

### BAB III

#### METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan metode penelitian yang digunakan untuk menghitung cadangan premi asuransi jiwa dengan metode *Zillmer* berdasarkan tingkat suku bunga stokastik *Cox Ingersoll Ross*.

##### 3.1. Sumber Data

Pada penelitian ini akan digunakan data *BI-Rate* yang diperoleh dari *website* Bank Indonesia sebagai acuan suku bunga dalam penentuan tingkat suku bunga stokastik *Cox Ingersoll Ross*. Data ini diperlukan karena tingkat suku bunga yang digunakan oleh mayoritas perusahaan asuransi jiwa adalah suku bunga konstan, sehingga diperlukan data suku bunga acuan yang menggambarkan suku bunga pada realitasnya yang berfluktuatif. Selain itu, digunakan Tabel Mortalita Indonesia tahun 2023 yang diterbitkan oleh Persatuan Aktuaris Indonesia (PAI) untuk menggambarkan peluang kematian seseorang. Data nasabah asuransi jiwa yang digunakan adalah data nasabah asuransi jiwa berjangka berdasarkan usia, gender, uang pertanggungan, nilai premi dan jangka waktu angsuran.

##### 3.2. Model Tingkat Suku Bunga Model CIR

Pada persamaan 2.25. model dari tingkat suku bunga stokastik *CIR* dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$dr(t) = \alpha(\mu - r(t))dt + \sigma\sqrt{r(t)}dW(t)$$

Jika model tersebut dinyatakan dalam bentuk integral maka diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$\int_u^t dr(s) = \alpha \int_u^t (\mu - r(s))ds + \sigma \int_u^t \sqrt{r(s)}dW(s), \quad \forall u \leq t$$
$$r(t) - r(u) = \alpha \int_u^t (\mu - r(s))ds + \sigma \int_u^t \sqrt{r(s)}dW(s), \quad \forall u \leq t$$

Atau dapat ditulis

$$r(t) = r(u) + \alpha \int_u^t (\mu - r(s))ds + \sigma \int_u^t \sqrt{r(s)}dW(s), \quad \forall u \leq t \quad (3.1)$$

Jika  $u = 0$ , maka diperoleh persamaan

$$r(t) = r(0) + \alpha \int_0^t (\mu - r(s))ds + \sigma \int_0^t (r(s))^{\frac{1}{2}}dW(s) \quad (3.2)$$

dengan

$r(t)$  : Suku bunga saat ke- $t$

$\mu$  : Rata-rata dari tingkat suku bunga dengan jangka panjang

$\alpha$  : Kecepatan penyesuaian  $r(t)$  terhadap  $\mu$

$\sigma$  : Volatilitas

$W(t)$  : Proses Wiener

Selanjutnya akan dihitung ekspektasi untuk memperoleh nilai rata-rata dari model tingkat suku bunga stokastik *CIR* sebagai berikut.

$$E[r(t)] = r(0) + \alpha \int_0^t (\mu - E[r(s)])ds + \sigma E\left[\int_0^t (r(s))^{\frac{1}{2}}dW(s)\right] \quad (3.3)$$

Berdasarkan sifat Integral Ito bahwa ekspektasi dari Integral Ito bernilai nol, pada perhitungan ini, integral stokastik Ito berpangkat  $\frac{1}{2}$ , namun karena proses stokastik  $r(t)$  terdapat dalam suatu akar, maka akar tersebut menjamin positif sehingga relevan dengan dinamika dari metode *Cox Ingersoll Ross* yang digunakan yaitu menjamin suku bunga bernilai positif. Selain itu juga karena sifat akar yang adaptif dan terdefinisi membuat penggunaan integral Ito dapat digunakan. Sehingga ekspektasi dari integral stokastik Ito berpangkat  $\frac{1}{2}$  bernilai nol. Oleh karena itu, diperoleh persamaan berikut

$$\begin{aligned} E[r(t)] &= r(0) + \alpha \int_0^t (\mu - E[r(s)])ds \\ E[r(t)] &= \mu + e^{-\alpha t}(r(0) - \mu) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Jika  $r(0) = \mu$ , maka  $E(r(t)) = \mu$  untuk setiap  $t$ .

Jika  $r(0) \neq \mu$ , maka  $\lim_{t \rightarrow \infty} E(r(t)) = \mu$

Oleh karena itu, membuktikan bahwa dalam jangka waktu yang panjang, berapapun nilai  $t$ , akan tetap menuju kearah nilai rata-rata. Maka terbukti sifat *mean reversion* tingkat suku bunga stokastik *CIR*.

(Barokah, 2009)

### 3.2.1. Estimasi Parameter model CIR

Untuk melakukan estimasi parameter model tingkat suku bunga *CIR*, akan digunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Pada perhitungannya, diperlukan bentuk diskrit dari model *CIR* yang dapat dinyatakan dalam bentuk berikut.

$$r(t + \Delta t) - r(t) = \alpha(\mu - r(t))\Delta t + \sigma\sqrt{r(t)}\varepsilon(t) \quad (3.5)$$

dimana  $\varepsilon(t)$  merupakan proses *white noise* mengikuti  $\varepsilon(t) \sim N(0, \Delta t)$ .

Persamaan 3.5 dapat ditulis pula sebagai berikut

$$\begin{aligned} r(t + \Delta t) - r(t) &= \alpha\mu\Delta t - \alpha r(t)\Delta t + \sigma\sqrt{r(t)}\varepsilon(t) \\ \frac{r(t + \Delta t) - r(t)}{\sqrt{r(t)}} &= \frac{(\alpha\mu\Delta t)}{\sqrt{r(t)}} - \frac{\alpha r(t)\Delta t}{\sqrt{r(t)}} + \sigma\varepsilon(t) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Karena  $\varepsilon(t) \sim N(0, \Delta t)$  yang merupakan hasil dari proses *white noise*, maka parameter  $\hat{\alpha}$  dan  $\hat{\mu}$  dapat diestimasi dengan meminimalkan jumlah kuadrat dari bagian *error*  $\sum_{i=1}^{N-1} (\sigma\varepsilon(t))^2$  terhadap  $\alpha$  dan  $\mu$  sebagai berikut.

$$\hat{\alpha} = \frac{N^2 - 2N + 1 + \sum_{i=1}^{N-1} r(t_{i+1}) \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{r(t_i)} - \sum_{i=1}^{N-1} r(t_i) \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{r(t_i)} - (N-1) \sum_{i=1}^{N-1} \frac{r(t_{i+1})}{r(t_i)}}{\left( N^2 - 2N + 1 - \sum_{i=1}^{N-1} r(t_i) \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{r(t_i)} \right) \cdot \Delta t} \quad (3.7)$$

$$\hat{\mu} = \frac{(N-1) + \sum_{i=1}^{N-1} r(t_{i+1}) - \sum_{i=1}^{N-1} r(t_i) \sum_{i=1}^{N-1} \frac{r_{t+1}}{r(t_i)}}{N^2 - 2N + 1 + \sum_{i=1}^{N-1} r(t_{i+1}) \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{r(t_i)} - \sum_{i=1}^{N-1} r(t_i) \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{r(t_i)} - (N-1) \sum_{i=1}^{N-1} \frac{r(t_{i+1})}{r(t_i)}} \quad (3.8)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^{N-1} \left( \frac{r(t_{i+1}) - r(t)}{\sqrt{r(t)}} - \frac{\hat{\alpha}\hat{\mu}}{\sqrt{r(t)}} + \hat{\alpha}\sqrt{r(t)} \right)^2} \quad (3.9)$$

(Mariana dkk., 2015)

### 3.2.2. Simulasi Tingkat Suku Bunga Model CIR

Valyapatra Mawar Aulia, 2025

PENENTUAN CADANGAN PREMI ASURANSI JIWA MENGGUNAKAN METODE ZILLMER  
BERDASARKAN SUKU BUNGA STOKASTIK COX INGERSOLL ROSS

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Pada penelitian ini akan digunakan metode *Meilstein* untuk mensimulasikan tingkat suku bunga *CIR*. Pada perhitungannya, akan disubstitusikan parameter-parameter yang telah diestimasi sebelumnya terhadap persamaan berikut.

$$r(t) = r(t-1) + \hat{\alpha}\Delta t(\hat{\mu} - r(t-1)) + \hat{\alpha}\sqrt{r(t-1)}(W(\tau_t) - W(\tau_{t-1})) - \frac{1}{2}\hat{\sigma}\sqrt{r_{t-1}}\left(\frac{1}{2}\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right)((W(\tau_t) - W(\tau_{t-1}))^2 - \Delta t). \quad (3.10)$$

dengan  $t = 1, 2, 3, \dots, L$  dimana  $L$  merupakan bilangan bulat positif yang menyatakan jumlah data.

(Aziz, 2022)

### 3.2.3. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Keakuratan dalam peramalan tingkat suku bunga stokastik sangat penting karena mengingat sifat ketidakpastian dalam peramalan. Oleh karena itu, akan digunakan metode *MAPE* sebagai metode penentuan keakuratan pada peramalan tingkat suku bunga stokastik. Semakin kecil nilai *MAPE* maka semakin baik pula metode yang digunakan. Nilai *MAPE* dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{R_t - R_{sim}}{R_t} \right| \quad (3.11)$$

dengan

$R_t$  : Nilai suku bunga aktual pada periode  $t$

$F_t$  : Nilai suku bunga prediksi pada periode  $t$

$n$  : Jumlah Data

Nilai *MAPE* dapat diinterpretasikan sebagai berikut.

Tabel 3.1. Interpretasi *MAPE*

| <i>MAPE</i> (%) | Interpretasi               |
|-----------------|----------------------------|
| < 10            | Prediksi sangat akurat     |
| 10 – 20         | Prediksi yang baik         |
| 20 – 50         | Prediksi yang layak        |
| > 50            | Prediksi yang tidak akurat |

(Lewis, 1982 dalam Sumari dkk., 2020)

### 3.3. Rumusan perhitungan cadangan metode *Zillmer*

Metode *Zillmer* adalah metode perhitungan cadangan premi berdasarkan asumsi premi kotor. Nilai cadangan premi *Zillmer* akan dicari berdasarkan metode prospektif. Pada peraturan Otoritas Jasa Keuangan nomor 71 pasal ke 20 menyebutkan bahwa perhitungan cadangan untuk produk berjangka sekurang-kurangnya adalah satu tahun. Maka dalam penelitian ini, perhitungan premi kotor dan biaya yang akan datang serta perhitungan cadangan *Zillmer* akan dihitung secara bulanan dan lebih dari satu tahun.

Misalkan pada asuransi jiwa, premi tahun pertama disimbolkan dengan  $P_1$  dan mulai dari tahun kedua sampai ke  $n$ , dimana  $n$  merupakan tahun dimana jangka waktu asuransi berakhir. Premi kotor disimbolkan dengan  $P'$ , maka diperoleh

$$P' - P = f \quad (3.12)$$

Untuk asuransi jiwa  $n$  tahun, total pendapatan premi yang diperoleh adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \sum_{i=0}^n P_i \\ &= P_1 + P_2 + \dots + P_n \end{aligned} \quad (3.13)$$

Selanjutnya dengan mempertimbangkan anuitas, diperoleh

$$P' = P + \frac{f}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$P' = \frac{P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + f}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad (3.15)$$

$$P' = \frac{P \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + f}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$P' \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = P \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + f$$

$$P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = -f + P' \ddot{a}_{x:\overline{n}|} \quad (3.14)$$

Sehingga didapatkan nilai  $P'$  :

$$P' = P_{x:\overline{n}|} + \frac{f}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad (3.16)$$

Berdasarkan metode prospektif, diperoleh

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{(z)} = A_{x+t:n-t|} - P' \cdot \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad (3.17)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan 3.16 terhadap persamaan 3.17, diperoleh cadangan *Zillmer* :

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{(z)} = A_{x+t:n-t|} - \left( P_{x:\overline{n}|} + \frac{f}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \right) \cdot \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad (3.18)$$

(Oktavian dkk., 2014)

### 3.4. Asumsi-asumsi

1. Perbedaan jenis kelamin mengakibatkan perbedaan harga premi.
2. Data nasabah yang digunakan merupakan nasabah yang tidak merokok.
3. Data nasabah yang digunakan merupakan nasabah dengan pekerjaan kelas satu dengan tingkat risiko paling rendah dan dilakukan didalam ruangan.

### 3.5. Langkah-langkah penelitian

1. Pengumpulan data tingkat suku bunga *BI-Rate*, Tabel Mortalita Indonesia tahun 2023, data nasabah asuransi jiwa berjangka berdasarkan usia, gender, uang pertanggungan, nilai premi dan jangka waktu angsuran,
2. Estimasi parameter model *CIR*,
3. Simulasi tingkat suku bunga,
4. Perhitungan tingkat suku bunga stokastik model *CIR*,
5. Perhitungan nilai anuitas,
6. Perhitungan premi,
7. Perhitungan cadangan premi dengan menggunakan metode *Zillmer*.

### 3.6. Diagram Alur

