

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini, dijelaskan tahapan penelitian yang akan digunakan untuk memodelkan sistem persamaan diferensial pada model. Penelitian ini berfokus pada deskripsi atau penggambaran fenomena model diabetes melitus, kemudian didukung dengan data serta parameter agar dapat melihat bagaimana jumlah dinamika penderita pada setiap subpopulasi model, dilanjutkan dengan simulasi numerik.

3.1 Identifikasi Masalah

Diabetes melitus merupakan penyakit kronis yang semakin meningkat prevalensinya di seluruh dunia. Penyakit ini memberikan beban yang signifikan baik bagi individu penderita maupun sistem kesehatan. Perawatan dan faktor genetik diketahui berperan penting dalam perkembangan dan pengelolaan diabetes melitus. Oleh karena itu, penelitian ini akan mengembangkan model matematika *SEITR*, sehingga dapat menggambarkan dinamika jumlah penderita diabetes melitus dengan pengaruh perawatan dan pola hidup berdasarkan faktor risiko biologis.

3.2 Asumsi dan Model

Model yang digunakan dalam penyakit diabetes melitus ini adalah *SEITR* (*Susceptible, Exposed, Infected, Treatment, Recovered*). Model ini dikembangkan dengan membagi populasi individu ke dalam lima kompartemen: *Susceptible* (*S*) yaitu subpopulasi yang rentan terkena penyakit, *Exposed* (*E*) yaitu subpopulasi yang mengalami faktor risiko sehingga kadar gula darah meningkat seperti pola hidup yang buruk disertai faktor genetik dan non genetik, *Infected* (*I*) yaitu subpopulasi yang terkena DM, *Treatment* (*T*) yaitu subpopulasi yang melakukan perawatan, dan *Recovered* (*R*) yaitu subpopulasi yang kadar gula darahnya normal kembali setelah melakukan perawatan. Asumsi pembentukan model matematika

dari penyakit DM dengan perawatan dan faktor genetik ini, dapat disusun sebagai berikut.

- 1) Laju kelahiran masuk ke dalam populasi S (rentan).
- 2) Semua orang yang terdapat di S mudah terkena penyakit.
- 3) Terdapat kematian secara alami di setiap kompartemen.
- 4) Terdapat kematian karena penyakit pada kompartemen I .
- 5) Individu yang terdapat di S tidak dapat langsung berpindah ke I karena harus melewati E .
- 6) Individu yang rentan dapat berpindah ke individu yang pradiabetes E akibat kombinasi faktor genetik serta peluang pola hidup yang buruk atau faktor non genetik serta peluang pola hidup yang buruk.
- 7) Individu yang kadar gula darahnya naik seiring berjalannya waktu akan terkena DM jika tidak dicegah.
- 8) Individu yang pradiabetes dapat melakukan pencegahan agar tidak terkena DM.
- 9) Individu dalam kompartemen T apabila tidak patuh atau menghentikan perawatan, dapat mengakibatkan kadar gula darah kembali meningkat dan berpindah ke kompartemen E .
- 10) Kompartemen T (*treatment*) mencakup seluruh bentuk perawatan yang dilakukan oleh penderita DM baik bersifat medis maupun non medis.
- 11) Individu yang melakukan perawatan T dapat berpindah ke kompartemen kadar gula darah normal kembali akibat perawatan R karena kepatuhan dalam melakukan perawatan.
- 12) Individu yang kadar gulanya sudah kembali normal suatu saat akan mengalami kenaikan gula darah jika tidak mengontrol gula darah secara berkala.

Keterkaitan asumsi dan perubahan jumlah penderita DM dapat dibentuk dalam penjelasan subpopulasi berikut.

- 1) Banyak individu rentan (S).

- a. Penambahan banyak individu rentan dipengaruhi oleh:
 - Laju kelahiran alami individu sebesar λ .
- b. Pengurangan banyak individu rentan dipengaruhi oleh:
 - Laju kematian alami individu sebesar μS .
 - Laju perpindahan individu dari subpopulasi rentan menjadi terindikasi faktor risiko sehingga kadar gula darah menjadi naik akibat kombinasi faktor genetik dibarengi dengan pola hidup yang buruk sebesar $\beta\pi S(E + I)$.
 - Laju perpindahan individu dari subpopulasi rentan menjadi terindikasi faktor risiko sehingga kadar gula darah menjadi naik akibat kombinasi faktor non genetik dibarengi dengan pola hidup yang buruk sebesar $\beta\eta S(E + I)$.

Sehingga diperoleh persamaan diferensial untuk laju perubahan subpopulasi individu rentan terhadap waktu adalah sebagai berikut.

$$\frac{dS}{dt} = \lambda - (\pi + \eta)\beta S(E + I) - \mu S \quad (3.1)$$

- 2) Banyak individu yang terindikasi faktor risiko sehingga kadar gula darah meningkat (E).
 - a. Penambahan banyak individu yang terpapar faktor risiko DM dipengaruhi oleh:
 - Laju perpindahan individu dari subpopulasi rentan yang terindikasi faktor risiko sehingga kadar gula darah menjadi naik akibat kombinasi faktor genetik dibarengi dengan pola hidup yang buruk sebesar $\beta\pi S(E + I)$.
 - Laju perpindahan individu dari subpopulasi rentan yang terindikasi faktor risiko sehingga kadar gula darah menjadi naik akibat kombinasi faktor non genetik dibarengi dengan pola hidup yang buruk sebesar $\beta\eta S(E + I)$.

- Laju perpindahan individu yang tidak patuh dalam perawatan sehingga mengakibatkan kadar gula darah kembali meningkat sebesar γ .
 - Laju perpindahan individu yang tidak efektif pasca perawatan dalam mengontrol kadar gula darah sebesar γ .
- b. Pengurangan banyak individu yang terindikasi faktor risiko DM dipengaruhi oleh:
- Laju kematian alami individu sebesar μE .
 - Laju perpindahan individu yang berpindah ke subpopulasi terkena DM sebesar α .
 - Laju perpindahan individu yang kadar gula darahnya naik kemudian pencegahan dini dengan perawatan agar tidak terkena DM sebesar ω .

Sehingga diperoleh persamaan diferensial untuk laju perubahan subpopulasi yang terpapar faktor risiko sehingga kadar gula darah meningkat terhadap waktu adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dt} &= (\pi + \eta)\beta S(E + I) - \mu E - \alpha E - \omega E + \tau T + \gamma R \\ \frac{dE}{dt} &= (\pi + \eta)\beta S(E + I) - (\mu + \alpha + \omega)E + \tau T + \gamma R\end{aligned}\tag{3.2}$$

- 3) Banyak individu yang sudah terkena DM (I).
- a. Penambahan banyak individu yang sakit dipengaruhi oleh:
- Laju perpindahan individu dari subpopulasi terindikasi faktor risiko sehingga kadar gula darah meningkat kemudian menjadi sakit DM sebesar α .
- b. Pengurangan banyak individu terinfeksi dipengaruhi oleh:
- Laju kematian alami dan akibat penyakit DM sebesar $\mu + \delta$.
 - Laju perpindahan individu yang melakukan perawatan sebesar φ .

Sehingga diperoleh persamaan diferensial untuk laju perubahan subpopulasi yang terkena DM dan tidak melakukan pengobatan atau perawatan apapun adalah sebagai berikut.

$$\frac{dI}{dt} = \alpha E - (\varphi + \delta + \mu)I \quad (3.3)$$

- 4) Banyak individu yang melakukan perawatan (T).
 - a. Penambahan banyak individu yang melakukan perawatan dipengaruhi oleh:
 - Laju perpindahan individu yang melakukan perawatan.
 - Laju perpindahan individu yang kadar gula darahnya naik kemudian melakukan pencegahan agar tidak terkena DM sebesar ω .
 - b. Pengurangan banyak individu yang terinfeksi dengan perawatan dipengaruhi oleh:
 - Laju kematian alami sebesar μ .
 - Laju individu yang kadar gula darahnya turun dan kembali normal sebesar ϕ .
 - Laju individu yang tidak patuh dalam melakukan perawatan sebesar τ .

Sehingga diperoleh persamaan diferensial untuk laju perubahan subpopulasi yang terkena DM dan melakukan perawatan adalah sebagai berikut.

$$\frac{dT}{dt} = \varphi I - (\mu + \phi + \tau)T + \omega E \quad (3.4)$$

- 5) Banyak individu yang kadar gula darahnya kembali normal setelah melakukan perawatan (R).
 - a. Penambahan banyak individu yang terkontrol dipengaruhi oleh:
 - Laju perpindahan individu yang kadar gulanya sudah turun dan normal sebesar ϕ .
 - b. Pengurangan banyak individu terinfeksi dipengaruhi oleh:

- Laju kematian alami individu dari subpopulasi sebesar μR .
- Laju perpindahan individu yang tidak rutin kontrol kadar gula darah pasca perawatan sebesar γ .

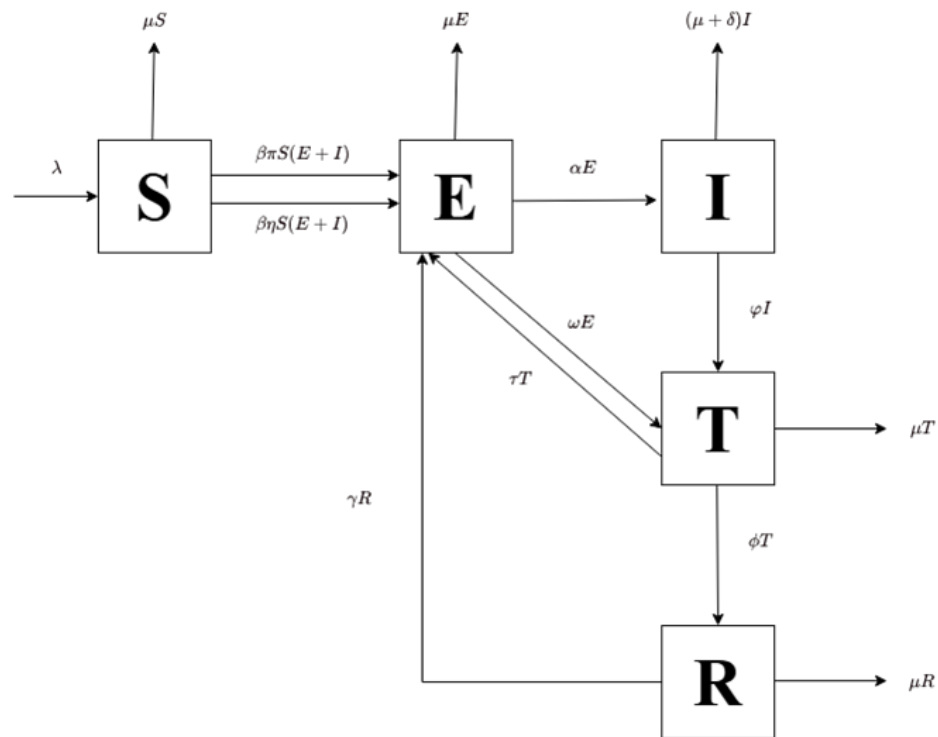
Sehingga diperoleh persamaan diferensial untuk laju perubahan subpopulasi kadar gula darah kembali turun dan normal R terhadap waktu adalah sebagai berikut.

$$\frac{dR}{dt} = \phi T - (\mu + \gamma)R \quad (3.5)$$

Berdasarkan persamaan (3.1), (3.2), (3.3), (3.4), dan (3.5) diperoleh model matematika persamaan diferensial diabetes melitus dengan pengaruh pola hidup dan perawatan berdasarkan faktor risiko biologis adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \lambda - (\pi + \eta)\beta S(E + I) - \mu S & ; S(0) > 0 \\ \frac{dE}{dt} &= (\pi + \eta)\beta S(E + I) - (\mu + \alpha + \omega)E + \tau T + \gamma R & ; E(0) > 0 \\ \frac{dI}{dt} &= \alpha E - (\varphi + \delta + \mu)I & ; I(0) > 0 \\ \frac{dT}{dt} &= \varphi I - (\mu + \phi + \tau)T + \omega E & ; T(0) > 0 \\ \frac{dR}{dt} &= \phi T - (\mu + \gamma)R & ; R(0) > 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

di mana $S(0)$ adalah nilai awal populasi rentan, $E(0)$ nilai awal populasi terindikasi faktor risiko sehingga menyebabkan kadar gula darah naik, $I(0)$ nilai awal individu yang terkena DM, $T(0)$ nilai awal individu yang sedang melakukan perawatan, dan $R(0)$ nilai awal individu yang kadar gula darahnya kembali turun dan normal setelah melakukan perawatan. Model matematika *SEITR* dapat direpresentasikan menjadi diagram pada Gambar 3.1 berikut.



Gambar 3. 1 Diagram Model Matematika *SEITR* Diabetes Melitus dengan Pengaruh Pola Hidup dan Perawatan Berdasarkan Faktor Risiko Biologis

3.3 Variabel dan Parameter

Variabel dan parameter yang digunakan dalam model diabetes melitus dengan pengaruh pola hidup, perawatan, dan faktor risiko biologis disajikan dalam Tabel 3.1.

Tabel 3. 1 Daftar Variabel Model *SEITR*

No.	Variabel	Definisi	Syarat	Satuan
1.	$N(t)$	Jumlah populasi pada waktu ke- t	$N(t) \geq 0$	Individu
2.	$S(t)$	Jumlah individu yang rentan pada waktu ke- t	$S(t) \geq 0$	Individu

3.	$E(t)$	Jumlah individu yang kondisi gula darahnya meningkat pada waktu ke- t	$E(t) \geq 0$	Individu
4.	$I(t)$	Jumlah individu yang terkena diabetes melitus pada waktu ke- t	$I(t) \geq 0$	Individu
5.	$T(t)$	Jumlah individu yang sedang melakukan perawatan pada waktu ke- t	$T(t) \geq 0$	Individu
6.	$R(t)$	Jumlah individu yang kadar gula darahnya kembali turun dan normal waktu ke- t	$R(t) \geq 0$	Individu

Data populasi diperoleh dari “Kota Bandung Dalam Angka Tahun 2024” sumber bps.go.id dengan data terkait jumlah populasi di Kecamatan Sukasari pada tahun 2023 serta banyaknya penduduk yang terkena DM di Kecamatan Sukasari Kota Bandung diambil dari laman *website* pada dataset Dinas Kesehatan Kota Bandung yaitu berjudul “Jumlah Pasien DM yang Mendapat Pelayanan Kesehatan Berdasarkan Puskesmas di Kota Bandung”. Berdasarkan peroleh puskesmas yang terdapat di kecamatan tersebut yaitu diantaranya UPT Sukarasa, UPT Ledeng, UPT Sarijadi, dan UPT Karang Setra. Jumlah penduduk di Kecamatan Sukasari di tahun 2023 adalah 78.277 orang. Jumlah individu yang terindikasi DM berdasarkan keempat puskesmas tersebut adalah 1.287 orang, ini akan dikategorikan sebagai *infected* (I). Jumlah orang terkena DM dan mendapatkan perawatan di Kecamatan Sukasari adalah 1.004 orang (T). Menurut RISKESDAS (2018), prevalensi pra-diabetes sekitar 10 – 15% dari total populasi di Indonesia. Penulis mengasumsikan

12% dari populasi Kecamatan Sukasari yaitu $12\% \times 78.277 \approx 9.393$ orang (E). Berdasarkan Kemenkes (2021), angka remisi DM mencapai sekitar 15% – 25% dari total penderita yang berhasil diobati atau kadar gula darahnya turun kembali akibat perawatan. Penulis mengasumsikan 20% dari total yang pernah sakit sedemikian sehingga $R = 20\% \times (I + T) \approx 20\% \times (1287 + 1004) = 458$ orang. Semua orang rentan sehingga jumlah populasi rentan $S = N - (E + I + T + R) = 78.277 - (9.393 + 1.287 + 1.004 + 458) = 66.135$ orang.

Nilai parameter sebagian menggunakan data sekunder dan sebagian menggunakan asumsi. Adapun nilai parameter adalah sebagai berikut.

1. λ : laju kelahiran diasumsikan 1.000 individu per tahun
2. μ : laju kematian alami dihitung dari angka harapan hidup yaitu 74,07 tahun artinya $\mu = \frac{1}{74,07} \approx 0,0135$ per tahun
3. δ : laju kematian karena penyakit diperoleh dari asumsi lama perpindahan individu sakit menjadi individu yang meninggal tanpa perawatan yaitu 60 tahun sehingga $\delta = \frac{1}{60 \text{ tahun}} = 0,0167$ per tahun (Putri, 2024).
4. α : laju individu yang terkena DM diasumsikan 0,03 per tahun berdasarkan estimasi 1 – 1.5% penduduk ≥ 15 tahun mendapat terkena DM setiap tahun berdasarkan data RISKESDAS (2018).
5. π : laju faktor genetik diasumsikan 0,00005 per tahun (Fajri dkk., 2020).
6. β : laju transisi dari rentan S ke laten E akibat pola hidup buruk 0,0009 (Fajri dkk., 2020).
7. φ : laju individu yang melakukan perawatan diasumsikan 0,002.
8. η : laju faktor non genetik diasumsikan 0,0014 (Hemminki dkk., 2010)
9. ω : laju individu yang melakukan pencegahan dini sebesar 0.05 (Knowler dkk., 2002).
10. ϕ : laju individu yang kadar gula darahnya kembali normal setelah pengobatan sebesar 0,07 (Riddle dkk., 2020).
11. τ : laju individu yang tidak patuh dalam perawatan sebesar 0,0024 (Fajri dkk., 2020).

12. γ : efektivitas individu yang tidak melakukan kontrol gula darah diasumsikan 0,07.

Berdasarkan hasil tersebut, nilai parameter-parameter disajikan dalam Tabel 3.2 dan nilai awal populasi Kecamatan Sukasari Kota Bandung disajikan pada Tabel 3.3.

Tabel 3. 2 Daftar Parameter Model *SEITR*

Parameter	Nilai	Satuan
λ	1.000	Individu/tahun
μ	0,0135	
π	0,00005	
η	0,0014	
β	0,0009	
α	0,03	
φ	0,002	
τ	0,0024	
ω	0,05	
ϕ	0,07	
γ	0,07	
δ	0,0167	

Tabel 3. 3 Nilai Awal Populasi Kecamatan Sukasari Kota Bandung

Variabel	Nilai Awal Variabel
$S(t)$	66.135
$E(t)$	9.393
$I(t)$	1.287
$T(t)$	1.004
$R(t)$	458

3.4 Titik Ekuilibrium

Model DM dengan pengaruh perawatan dan faktor genetik berupa sistem. Sistem tersebut memiliki dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Tujuan mencari titik ekuilibrium adalah untuk memahami bagaimana sistem penyakit akan berperilaku dalam jangka panjang dan bagaimana intervensi dapat mempengaruhi dinamika penderita penyakit tersebut. Berdasarkan definisi titik ekuilibrium, maka titik ekuilibrium pada model *SEITR* diperoleh pada kondisi $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dT}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0$.

3.5 Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Titik ekuilibrium bebas penyakit terjadi saat tidak ada individu dalam populasi yang kadar gula darahnya naik atau pradiabetes ($E = 0$) dan diabetes ($I = 0$). Kondisi ini menunjukkan bahwa penyakit telah berhasil dikendalikan sepenuhnya, sehingga hanya tersisa individu rentan. Titik ini mencerminkan keadaan stabil tanpa penyebaran penyakit.

3.6 Titik Ekuilibrium Endemik

Titik ekuilibrium endemik terjadi saat penyakit tetap ada dalam populasi secara stabil. Dalam model *SEITR*, hal ini ditunjukkan oleh jumlah individu pradiabetes ($E \neq 0$) dan penderita diabetes ($I \neq 0$) yang tetap ada seiring waktu. Kondisi ini menandakan bahwa DM telah menetap dan terus beredar dalam populasi.

3.7 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar merupakan nilai harapan banyaknya populasi rentan menjadi terinfeksi selama masa infeksi. Tujuan mencari bilangan reproduksi dasar ini untuk mengamati potensi terjadinya diabetes melitus. Menurut (Ulfah dkk., 2014), bilangan reproduksi dasar dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan yang hanya mengandung infeksi. Pendekatan yang digunakan untuk menentukan bilangan reproduksi dasar menggunakan *The Next Generation Matrix*

($\mathcal{G}$) yang didefinisikan sebagai berikut, beserta dengan langkah-langkahnya yang sudah dijelaskan pada subbab 2.10.

$$\mathcal{G} = FV^{-1} \quad (3.7)$$

3.8 Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium

Dari perhitungan yang telah diperoleh titik ekuilibrium, akan dilakukan analisis kestabilan terhadap kedua titik. SPD yang merupakan model matematika akan dilinierisasikan terlebih dahulu, kemudian SPD tersebut dilinierisasi pada persekitaran titik ekuilibrium (S, E, I, T, R). Hasil linierisasi tersebut kemudian dinyatakan dalam bentuk matriks Jacobian J . Tujuan dari menganalisis kestabilan titik ekuilibrium ini adalah untuk memahami apakah penyakit akan berkembang atau hilang dari populasi seiring waktu, berdasarkan kondisi awal dan parameter model.

3.9 Input Nilai Parameter

Nilai-nilai parameter yang digunakan bertujuan untuk mensubstitusikan pada simulasi numerik, sehingga letak kurva kestabilan titik ekuilibrium dapat ditinjau. Besarnya nilai parameter diperoleh dari sumber referensi atau diasumsikan berdasarkan rumus oleh penulis.

3.10 Simulasi Numerik

Simulasi numerik dilakukan untuk membuktikan eksistensi titik ekuilibrium dan kestabilannya. Nilai-nilai parameter yang sudah diperoleh kemudian disubstitusikan ke dalam simulasi menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF45), dengan tujuan untuk memeriksa kestabilan titik ekuilibrium dan melihat dinamika untuk setiap kompartemen.

3.11 Validasi dan Interpretasi

Proses validasi dilakukan dengan verifikasi antara hasil analisa kualitatif model dengan solusi numerik. Solusi numerik yang diperoleh dari model kemudian direpresentasikan dengan menggunakan grafik dan dibandingkan dengan hasil

analitik yang telah dilakukan. Simulasi solusi dilakukan berdasarkan model matematika beserta nilai parameter yang telah ditentukan.

3.12 Kesimpulan

Membuat kesimpulan dari interpretasi solusi yang telah dilakukan agar solusi dapat diterapkan ke dalam kehidupan sehari-hari.