. Melalui bantuan program LINGO 11.0 diperoleh solusi optimal yaitu $Z = 8,4$ dengan $x_1 = 2$ dan $x_{20} = 5$, sehingga untuk memenuhi permintaan *item*

membutuhkan 7 buah stok balok dan dapat dilakukan pola pemotongan ke-1 (Gambar 3.4) sebanyak 2 kali dan pola pemotongan ke-20 (Gambar 3.5) sebanyak 5 kali dengan *trim loss* sebesar $8,4 \times 10^3 \text{ cm}^3$.



Gambar 3. 4 Pola Pemotongan ke-1



Gambar 3. 5 Pola Pemotongan ke-20