

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Deskripsi Masalah

Penelitian ini meneliti masalah pembentukan portofolio saham, yaitu masalah pemilihan saham yang tepat untuk dimasukkan ke dalam portofolio. Diberikan sejumlah modal untuk diinvestasikan ke beberapa saham. Akan ditentukan saham mana yang dipilih untuk diinvestasikan beserta besarnya modal yang akan dialokasikan pada saham terpilih agar optimal. Saham yang optimal adalah saham dengan imbal hasil yang maksimum dan risiko yang paling minimum. Optimisasi pembentukan portofolio saham dalam penelitian ini akan melibatkan kendala kardinalitas dan *roundlot*. Kendala kardinalitas adalah batasan terhadap jumlah saham yang dapat dimasukan ke dalam portofolio. Berdasarkan peraturan Bursa Efek Indonesia, pembelian saham harus dalam satuan lot di mana satu lot saham terdiri dari 100 lembar. Oleh karena itu, pembatasan ini merupakan aspek penting yang sering dipertimbangkan investor untuk mengurangi risiko investasi. Masalah pemilihan saham tersebut akan diselesaikan dengan algoritma menggunakan *Artificial Bee Colony* (ABC).

3.2 Tahapan Penelitian

Penelitian ini dilakukan melalui tahapan-tahapan berikut:

1. Studi Pustaka.

Penelitian ini melakukan studi pustaka yang menyeluruh untuk memahami dan mengkaji teori-teori yang relevan dengan topik penelitian, termasuk model optimisasi portofolio dengan kendala kardinalitas dan *roundlot*, serta Algoritma *Artificial Bee Colony* (ABC) yang dipublikasikan dalam artikel ilmiah dan jurnal ilmiah.

2. Pengumpulan Data.

Tahap awal penelitian ini meliputi pengumpulan data yang diperoleh dari indeks saham IDX30. Data harian saham selama tiga bulan kemudian diolah untuk

memperoleh data imbal hasil aktual saham, rata-rata imbal hasil saham, serta matriks kovarians dari tiap saham.

3. Pembangunan Model Optimisasi.

Pemodelan permasalahan dalam optimisasi portofolio akan dilakukan dengan mendefinisikan variabel keputusan yang relevan, merumuskan fungsi tujuan yang optimal, dan menetapkan kendala-kendala yang diperlukan, termasuk batasan kardinalitas dan *roundlot*.

4. Penyelesaian Model Optimisasi.

Algoritma *Artificial Bee Colony* (ABC) akan digunakan untuk menyelesaikan model ini.

5. Validasi.

Kualitas dan keefektifan metode optimisasi divalidasi dengan menggunakan fungsi *benchmark* untuk mengukur performanya dalam menyelesaikan masalah optimisasi.

6. Implementasi.

Algoritma *Artificial Bee Colony* (ABC) akan diterapkan untuk menyelesaikan masalah optimisasi dengan menggunakan data yang telah dikumpulkan dan dirumuskan dalam model optimisasi.

7. Analisis Sensitivitas.

Analisis sensitivitas digunakan untuk melihat seberapa besar pengaruh perubahan satu faktor terhadap hasil akhir dari sebuah model.

8. Penarikan Kesimpulan.

Penelitian diakhiri dengan penarikan kesimpulan yang merupakan jawaban atas permasalahan yang diteliti.

3.3 Model Optimisasi

Pada pasar keuangan yang terdiri atas n aset berisiko, seorang investor mengalokasikan kekayaannya ke dalam aset-aset tersebut dengan total modal sebesar M . Untuk aset berisiko ke- i dengan $i = 1, 2, \dots, n$, digunakan notasi berikut:

1. Parameter.

- p_i : Harga saham i
 ε_i : Batasan minimum bobot saham i
 δ_i : Batasan maksimum bobot saham i
 K : Jumlah saham yang dapat dimasukkan ke dalam portofolio
 L_i : Ukuran lot dari saham i
 M : Total modal investasi.

2. Variabel Keputusan.

- w_i : Bobot investasi dalam saham i
 z_i : Variabel biner yang menyatakan apakah saham i dipilih dalam portofolio atau tidak.

Misalkan terdapat modal sebesar M yang akan dialokasikan ke dalam n jenis investasi dengan besarnya investasi dilambangkan sebagai $\widehat{w}_i$, maka total investasi harus memenuhi persamaan berikut (Nurafifah & Sidarto, 2018):

$$\widehat{w}_1 + \widehat{w}_2 + \dots + \widehat{w}_n = M \quad (3.1)$$

Untuk mencapai tingkat imbal hasil yang diharapkan, bobot investasi dari masing-masing saham harus memenuhi:

$$w_1 + w_2 + \dots + w_n = \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (3.2)$$

sehingga imbal hasil yang diharapkan dari portofolio dapat dinyatakan sebagai (Mukti, 2023):

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n E(R_i)w_i \quad (3.3)$$

dengan $E(R_i)$ adalah rata-rata imbal hasil (imbal hasil harapan individu) yang dirumuskan pada Persamaan (2.2).

Tingkat risiko portofolio ditentukan oleh varians dan kovarians, yang dihitung berdasarkan imbal hasil masa lalu R_{it} (imbal hasil saham i pada waktu t). Varians dari suatu saham i dirumuskan pada persamaan berikut:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_i - E(R_i))^2. \quad (3.4)$$

Sementara itu, kovarians antara saham i dan saham j dihitung sebagai berikut:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{it} - E(R_i))(R_{jt} - E(R_j)). \quad (3.5)$$

Kovarians dalam portofolio mengukur sejauh mana imbal hasil dua aset bergerak bersama. Nilainya dapat positif, negatif, atau nol. Jika kovarians antara dua aset positif, maka imbal hasil kedua aset cenderung bergerak searah, yaitu ketika satu aset mengalami kenaikan, aset lainnya juga cenderung naik, dan begitu pun sebaliknya. Jika kovarians antara dua aset negatif, maka imbal hasil kedua aset cenderung berlawanan arah, yaitu ketika satu aset naik, aset lainnya cenderung menurun. Jika kovarians antara dua aset nol, maka imbal hasil kedua aset tidak memiliki hubungan yang signifikan (Mukti, 2023). Dalam konteks portofolio, kovarians yang diharapkan umumnya adalah kovarians negatif atau serendah mungkin, karena hal ini membantu menciptakan diversifikasi yang efektif.

Mengacu pada Persamaan (3.4) dan Persamaan (3.5), dengan bobot investasi saham dinyatakan sebagai $w_1, w_2, \dots, w_n$, maka risiko portofolio dinyatakan dengan (Zhu, H., et. al., 2011):

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^N w_i w_j \sigma_{ij} . \quad (3.6)$$

Persamaan (3.3) dapat ditulis dalam notasi matriks sebagai (Mukti, 2023):

$$E(R_p) = (w_1, \dots, w_n) \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix} = \mathbf{w} E(R_i)^T \quad (3.7)$$

dengan $E(R_i)$ merupakan notasi dari imbal hasil harapan individu dan $\mathbf{w}$ merupakan vektor dari bobot investasi. Persamaan (3.6) atau risiko portofolio dalam notasi matriks ditulis sebagai:

$$\mathbf{w}^T Q \mathbf{w} \quad (3.8)$$

di mana Q :

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

dengan:

$$\sigma_{ii} = \sigma_i^2. \quad (3.10)$$

Syarat pada Persamaan (3.2) dapat direpresentasikan dalam bentuk vektor sebagai:

$$\mathbf{w} \mathbf{e}^T = 1 \text{ dengan } \mathbf{e} = [1 \ 1 \ \dots \ 1] \text{ dan } \mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n] \quad (3.11)$$

Tujuan utama dalam penyusunan portofolio adalah meminimumkan risiko dan memaksimumkan imbal hasil. Untuk mencapai tujuan ini, investor perlu mencari nilai optimal dari $w_1, w_2, \dots, w_n$ yang meminimumkan risiko berdasarkan Persamaan (3.8) serta memaksimumkan imbal hasil berdasarkan Persamaan (3.7) dan tetap memenuhi kendala dalam Persamaan (3.11). Dengan demikian, masalah optimisasi portofolio dapat dirumuskan sebagai berikut.

Minimumkan Risiko:

$$\mathbf{w}^T \mathbf{Q} \mathbf{w} \quad (3.12)$$

Maksimumkan Imbal Hasil:

$$E(R_p) = \mathbf{w} E(R_i)^T \quad (3.13)$$

terhadap:

$$\mathbf{w} \mathbf{e}^T = 1, 0 \leq w_i \leq 1 \quad (3.14)$$

Pada model ini, terdapat dua fungsi objektif yang saling bertentangan, satu bertujuan untuk meminimumkan risiko, sementara yang lain berusaha memaksimumkan imbal hasil. Karena metode optimisasi klasik umumnya lebih efektif dalam menangani satu fungsi objektif pada satu waktu, maka digunakan teknik skalarisasi untuk mengubah fungsi multiobjektif menjadi satu fungsi objektif tunggal. Teknik skalarisasi dilakukan dengan menggabungkan kedua fungsi objektif menggunakan parameter λ , yang bertindak sebagai faktor pembobot antara risiko dan imbal hasil (Camila, 2024). Parameter ini memungkinkan perbedaan skala antara kedua fungsi tersebut untuk diseimbangkan sehingga dapat dianalisis dalam satu persamaan optimisasi, seperti dijelaskan oleh Mansiki dkk. (2015, dalam Camila, 2024). Solusi optimal dari masalah ini dapat diperoleh dengan memberikan bobot tertentu terhadap risiko dan imbal hasil, sehingga menghasilkan formulasi baru sebagai berikut (Camila, 2024).

Minimumkan:

$$\lambda(\mathbf{w}^T \mathbf{Q} \mathbf{w}) - (1 - \lambda) \mathbf{w} E(R_i)^T \quad (3.15)$$

terhadap:

$$\mathbf{w} \mathbf{e}^T = 1, 0 \leq w_i \leq 1 \quad (3.16)$$

di mana, λ berperan sebagai parameter keseimbangan antara risiko dan imbal hasil. Jika $\lambda = 0$, maka model hanya mempertimbangkan imbal hasil, sehingga portofolio yang dihasilkan memiliki imbal hasil maksimum tetapi tanpa memperhitungkan risiko. Jika $\lambda = 1$, maka model hanya berfokus pada minimasi risiko, tanpa memperhatikan imbal hasil. Jika $0 < \lambda < 1$, maka model ini menggabungkan kedua faktor tersebut dengan bobot tertentu sesuai dengan preferensi investor. Selain itu, variabel w_i menentukan bobot modal yang dialokasikan ke masing-masing aset dalam rentang $[0,01, 1]$ (Auzini, 2023). Melalui pendekatan ini, masalah optimisasi yang awalnya bersifat multiobjektif dapat diselesaikan menggunakan teknik skalarisasi, sehingga menjadi lebih sederhana.

Pada kondisi nyata, masalah optimisasi portofolio sering kali mempertimbangkan kendala kardinalitas. Kendala ini membatasi jumlah saham yang dapat dipilih dari n saham yang tersedia untuk dimasukkan ke dalam portofolio (Mukti, 2023). Misalkan K adalah jumlah aset yang diinginkan dalam portofolio, ε_i adalah bobot minimum yang dialokasikan untuk aset i , jika aset tersebut masuk dalam portofolio dan δ_i adalah bobot maksimum yang dialokasikan untuk aset i , jika aset tersebut masuk dalam portofolio. Kendala ini memenuhi syarat $0 \leq \varepsilon_i \leq \delta_i \leq 1$. Selanjutnya, didefinisikan variabel biner z_i , di mana

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{jika aset } i \text{ masuk ke dalam portofolio} \\ 0, & \text{lainnya.} \end{cases}$$

Dengan demikian, model optimisasi portofolio dengan kendala kardinalitas ditentukan dengan menambahkan kendala tambahan pada model optimisasi portofolio sebagai berikut.

$$we^T = 1 \quad (3.17)$$

$$\sum_{i=1}^n z_i = K \quad (3.18)$$

$$\varepsilon_i z_i \leq w_i \leq \delta_i z_i \quad (3.19)$$

$$z_i \in \{0,1\}. \quad (3.20)$$

Persamaan (3.17) memastikan bahwa total bobot investasi tetap 1. Persamaan (3.18) memastikan bahwa hanya K aset yang dipilih dalam portofolio. Persamaan

(3.19) memastikan bahwa jika aset i masuk dalam portofolio ($z_i = 1$), maka bobot investasi harus berada dalam batas minimum ε_i dan maksimum δ_i .

Selain mempertimbangkan kardinalitas, dalam praktik investasi, pembelian saham juga harus mengikuti aturan lot, di mana satu lot saham terdiri dari 100 lembar. Oleh karena itu, jumlah saham yang dibeli harus merupakan kelipatan dari satu lot. Misalkan t_i adalah bilangan bulat yang menunjukkan banyaknya lot, dengan nilai t_i tidak boleh melebihi batas maksimum yang ditentukan berdasarkan modal M yang tersedia, yaitu $t_i \leq \left\lfloor \frac{M}{L_i p_i} \right\rfloor$ di mana p_i menyatakan harga saham i dan L_i menyatakan ukuran lot dari saham i . Jika investor ingin meminimumkan risiko dan memaksimalkan imbal hasil portofolio dengan kendala *roundlot*, maka model optimisasi harus mencakup kendala berikut (Badriyah, 2014 sebagaimana dikutip dalam Nurafifah & Sidarto, 2018).

$$w_i = L_i t_i \frac{p_i}{M} \quad (3.21)$$

$$0 < t_i \leq \left\lfloor \frac{M}{L_i p_i} \right\rfloor. \quad (3.22)$$

Dengan demikian, diperoleh nilai $w_1, w_2, \dots, w_n$ yang menunjukkan bobot tiap saham serta nilai $t_1, t_2, \dots, t_n$ yang merepresentasikan banyaknya lot saham i .

Model optimisasi portofolio dengan kendala kardinalitas dan *roundlot* dapat dirumuskan dengan memasukkan kendala ini ke dalam model optimisasi portofolio sebelumnya sebagai berikut.

Minimumkan:

$$\lambda(\mathbf{w}^T \mathbf{Q} \mathbf{w}) - (1 - \lambda) \mathbf{w}^T \mathbf{E}(\mathbf{R}_i) \quad (3.23)$$

terhadap:

$$\mathbf{w}^T \mathbf{e} = 1 \quad (3.24)$$

$$\sum_{i=1}^n z_i = K \quad (3.25)$$

$$\varepsilon_i z_i \leq w_i \leq \delta_i z_i \quad (3.26)$$

$$w_i = L_i t_i \frac{p_i}{M} \quad (3.27)$$

$$0 < t_i \leq \left\lfloor \frac{M}{L_i p_i} \right\rfloor \quad (3.28)$$

$$z_i \in \{0, 1\}. \quad (3.29)$$

3.4 Tahap Penyelesaian Model Menggunakan *Artificial Bee Colony*

Pada penelitian ini, digunakan pendekatan *Artificial Bee Colony* (ABC) untuk mengoptimalkan model pembentukan portofolio saham. Berikut adalah tahapan penyelesaian model menggunakan ABC.

1. Perhitungan imbal hasil, imbal hasil yang diharapkan dan matriks kovarians.

Perhitungan imbal hasil saham dilakukan dengan menggunakan perubahan harga saham terhadap hari sebelumnya yang dirumuskan dalam Persamaan (2.1). Kemudian, imbal hasil yang diharapkan dihitung dengan mengambil rata-rata dari imbal hasil harian yang diperoleh dan matriks kovarians untuk tiap saham ditentukan menggunakan rumus pada Persamaan (3.5) untuk mengukur risiko dari tiap saham dalam portofolio. Setelah ketiganya ditentukan, tahapan algoritma ABC dimulai.

2. Inisialisasi.

Langkah awal dari algoritma ini adalah menentukan beberapa parameter utama, seperti maksimum iterasi, ukuran populasi lebah yang mewakili jumlah portofolio, batas saham yang dipilih, limit, batas atas dan batas bawah bobot saham, ukuran lot saham, dan modal investasi. Inisialisasi portofolio dengan nilai acak untuk mendapatkan bobot saham dalam portofolio menggunakan Persamaan (2.10).

Setelah itu, dilakukan penyesuaian agar hanya K saham yang dapat dipilih dalam portofolio. Pada prosesnya, vektor keputusan z digunakan untuk menentukan apakah suatu saham dapat dipilih atau tidak. Vektor ini diinisialisasi secara acak dengan nilai 0 atau 1. Namun, tanpa kendala tambahan, algoritma bisa memilih lebih banyak aset dari batasan yang diperbolehkan. Oleh karena itu, dalam fungsi objektif, ditambahkan penalti kardinalitas dengan rumus berikut:

$$\text{penalti kardinalitas} = |\sum_{i=1}^n z_i - K|. \quad (3.30)$$

Penalti ini memastikan bahwa jumlah total saham yang dipilih tidak melebihi batas yang diperbolehkan. Jika terlalu banyak atau terlalu sedikit saham yang

dipilih ($z_i > K$ atau $z_i < K$), nilai penalti meningkat, sehingga solusi tersebut menjadi kurang optimal dan lebih kecil kemungkinan dipilih.

Selain kardinalitas, dilakukan penyesuaian juga agar pembelian saham dalam kelipatan lot. Oleh karena itu, bobot investasi yang dihitung algoritma harus dikonversi menjadi jumlah lot yang valid menggunakan persamaan berikut.

$$t_i = \frac{w_i \cdot z_i \cdot M}{p_i \cdot L_i} \quad (3.31)$$

di mana

- t_i : Jumlah lot yang akan dibeli untuk saham i
- w_i : Bobot investasi untuk saham i
- z_i : Kendala kardinalitas yang menentukan apakah saham i dipilih
- M : Total modal investasi yang tersedia
- p_i : Harga saham ke- i pada periode terakhir
- L_i : Ukuran lot (dalam hal ini, 100 lembar).

Setelah t_i diperoleh, jumlah lot t_i harus dibulatkan ke bawah karena saham hanya dapat dibeli dalam kelipatan lot yang integer. Pembulatan ini memungkinkan bobot investasi w_i mengalami perubahan. Oleh karena itu, bobot akhir yang sebenarnya digunakan dalam investasi dihitung kembali menggunakan Persamaan (3.21). Selisih antara bobot investasi awal dan bobot setelah pembulatan dapat menyebabkan penyimpangan dari bobot investasi yang diharapkan. Untuk mengatasi hal ini, dalam fungsi objektif ditambahkan penalti *roundlot*, yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{penalti roundlot} = \sum_{i=1}^n \left| w_i \cdot z_i - L_i t_i \frac{p_i}{M} \right| \quad (3.32)$$

Jika bobot awal berbeda signifikan dari bobot setelah penyesuaian *roundlot*, nilai penalti meningkat, sehingga solusi tersebut menjadi kurang optimal dan lebih kecil kemungkinan dipilih. Hal ini memastikan bahwa solusi optimal tetap memenuhi aturan perdagangan saham.

Penyesuaian kendala kardinalitas dan *roundlot* memungkinkan total bobot akhir lebih besar atau lebih kecil dari 1. Untuk mengatasi hal ini, digunakan penalti bobot yang dirumuskan pada persamaan berikut:

$$\text{penalti bobot} = \left| \sum_{i=1}^n L_i t_i \frac{p_i}{M} - 1 \right|. \quad (3.33)$$

Penalti ini bertujuan untuk meminimalkan selisih antara total bobot aktual dengan total bobot ideal. Jika total bobot akhir lebih besar atau lebih kecil dari 1, penalti akan meningkat sehingga solusi tersebut menjadi kurang optimal dalam iterasi algoritma. Dengan demikian, fungsi objektif atau *fitness* yang akan digunakan dalam optimisasi portofolio saham dengan kendala kardinalitas dan *roundlot* adalah sebagai berikut:

$$\lambda(\mathbf{w}^T \mathbf{Q} \mathbf{w}) - (1 - \lambda) \mathbf{w}^T \mathbf{E}(\mathbf{R}_i) + \text{penalti} \quad (3.34)$$

3. Fase Lebah Pekerja (*Employed Bee*).

Pada tahap ini, dilakukan eksploitasi solusi awal. Pada prosesnya, nilai v_i akan dicari sebagai kandidat solusi untuk menggantikan nilai w_i . Perhitungan nilai v_i dilakukan dengan menggunakan Persamaan (2.11). Selain v_i , dilakukan juga eksplorasi vektor biner z menggunakan Persamaan (2.11), tetapi hasilnya dibulatkan agar tetap dalam rentang 0 atau 1. Solusi baru yang dihasilkan kemudian dievaluasi menggunakan fungsi objektif yang mempertimbangkan risiko, imbal hasil yang diharapkan, dan penalti. Jika solusi baru lebih baik (memiliki nilai *fitness* lebih rendah), maka solusi lama digantikan dengan solusi baru.

4. Fase Lebah Pengamat (*Onlooker Bee*).

Pada fase ini, mekanisme seleksi probabilistik digunakan untuk memilih solusi terbaik dari populasi. Pada fase ini dihitung probabilitas dari tiap portofolio sesuai Persamaan (2.13). Setelah itu, digunakan teknik *roulette wheel selection* untuk memilih portofolio berdasarkan probabilitas. Setelah solusi dipilih, dilakukan eksploitasi solusi baru dengan pendekatan yang sama seperti pada fase lebah pekerja. Jika *fitness* solusi baru lebih baik dari solusi sebelumnya, maka solusi lama diperbarui; jika tidak, stagnasi meningkat.

5. Fase Lebah Penjelajah (*Scout Bee*).

Fase lebah penjelajah hanya dilakukan ketika ada suatu solusi yang tidak mengalami perbaikan dalam sejumlah iterasi tertentu. Solusi yang stagnan ini akan diinisialisasi ulang dan stagnasi di-*reset* menjadi 0. Siklus berulang sampai jumlah iterasi maksimum tercapai atau konvergensi tercapai.

3.5 Contoh Kasus dan Penyelesaiannya

Sebagai ilustrasi penerapan optimisasi portofolio saham, digunakan sebuah contoh kasus dengan mempertimbangkan kendala kardinalitas dan *roundlot*. Proses optimisasi dilakukan menggunakan algoritma ABC pada empat saham, dengan data yang disajikan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Data Empat Sampel Saham

INCO	BBCA	MDKA	AMRT
3870	9550	2700	2650
4050	9875	2260	2750
4070	10075	2280	2910
4250	9800	2630	2930
4970	9250	2700	2650

Selanjutnya adalah menghitung nilai imbal hasil atau keuntungan dari tiap saham. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 3.2. Langkah selanjutnya menghitung imbal hasil rata-rata dan matriks kovarians untuk tiap saham. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 3.3 dan Tabel 3.4.

Tabel 3.2 Imbal Hasil Empat Sampel Saham

Imbal Hasil			
INCO	BBCA	MDKA	AMRT
0,046512	0,03403	-0,16296	0,037736
0,004938	0,02025	0,00885	0,05818
0,044226	-0,0273	0,153509	0,00687
0,169412	-0,05612	0,026616	-0,09556

Tabel 3.3 Imbal Hasil Rata-Rata Empat Sampel Saham

Imbal Hasil Rata-Rata	
INCO	0,066272
BBCA	-0,00725
MDKA	0,006503
AMRT	0,001807

Tabel 3.4 Matriks Kovarians Empat Sampel Saham

Matriks Kovarians				
	INCO	BBCA	MDKA	AMRT
INCO	0,005092	-0,002367	0,000679	-0,00477
BBCA	-0,002367	0,0017503	-0,00362	0,002564
MDKA	0,000679	-0,00362	0,016913	-0,00239
AMRT	-0,00477	0,002564	-0,00239	0,004659

Tahapan berikutnya adalah menjalankan proses algoritma ABC, yang dilakukan melalui langkah-langkah berikut.

1. Inisialisasi.

Langkah awal dalam proses ini melibatkan penetapan sejumlah parameter yang dibutuhkan untuk mengoperasikan algoritma, yang rinciannya disajikan sebagai berikut:

$IN = 1$	(Iterasi maksimum)
$SN = 4$	(Jumlah portofolio/populasi lebah/jumlah solusi)
$K = 2$	(Jumlah saham yang dipilih)
$\varepsilon_i = 0,01$	(Batas bawah bobot)
$\delta_i = 0,99$	(Batas atas bobot)
$L_i = 100$	(Ukuran lot saham)
$M = Rp150.000.000$	(Total modal investasi).

Langkah selanjutnya adalah melakukan inisialisasi terhadap empat portofolio, di mana masing-masing portofolio terdiri dari empat saham. Mengacu pada Persamaan (2.10), proses inisialisasi saham dilakukan sebagai berikut (ilustrasi untuk Portofolio 1).

$$\text{saham 1: } 0,01 + \text{rand}(0,1)(0,99 - 0,01) = 0,37704932$$

$$\text{saham 2: } 0,01 + \text{rand}(0,1)(0,99 - 0,01) = 0,94170002$$

$$\text{saham 3: } 0,01 + \text{rand}(0,1)(0,99 - 0,01) = 0,72735406$$

$$\text{saham 4: } 0,01 + \text{rand}(0,1)(0,99 - 0,01) = 0,59668531.$$

Dengan langkah yang sama, ditentukan alokasi untuk Portofolio 2 sampai Portofolio 4, dan diperoleh hasil inisialisasi pada iterasi pertama pada Tabel 3.5.

Tabel 3.5 Hasil Inisialisasi Awal Populasi Saham

Solusi	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
1	0,37704932	0,94170002	0,72735406	0,59668531
2	0,16289827	0,16287463	0,06692194	0,85885262
3	0,59909271	0,70391113	0,0301728	0,96051166
4	0,82579379	0,21809233	0,18818847	0,18973642

Selanjutnya, dilakukan inisialisasi untuk vektor integer z berdasarkan Persamaan (2.10) dalam rentang $[0,1]$, lalu hasilnya dibulatkan dengan *round* agar tetap integer. Hal ini dilakukan untuk memenuhi kendala kardinalitas di mana hanya K saham yang dipilih secara acak yang masuk ke dalam portofolio. Diperoleh hasil pada Tabel 3.6 dan Tabel 3.7.

Tabel 3.6 Hasil Inisialisasi Awal Populasi Variabel Integer

Solusi	z_1	z_2	z_3	z_4
1	0	1	0	0
2	1	0	0	0
3	0	1	0	1
4	1	0	1	0

Tabel 3.7 Bobot Awal Populasi Saham

Solusi	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
1	0	0,94170002	0	0
2	0,16289827	0	0	0
3	0	0,70391113	0	0,96051166
4	0,82579379	0	0,18818847	0

Selanjutnya, dilakukan penyesuaian bobot saham sehingga memenuhi kendala *roundlot* di mana tiap saham harus dalam kelipatan 100, dilakukan konversi bobot ke dalam lot menggunakan Persamaan (3.31), lalu hasilnya dibulatkan karena saham hanya dapat dibeli dalam kelipatan lot (ilustrasi untuk Portofolio 1):

$$\text{Saham 1: } \frac{0 \times 150000000}{4970 \times 100} = 0$$

$$\text{Saham 2: } \frac{0,94170002 \times 150000000}{9250 \times 100} = 153$$

$$\text{Saham 3: } \frac{0 \times 150000000}{2700 \times 100} = 0$$

$$\text{Saham 4: } \frac{0 \times 150000000}{2650 \times 100} = 0$$

Ulangi langkah-langkah tersebut untuk portofolio lain sehingga didapat hasil pada Tabel 3.8.

Tabel 3.8 Portofolio dengan Bobot yang Dikonversi ke dalam Lot Saham

Solusi	t_1	t_2	t_3	t_4
1	0	153	0	0
2	49	0	0	0
3	0	114	0	544
4	249	0	105	0

Setelah itu, hitung bobot akhir yang sudah memenuhi kendala *roundlot* menggunakan Persamaan (3.21). Berikut adalah ilustrasi untuk portofolio 1.

$$\begin{aligned}\text{Saham 1: } & \frac{100 \times 0 \times 4970}{150000000} = 0 \\ \text{Saham 2: } & \frac{100 \times 153 \times 9250}{150000000} = 0,9435 \\ \text{Saham 3: } & \frac{100 \times 0 \times 2700}{150000000} = 0 \\ \text{Saham 1: } & \frac{100 \times 0 \times 2650}{150000000} = 0\end{aligned}$$

Ulangi langkah tersebut untuk portofolio lain sehingga didapat hasil pada Tabel 3.9.

Tabel 3.9 Bobot Akhir Populasi Saham

Solusi	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
1	0	0,9435	0	0
2	0,162353333	0	0	0
3	0	0,703	0	0,961066667
4	0,82502	0	0,189	0

Setelah diperoleh bobot akhir, nilai fungsi objektif untuk setiap portofolio dihitung berdasarkan data imbal hasil yang diharapkan, kovarians saham, penalti kardinalitas, penalti bobot, penalti *roundlot*, dan bobot yang sesuai dengan Tabel 3.9. Perhitungan *fitness* dilakukan menggunakan rumus yang ada dalam Persamaan (3.34). Berikut adalah ilustrasi untuk Portofolio 1.

Imbal hasil yang diharapkan: $E(R_p) = \mathbf{w}E(R_i)^T = -0,00684$

Risiko: $\mathbf{w}^T \mathbf{Q} \mathbf{w} = 0,00156$

Penalti bobot:

$$\left| \sum_{i=1}^n L_i t_i \frac{p_i}{M} - 1 \right| = 0,0565$$

Penalti kardinalitas:

$$\left| \sum_{i=1}^n (z_i - 2) \right| = 1$$

Penalti *roundlot*:

$$\sum_{i=1}^n \left| w_i \cdot z_i - L_i t_i \frac{p_i}{M} \right| = 0,00179998$$

Fitness: 1,0625

Dengan langkah yang sama, diperoleh nilai *fitness* untuk masing-masing portofolio pada Tabel 3.10.

Tabel 3.10 Nilai Fungsi Objektif atau *Fitness*

Solusi	<i>Fitness</i>
1	1,0625
2	1,8329
3	0,6715
4	-0,0102

2. Tahap Lebah Pekerja.

Pada tahap ini, eksploitasi awal dilakukan terhadap setiap portofolio mengacu pada bobot yang tercantum dalam Tabel 3.9. Selama proses ini, nilai v_i dan v_z akan dihitung untuk menggantikan solusi sebelumnya. Perhitungannya dilakukan dengan menggunakan Persamaan (2.11). Berikut akan dijelaskan ilustrasi untuk Portofolio 1.

Diberikan:

- Vektor bobot solusi saat ini: $\begin{bmatrix} 0 \\ 0,9435 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
- Vektor bobot solusi tetangga yang dipilih secara acak: $\begin{bmatrix} 0,162353333 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Perhitungan untuk portofolio 1 adalah sebagai berikut:

1) Untuk v_{11} (calon solusi ke-1 untuk saham ke-1)

$$v_{11} = 0 + rand[-1,1] \times (0 - 0,162353333) = 0,81388863$$

2) Untuk v_{12}

$$v_{12} = 0,9435 + rand[-1,1] \times (0,9435 - 0) = 0,99$$

3) Untuk v_{13}

$$v_{13} = 0 + rand[-1,1] \times (0 - 0) = 0,79559972$$

4) Untuk v_{14}

$$v_{14} = 0 + rand[-1,1] \times (0 - 0) = 0,50342606$$

Dengan langkah yang sama, lakukan untuk portofolio lain, diperoleh hasil pada Tabel 3.11 dan Tabel 3.12.

Tabel 3.11 Bobot Kandidat Calon Solusi (v_i)

Solusi	v_1	v_2	v_3	v_4
1	0,81388863	0,99	0,79559972	0,50342606
2	0,51388464	0,01	0,06252325	0,93569908
3	0,4559549	0,8908046	0,19694309	0,67002104
4	0,77910465	0,09654213	0,20520362	0,88898198

Tabel 3.12 Variabel Integer Calon Solusi (v_z)

Solusi	v_1	v_2	v_3	v_4
1	1	1	0	0
2	0	0	0	1
3	0	1	0	0
4	1	0	1	1

Dilakukan proses penyesuaian terhadap bobot saham sehingga memenuhi kendala kardinalitas dan *roundlot* dan didapatkan hasil pada Tabel 3.13 dan Tabel 3.14.

Tabel 3.13 Bobot Portofolio (v_i) Sesuai Kendala

Solusi	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
1	0,81508	0,992833333	0	0
2	0	0	0	0,936333333
3	0	0,888	0	0
4	0,778633333	0	0,2052	0,888633333

Tabel 3.14 Nilai Fungsi *Fitness* Portofolio v_i

Solusi	<i>Fitness</i>
1	0,7892
2	1,0655
3	1,1187
4	1,8461

Setelah diperoleh *fitness* dari v_i , dilakukan perbandingan nilai *fitness* antara solusi lama dan solusi baru. Jika solusi baru lebih baik, maka solusi lama digantikan dengan solusi baru. Hasil akhir dari fase lebah pekerja terdapat pada Tabel 3.15.

Tabel 3.15 Hasil Bobot Fase Lebah Pekerja

Solusi	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
1	0,81508	0,992833333	0	0
2	0	0	0	0,936333333
3	0	0,703	0	0,961066667
4	0,82502	0	0,189	0

3. Tahap Lebah Pengamat.

Pada fase lebah pengamat, digunakan mekanisme seleksi probabilistik untuk menentukan solusi terbaik dari populasi yang ada. Dalam tahap ini, probabilitas dari tiap portofolio dihitung menggunakan Persamaan (2.13). Proses seleksi ini

tidak bersifat acak sepenuhnya, melainkan memberikan peluang lebih besar kepada solusi yang memiliki kinerja lebih unggul. Tahap dari lebah pengamat adalah sebagai berikut:

1) Konversi nilai *fitness*.

Konversi nilai *fitness* dilakukan menggunakan Persamaan (2.12).

$$fit_1 = \frac{1}{1 + 0,7892} = 0,55890901$$

$$fit_2 = \frac{1}{1 + 1,0665} = 0,484144275$$

$$fit_3 = \frac{1}{1 + 0,6715} = 0,598265031$$

$$fit_4 = 1 + |-0,0102| = 1,0102$$

2) Hitung probabilitas seleksi.

$$total\ fit = 2,651518316$$

$$P_1 = \frac{0,55890901}{2,651518316} \approx 0,210788289$$

$$P_2 = \frac{0,484144275}{2,651518316} \approx 0,182591337$$

$$P_3 = \frac{0,598265031}{2,651518316} \approx 0,225631114$$

$$P_4 = \frac{1,0102}{2,651518316} \approx 0,38098926$$

3) Seleksi solusi berdasarkan probabilitas.

Gunakan metode *roulette wheel selection* untuk memilih solusi berdasarkan probabilitas yang telah dihitung sebelumnya.

- Solusi 1 dipilih jika nilai acak $r \in [0, 0,210788289)$
- Solusi 2 dipilih jika nilai acak $r \in [0,210788289, 0,393379626)$
- Solusi 3 dipilih jika nilai acak $r \in [0,393379626, 0,61901074)$
- Solusi 4 dipilih jika nilai acak $r \in [0,61901074, 1]$.

Misalkan nilai acak yang dihasilkan adalah 0,94357, maka solusi yang dipilih adalah solusi 4.

4) Lanjutkan proses eksploitasi seperti pada fase lebah pekerja untuk solusi yang terpilih.

- Solusi terpilih: $\begin{bmatrix} 0,82502 \\ 0 \\ 0,189 \\ 0 \end{bmatrix}$
 - Misalkan solusi tetangga yang terpilih secara acak: $\begin{bmatrix} 0,81508 \\ 0,992833333 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
 - Lakukan penyesuaian bobot v_4 agar tetap memenuhi kendala
 - Setelah diperoleh solusi baru v_4 , hitung nilai fungsi objektif atau *fitness* dari v_4
- 5) Bandingkan dan *update*
- Jika *fitness* solusi baru lebih besar, maka solusi lama tetap dipertahankan, dan solusi baru tidak digunakan
 - Jika *fitness* solusi baru lebih kecil, maka solusi diperbarui dengan solusi baru

Lakukan proses *roulette wheel selection* sebanyak jumlah total solusi dalam populasi. Dengan demikian, diperoleh hasil dari tahap lebah pengamat pada Tabel 3.16 dan Tabel 3.17.

Tabel 3.16 Bobot Portofolio Setelah Fase Lebah Pengamat

Solusi	Saham 1	Saham 2	Saham 3	Saham 4
1	0,81508	0,992833333	0	0
2	0	0	0	0,936333333
3	0	0,703	0	0,961066667
4	0,82502	0	0,189	0

Tabel 3.17 Nilai *Fitness* Portofolio Setelah Fase Lebah Pengamat

Solusi	<i>Fitness</i>
1	0,7892
2	1,0655
3	0,6715
4	-0,0102

4. Tahap Lebah Penjelajah.

Algoritma ABC mengulang fase lebah pekerja dan lebah pengamat hingga mencapai jumlah iterasi maksimum yang ditentukan. Fase lebah penjelajah hanya dilakukan ketika ada portofolio yang mengalami stagnasi atau tidak menunjukkan peningkatan nilai *fitness* dalam beberapa iterasi. Tujuan dari fase ini adalah untuk membantu menemukan solusi baru dan menghindari jebakan solusi lokal, sehingga meningkatkan peluang mendapatkan solusi optimal.

Berdasarkan hasil yang diperoleh, Portofolio 4 merupakan solusi terbaik untuk investasi, karena memberikan keseimbangan optimal antara imbal hasil dan risiko dibandingkan dengan portofolio lainnya. Dengan demikian, investor direkomendasikan untuk mengalokasikan modalnya pada saham 1 (INCO) dan pada saham 3 (MDKA).