BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini membahas metodologi penelitian yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimisasi portofolio saham. Pembahasan diawali dengan mendeskripsikan masalah, menjelaskan tahapan penelitian, menjelaskan asumsi dan membuat model optimisasi, memaparkan penyelesaian model, serta menjelaskan contoh masalah optimisasi portofolio saham menggunakan pendekatan *Fuzzy Mean-Variance* dan algoritma genetika.

3.1 Deskripsi Masalah

Penelitian ini membahas masalah pembentukan portofolio saham, yaitu masalah mengenai penentuan saham terbaik yang harus dipilih ke dalam portofolio dan proposi dana yang harus diinvestasikan agar menghasilkan portofolio yang optimal. Portofolio optimal adalah portofolio yang terdiri dari kombinasi saham terbaik yang menghasilkan tingkat *return* tinggi serta risiko rendah sesuai dengan preferensi investor (Markowitz, 1952). Penelitian ini menggunakan model *Fuzzy Mean-Variance* untuk menentukan portofolio yang optimal dan menyelesaikan model tersebut dengan menggunakan Algoritma Genetika.

Penggunaan model *Fuzzy Mean-Variance* dalam penelitian ini didasarkan pada kemampuan model tersebut untuk menangani transmisi dalam estimasi nilai *return* dan risiko saham. Berbeda dengan Model Markowitz tradisional yang mengasumsikan nilai-nilai ini dapat ditentukan secara pasti (Elton, dkk., 2014), model *Fuzzy Mean-Variance* menggunakan bilangan *fuzzy* yang mencerminkan variabilitas data pasar. Hal ini memungkinkan model menjadi lebih fleksibel dan realistis, karena dapat mengakomodasi dinamika pasar yang tidak dapat diprediksi dengan akurat. Selain itu, model ini juga mengklasifikasikan preferensi risiko dan *return* dari berbagai investor secara dinamis, memberikan solusi portofolio yang lebih personal dan sesuai dengan kebutuhan investor.

Penyelesaian masalah optimisasi portofolio saham optimal akan diimplementasikan pada saham-saham yang terdaftar pada PT Bursa Efek Indonesia (BEI). Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data penutupan saham harian yang terdaftar di BEI, khususnya 15 saham yang termasuk dalam kategori saham teraktif di Indonesia menurut laman Investing Indonesia (diakses dari https://id.investing.com/equities/most-active-stocks pada 10 Maret 2025). Kelimabelas saham tersebut yaitu:

1. PT GoTo Gojek Tokopedia (GOTO)
2. Bumi Resources (BUMI)
3. Bank Rakyat Indonesia Persero (BBRI)
4. Astra International Tbk (ASII)
5. Telkom Indonesia (TLKM)
6. PT Kalbe Farma Tbk (KLBF)
7. Alfaria Trijaya Tbk (AMRT)
8. Pertamina Gas Negara (PGAS)
9. Bank Mdaniri Persero (BMRI)
10. PT Petrindo Jaya Kreasi Tbk (CUAN)
11. PT XL Axiata Tbk (EXCL)
12. Barito Pacific (BRPT)
13. Bank Central Asia (BBCA)
14. Aneka Tambang Persero Tbk (ANTM)
15. PT MD Entertainment Tbk (FILM)

Obyek penelitian yang digunakan adalah harga saham harian untuk periode 10 November 2024 – 10 Maret 2024.

3.2 Tahapan Penelitian

Berikut ini adalah tahapan yang dilaksanakan dalam menyelesaikan penelitian.

1. Identifikasi Masalah

   Identifikasi masalah dilakukan sebagai tahapan awal penelitian sebagai upaya mendefinisikan permasalahan serta menentukan metode dan langkah penyelesaian yang tepat.

2. Studi Pustaka

   Penelitian ini pada dasarnya merupakan pengaplikasian model *fuzzy mean-variance* dan metode algortima genetika dalam bidang ekonomi yakni portofolio saham. Oleh karena itu, pada tahapan ini dilakukan studi pustaka terkait materi portofolio saham termasuk metode algoritma genetika, serta konsep matematika mengenai kombinasi dari *mean-variance* dan teori bilangan *fuzzy*.

3. Pengolahan Data

   Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data yang diperoleh dari Bursa Efek Indonesia (BEI) melalui laman resminya. Variabel yang digunakan adalah data 15 saham harian yang terdaftar pada indeks yang disebutkan sebelumnya. Data harian saham kemudian diolah untuk memperoleh data return realisasian saham, rata-rata return saham, korelasi saham, serta varians-kovarians saham.

4. Pembangunan Model Optimisasi

   Pada tahap ini dibangun model optimisasi terkait masalah pembentukan portofolio yang optimal menggunakan model *fuzzy mean-variance*

5. Penyelesaian Model

   Pada tahap ini, model optimisasi yang telah dibangun akan diselesaikan dengan menggunakan algoritma genetika.

6. Validasi

   Pada tahap ini, akan dilakukan validasi model dan metode penyelesaian untuk mengecek apakah ada kesalahan pada model dan metode penyelesaiannya. Validasi dilakukan dengan menggunakan fungsi *benchmark*.

7. Implementasi

   Pada tahapan ini, model dan metode penyelesaian yang telah divalidasi akan diimplementasikan pada masalah optimisasi portofolio saham.

8. Penarikan Kesimpulan

   Penarikan kesimpulan akan dilakukan berdasarkan pada hasil implementasi.

3.3 Model Optimisasi

Dalam penelitian ini, akan digunakan model optimisasi yang didasarkan pada teori *fuzzy mean-variance*. Model ini memiliki fungsi tujuan untuk memaksimalkan *expected return* portofolio dan meminimalkan risiko portofolio. Pendefinisian parameter-parameter pada model optimisasi pembentukan portofolio saham adalah sebagai berikut.

Inti dari teori *mean-variance* terletak pada pembentukan portofolio yang efisien dengan mempertimbangkan dua faktor utama, yaitu *expected return* portofolio yang dihitung sebagai rata-rata *retun* individual aset yang dirumuskan sebagai berikut (Markowitz, 1952):

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(\tilde{R}_i) \tag{3.1}$$

dengan

$$E(\tilde{R}_i) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} . \tilde{r}_{i,t} \tag{3.2}$$

$$\tilde{r}_{i,t} = \mu(x)\left(\frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}\right) \tag{3.3}$$

dan risiko portofolio yang diukur melaui varians, dirumuskan sebagai berikut (Bhattacharyya, dkk., 2011):

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} w_i w_j \tag{3.4}$$

dengan

w_i = bobot saham *i*, dimana $w_i = w_1, w_2, \ldots, w_n$, n adalah jumlah saham dalam portofolio

w_j = bobot saham *j*, dimana $w_i = w_1, w_2, \ldots, w_n$, n adalah jumlah saham dalam portofolio

$E(\tilde{R}_i)$ = nilai *expected return fuzzy* saham ke-i

$\tilde{r}_{i,t}$ = nilai *return fuzzy* saham ke-i pada periode t

$E(R_p)$ = nilai *expected return* portofolio

σ_{ij} = kovarians antara saham *i* dan *j*

Pada perkembangannya, Sharpe (1966) memperkenalkan *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), yang menghubungkan *expected return* suatu aset dengan risikonya relatif terhadap pasar. Dari sini, muncul konsep *Sharpe Ratio*, yaitu metrik untuk mengukur kelebihan return per unit risiko. *Sharpe Ratio* didefinisikan sebagai:

$$S = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p} \tag{3.5}$$

dimana $E(R_p)$ adalah *expected return* portofolio, R_f adalah return aset bebas risiko, dan σ_p adalah volatilitas portofolio. Jika aset bebas risiko diabaikan ($R_f = 0$), rasio ini berubah menjadi (Sharpe, 1996):

$$S = \frac{E(R_p)}{\sigma_p} \tag{3.6}$$

Dalam konteks portofolio multi-aset, *expected return* portofolio adalah rata-rata tertimbang *return* masing-masing saham sedangkan risiko portofolio diukur dari varians dan kovarians aset. Dengan demikian, bentuk umum dari rasio *return*-risiko berdasarkan Persamaan (3.6) menjadi:

$$w = \frac{E(R_p)}{\sigma_p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E\,(\tilde{R}_i)}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} w_i w_j} \tag{3.7}$$

Dalam menghadapi ketidakpastian pasar yang kompleks, pendekatan *fuzzy logic* menawarkan solusi dengan merepresentasikan *return* aset sebagai bilangan *fuzzy* segitiga $(\tilde{R}_i = a_i, b_i, c_i)$, dimana a_i (nilai minimum) yang menggambarkan skenario *return* terburuk dari aset *i*, b_i (nilai tengah) yang merepresentasikan *return* yang paling mungkin dari aset *i*, dan c_i (nilai maksimum) yang menunjukkan skenario *return* terbaik dari aset *i* (Zadeh, 1965). Representasi ini memungkinkan perhitungan yang lebih realistis dengan mempertimbangkan berbagai skenario *return* melalui parameter segitga (Klir dan Yuan, 1995). *Expected return* dalam kerangka *fuzzy* memperhitungkan seluruh rentang kemungkinan *return*. Sementara itu, risiko portofolio diukur melalui matriks kovarians *fuzzy* yang menangkap interaksi kompleks antar aset dalam kondisi ketidakpastian (Zhang, dkk., 2018).

Dengan menggabungkan semuanya, formulasi masalah optimisasi portofolio *fuzzy mean-variance* adalah sebagai berikut:

Memaksimalkan:

$$w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot E\,(\tilde{R}_i)}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} w_i w_j} \tag{3.8}$$

dengan kendala:

$$w_{i,t} \geq u_t, t = 1,2, \dots, T \tag{3.9}$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_{i,t} = 1 \tag{3.10}$$

3.4 Teknik Penyelesaian Masalah

Dalam penelitian ini, digunakan Algoritma Genetika sebagai metode optimisasi untuk mencari portofolio yang optimal berdasarkan model optimisasi. Algoritma akan dijalankan dalam sejumlah iterasi, di mana pada setiap iterasi akan diperoleh solusi terbaik. Berikut ini adalah detail dari Algoritma Genetika untuk optimisasi portofolio.

1. Pengumpulan Data

   Kumpulkan data harga penutupan saham $P_{i,t}$ untuk setiap saham i pada periode waktu t. Misalkan data terdiri dari harga penutupan harian untuk periode tertentu.
2. *Fuzzyfikasi* Data

   Lakukan *fuzzyfikasi* data harga saham menggunakan metode segitiga:
   - Tentukan rentang *fuzzy* set (rendah, sedang, tinggi) untuk setiap *return* saham. Misalkan untuk saham i:
     Rendah (L): Nilai minimum dari seluruh *return* saham
     Sedang (M): Titik tengah antara rendah dan tinggi
     Tinggi (H): Nilai maksimum dari seluruh *return* saham
   - Hitung derajat keanggotaan untuk setiap nilai harga saham $P_{i,t}$ dalam *fuzzy set* yang telah ditentukan menggunakan fungsi keanggotaan segitiga. Pemilihan *fuzzyfikasi* segitiga didasarkan pada kesederhanaan komputasi, representasi ketidakpastian yang efektif, dan kompatibilitas dengan model Markowitz. Fungsi keanggotaan segitiga hanya memerlukan tiga parameter (minimum, modus, maksimum), sehingga lebih efisien secara numerik dibdaning bentuk *fuzzy* lain seperti *trapezoidal* atau *Gaussian* (Zadeh, 1965).

Untuk *fuzzy set* Rendah (L):

$$\mu_L(x) = \begin{cases} 0 & jika\ x \leq a\ atau\ x \geq c \\ \dfrac{x-a}{b-a} & jika\ a < x \leq b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & jika\ b < x < c \end{cases} \tag{3.11}$$

Untuk *fuzzy set* Sedang (M):

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0 & jika\ x \leq a\ atau\ x \geq c \\ \dfrac{x-a}{b-a} & jika\ a < x \leq b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & jika\ b < x < c \end{cases} \tag{3.12}$$

Untuk *fuzzy set* Tinggi (H):

$$\mu_H(x) = \begin{cases} 0 & jika\ x \leq a\ atau\ x \geq c \\ \dfrac{x-a}{b-a} & jika\ a < x \leq b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & jika\ b < x < c \end{cases} \tag{3.13}$$

3. Hitung *Expected return*

   Gunakan nilai *fuzzy* untuk menghitung *expected return* $E(R_i)$ dan risiko σ_i untuk setiap saham i menggunakan Persamaan (3.2) dan (3.4).

4. Inisialisasi Populasi Awal

   Buat populasi awal untuk algoritma genetika dengan beberapa individu yang mewakili portofolio saham. Setiap individu merupakan vektor yang berisi proporsi alokasi dana untuk setiap saham:

   $$w = [w_1, w_2, \dots, w_n]$$

   dengan:

   $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ dan $w_i \geq 0$ untuk semua i

5. Hitung *Fitness*

   Hitung nilai *fitness* untuk setiap individu dalam populasi awal. *Fitness* bisa dihitung berdasarkan fungsi objektif yang menggabungkan *expected return* dan risiko dengan suatu parameter preferensi risiko:

   $$fitness(w) = \frac{E(R_p)}{\sigma_p^2} \tag{3.14}$$

6. Seleksi

   Pilih individu-individu terbaik dari populasi berdasarkan nilai *fitness* mereka untuk dijadikan orang tua dalam proses *crossover*. Disini digunakan metode seleksi *roulette wheel*.

7. *Crossover*

   Lakukan *crossover* pada pasangan individu yang terpilih untuk menghasilkan offspring baru. Proses *crossover* ini dilakukan dengan menggunakan metode *Simulated Binary Crossover* (SBX) (Deb dan Agrawal, 1995).

$$\begin{cases} C_1 = 0.5\,[(1+\beta)\rho_1 + (1-\ \beta)\rho_2 \\ C_2 = 0.5\,[(1-\beta)\rho_1 + (1+\ \beta)\rho_2 \end{cases}$$

8. Mutasi

   Lakukan mutasi pada *offspring* dengan probabilitas tertentu untuk menjaga keragaman dalam populasi. Dalam proses ini dipilih metode *Gaussian Mutation* (Goldberg, 1989).

$$x' = x + \sigma \cdot N(0,1)$$

9. Pengecekan Kendala

   Setelah proses mutasi dalam algoritma genetika, dilakukan pengecekan untuk memastikan semua solusi memenuhi kendala yang telah ditetapkan. Proses ini dilakukan secara bertahap dengan menggunakan iterasi (*looping*) hingga solusi yang valid ditemukan. Pertama, setiap bobot $w_{i,t}$ dicek untuk memastikan nilainya tidak lebih kecil dari ambang batas minimum u_t . Jika ada bobot yang melanggar, nilainya disesuaikan menjadi u_t . Proses ini terus diulang hingga semua kendala terpenuhi secara bersamaan. Pendekatan ini dipilih karena sederhana, mudah diimplementasikan, dan efektif dalam menjaga solusi tetap valid selama proses optimisasi.

10. Evaluasi *Offspring*

    Hitung nilai *return*, risiko, dan *fitness* dari offspring yang dihasilkan setelah crossover dan mutasi menggunakan Persamaan (3.14), (3.15), dan (3.16).

11. Pembentukan Generasi Baru

    Bentuk generasi baru dengan menggabungkan individu-individu dari populasi awal dan *offspring* yang telah dievaluasi. Pilih individu-individu terbaik untuk populasi generasi berikutnya berdasarkan nilai fitness mereka.

12. Iterasi

Ulangi langkah 5 sampai 11 hingga mencapai konvergensi atau jumlah generasi yang telah ditentukan.

13. Solusi Optimal

Setelah mencapai konvergensi atau jumlah generasi yang telah ditentukan, individu dengan nilai *fitness* terbaik dalam populasi terakhir dianggap sebagai solusi optimal untuk masalah optimisasi portofolio:

$$w'_{optimal} = \arg\max fitness(w)$$

3.5 Contoh Kasus dan Penyelesaian

Untuk memperjelas langkah dari teknik penyelesaian yang tekah dijelaskan di atas, selanjutnya adalah contoh kasusnya. Misalkan terdapat empat sampel saham yang dipilih secara acak kemudian dibentuk portofolio optimal dari saham-saham tersebut dengan menggunakan Algoritma Genetika.

Tabel 3.1 Data Empat Sample Saham

GOTO	**BUMI**	**BBRI**	**TLKM**
104	121	5100	4250
147	96	5575	4040
110	115	5425	4000
113	128	5650	3720
96	138	5550	3730

Selanjutnya akan ditentukan nilai *return* dari saham-saham yang terdapat dalam Persamaan (2.4) didapatkan hasil sebagai berikut.

Tabel 3.2 *Return* Empat Saham

Return			
GOTO	BUMI	BBRI	TLKM
0,4135	-0,2066	0,0941	-0,0494
-0,2517	0,1979	-0,0269	-0,0099
0,0273	0,1130	0,0413	-0,0700
-0,1504	0,0781	-0,0177	0,0027

Dilakukan proses *fuzzyfikasi* dengan menggunakan *fuzzyfikasi* segitiga. Pertama akan ditentukan batas-batas *fuzzy* set (rendah, sedang, tinggi) untuk data penutupan saham. Kedua, akan dihitung derajat keanggotaan setiap penutupan saham dalam *fuzzy* set. Ketiga, akan digunakan metode ranking untuk menentukan ranking setiap nilai berdasarkan keanggotaan *fuzzy*.

Misalkan *fuzzy* set yang akan digunakan adalah sebagai berikut.

Rendah (L): Nilai minimum dari seluruh *return* saham

Sedang (M): Titik tengah antara rendah dan tinggi

Tinggi (H): Nilai maksimum dari seluruh *return* saham

Derajat keanggotaan dihitung menggunakan fungsi segitiga dengan parameter berikut untuk setiap saham:

Rendah (a) = -0,2517

Tinggi (c) = 0,4135

Sedang (b) = $\frac{Rendah + Tinggi}{2}$ = 0,0809

Berikut adalah alokasi parameter per *Fuzzy Set*:

Tabel 3.3 Alokasi Parameter *Fuzzy Set*

Fuzzy Set	a	b	c
Rendah (L)	-0,2517	-0,2517	0,0809
Sedang (M)	-0,2517	0,0809	0,4135
Tinggi (H)	0,0809	0,4135	0,4135

Fuzzyfikasi GOTO

Untuk menghitung derajat keanggotan masing-masing *return* untuk kategori rendah, sedang, dan tinggi menggunakan Persamaan (3.9), (3.10) dan (311). Berikut adalah perhitungan untuk masing-masing nilai *return.*

Untuk $R_i = 0{,}4135$

- *Fuzzy* Rendah (L):

  Karena $0{,}4135 \geq c,$ maka $\mu_L = 0$

- *Fuzzy* Sedang (M):

  Karena $0{,}4135 \geq c,$ maka $\mu_M = 0$

- *Fuzzy* Tinggi (H):

  Karena $0{,}4135 = b = c,$ maka $\mu_H = 1$ (karena nilai 0,4135 tepat di puncak)

Untuk $R_i = -0{,}2517$

- *Fuzzy* Rendah (L):

Karena $-0{,}2517 = a = b$ maka $\mu_L = 1$ (karena nilai -0,2517 tepat di puncak)

- *Fuzzy* Sedang (M):

  Karena $-0{,}2517 \leq a,$ maka $\mu_M = 0$

- *Fuzzy* Tinggi (H):

  Karena $-0{,}2517 \leq a,$ maka $\mu_H = 0$

Untuk $R_i = 0{,}0273$

- *Fuzzy* Rendah (L):

  Karena $0{,}0273\ a < x < c,$ maka

  $\mu_L = \frac{0{,}0809 - 0{,}0273}{0{,}0809 - (-0{,}2517)} = \frac{0{,}0536}{0{,}3326} = 0{,}1612$

- *Fuzzy* Sedang (M):

  Karena $0{,}0273\ a < x \leq b,$ maka

  $\mu_M = \frac{0{,}0273 - (-0{,}2517)}{0{,}0809 - (-0{,}2517)} = \frac{0{,}279}{0{,}3326}$=0,8388

- *Fuzzy* Tinggi (H):

  Karena $0{,}0273 \leq a,$ maka $\mu_H = 0$

Untuk $R_i = -0{,}1504$

- *Fuzzy* Rendah (L):

  Karena $a < x < c,$ maka

  $\mu_L = \frac{0{,}0809 - (-0{,}1504)}{0{,}0809 - (-0{,}2517)} = \frac{0{,}2313}{0{,}3326} = 0{,}6955$

- *Fuzzy* Sedang (M):

  Karena $0{,}0273\ a < x \leq b,$ maka

  $\mu_M = \frac{-0{,}1504 - (-0{,}2517)}{0{,}0809 - (-0{,}2517)} = \frac{0{,}1013}{0{,}3326}$ = 0,3045

- *Fuzzy* Tinggi (H):

  Karena $-0{,}1504 < a,$ maka $\mu_H = 0$

Derajat keanggotaan untuk setiap nilai:

Tabel 3.4 Derajat Keanggotaan Saham GOTO

R_i	Rendah	Sedang	Tinggi
0,4135	0	0	1
-0,2517	1	0	0
0,0273	0,1612	0,8388	0

-0,1504	0,6955	0,3045	0

Fuzzyfikasi BUMI

Derajat keanggotaan untuk setiap nilai *return* BUMI dihitung sama dengan perhitungan *fuzzyfikasi* GOTO. Berikut adalah hasil *fuzzyfikasi* BUMI.

Tabel 3.5 Derajat Keanggotaan Saham BUMI

R_i	Rendah	Sedang	Tinggi
-0,2066	0,8644	0,1356	0
0,1979	0	0,6481	0,3519
0,1130	0	0,9033	0,0967
0,0781	0,0083	0,9917	0

Fuzzyfikasi BBRI

Derajat keanggotaan untuk setiap nilai *return* BBRI dihitung sama dengan perhitungan *fuzzyfikasi* GOTO. Berikut adalah hasil *fuzzyfikasi* BBRI.

Tabel 3.6 Derajat Keanggotaan Saham BBRI

R_i	Rendah	Sedang	Tinggi
0,0941	0	0,9631	0,0369
-0,0269	0,3241	0,6759	0
0,0413	0,1185	0,8815	0
-0,0177	0,2964	0,7036	0

Fuzzyfikasi TLKM

Derajat keanggotaan untuk setiap nilai *return* TLKM dihitung sama dengan perhitungan *fuzzyfikasi* GOTO. Berikut adalah hasil *fuzzyfikasi* TLKM.

Tabel 3.7 Derajat Keanggotaan Saham TLKM

R_i	Rendah	Sedang	Tinggi
-0,0494	0,3918	0,6082	0
-0,0099	0,2730	0,7270	0
-0,0700	0,4537	0,5463	0

0,0027	0,2351	0,7649	0

Selanjutnya akan ditentukan *expected return*dan kovarians dari saham-saham yang terdapat dalam Persamaan (2.5), dan (2.6). Diperoleh hasil sebagai berikut.

Tabel 3.8 *Expected Return* Empat Saham

Expected Return	
GOTO	-0,00287
BUMI	0,05513
BBRI	0,01281
TLKM	-0,000918

Tabel 3.9 Risiko Empat Saham

Risiko	
GOTO	0,106506
BUMI	0,215382
BBRI	0,069936
TLKM	0,052245

Algoritma Genetika

- **Inisialisasi Populasi awal**

  Dibuat populasi awal dari individu-individu yang merupakan solusi potensial. Dalam konteks optimisasi portofolio, setiap individu mewakili suatu alokasi aset dalam portofolio. Berikut adalah populasi awal yang dibentuk untuk 5 individu.

  Individu 1 : [0.2817, 0.2183, 0.2500, 0.2500]

  Individu 2 : [0.3215, 0.1785, 0.2500, 0.2500]

  Individu 3 : [0.2500, 0.2500, 0.2500, 0.2500]

  Individu 4 : [0.1985, 0.3015, 0.2500, 0.2500]

  Individu 5 : [0.2362, 0.2638, 0.2500, 0.2500]

- **Nilai *Fitness***

  Setelah populasi awal dibuat, langkah selanjutnya adalah mengevaluasi setiap individu untuk melohat seberapa baik kinerjanya. Semakin tinggi nilai fitness, maka semakin baik kinerja portofolio.

  $$Fitness = \frac{Expected\ Return}{Risiko}$$

Tabel 3.10 Nilai Fitness

Individu	*Fitness*
1	0,0644
2	0,0529
3	0,0737
4	0,0877
5	0,0812

- **Seleksi**

Dalam fase seleksi, individu dengan nilai *fitness* yang lebih baik memiliki peluang lebih besar untuk dipilih sebagai orang tua untuk generasi berikutnya. Metode yang akan digunakan adalah *roulette wheel selection*.

Total *fitness* : 0,0644 + 0,0529 + 0,0737 + 0,0877 + 0,0812

Probabilitas seleksi

Individu 1 : $\frac{0,0644}{0,03599} \approx 0,179$

Individu 2 : $\frac{0,0529}{0,03599} \approx 0,147$

Individu 3 : $\frac{0,0737}{0,03599} \approx 0,205$

Individu 4 : $\frac{0,3599}{0,03599} \approx 0,244$

Individu 5 : $\frac{0,0812}{0,03599} \approx 0,225$

Probabilitas kumulatif

Individu 1: 0,179

Individu 2: 0,179 + 0,147 = 0,326

Individu 3: 0,326 + 0,205 = 0,531

Individu 4: 0,531 + 0,244 = 0,775

Individu 5: 0,775 + 0,225 = 1

Hasil seleksi ditentukan dengan memilih bilangan rdanom [0,1]. Bilangan *rdanom* yang terpilih adalah 0,65 dan 0,85.

- Untuk angka 0,65, individu terpilih adalah individu 4 (karena 0,531 < 0,65 <0,775)
- Untuk angka 0,85, individu yang terpilih adalah individu 5 (karena 0,775 < 0,85 < 1)

Sehingga individu 4 dan individu 5 terpilih karena bilangan *rdanom* yang digunakan jatuh dalam rentang probabilitas kumulatif individu tersebut.

- ***Crossover***

Individu yang telah dipilih dalam fase seleksi akan dipasangkan untuk melakukan *crossover*. Karena individu 4 dan individu 5 telah dipilih, maka akan dilakukan crossover pada kedua individu tersebut. Akan digunakan *SBX,* yaitu memilih satu titik acak di antara gen untuk membagi individu.

Misalkan individu yang terpilih adalah:

Individu 4: [0.1985, 0.3015, 0.2500, 0.2500]

Individu 5: [0.2362, 0.2638, 0.2500, 0.2500]

Pilih satu titik crossover acak. Misalkan titik *crossover* yang dipilih adalah setelah gen ke-2. Lakukan pertukaran bagian gen dari titik *crossover* antara dua individu.

Offspring 1: [0.1985, 0.3015, 0.2500, 0.2500]

Offspring 2: [0.2362, 0.2638, 0.2500, 0.2500]

Expected Return Offspring 1

$=0,1985 \times 0,0097 + 0,3015 \times 0,0356 + 0,2500 \times 0,0227 + 0,2500 \times (-0,0317)$

$= 0,001924 + 0,0107274 + 0,005675 - 0,007925$

$= 0,0104014$

Risiko *Offspring* 1

Risk1 = $\sqrt{W_1^T C W_1}$

$$= \begin{bmatrix} 0,170924 \times 0,1985 + 0,042744 \times 0,3015 + 0,007044 \times 0,2500 + 0,007044 \times 0,2500 \\ 0,042744 \times 0,1985 + 0,039200 \times 0,3015 + 0,006342 \times 0,2500 + 0,006342 \times 0,2500 \\ 0,007044 \times 0,1985 + 0,006342 \times 0,3015 + 0,012699 \times 0,2500 + 0,001200 \times 0,2500 \\ 0,007044 \times 0,1985 + 0,006342 \times 0,3015 + 0,001200 \times 0,2500 + 0,006050 \times 0,2500 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,033937 \\ 0,026389 \\ 0,008804 \\ 0,008155 \end{bmatrix}$$

$$= [0,1985 \;\; 0,3015 \;\; 0,2500 \;\; 0,2500] \begin{bmatrix} 0,033937 \\ 0,026389 \\ 0,008804 \\ 0,008155 \end{bmatrix}$$

= 0,006737 + 0,007957 + 0,002201 + 0,002039

= 0,0018934

$= \sqrt{0{,}0018934} \approx 0{,}1376$

Sehingga, nilai *fitness offspring* 1 adalah 0.0755916

Expected Return Offspring 2

$= 0{,}2362 \times 0{,}0097 + 0{,}2638 \times 0{,}0356 + 0{,}2500 \times 0{,}0227 + 0{,}2500 \times (-0{,}0317)$

$= 0{,}00228914 + 0{,}00938828 + 0{,}005675 - 0{,}007925$

$= 0{,}00942742$

Risiko *Offspring* 2

Risk2 = $\sqrt{W_2^T C W_2}$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}170924 \times 0{,}2362 + 0{,}042744 \times 0{,}2638 + 0{,}007044 \times 0{,}2500 + 0{,}007044 \times 0{,}2500 \\ 0{,}042744 \times 0{,}2362 + 0{,}039200 \times 0{,}2638 + 0{,}006342 \times 0{,}2500 + 0{,}006342 \times 0{,}2500 \\ 0{,}007044 \times 0{,}2362 + 0{,}006342 \times 0{,}2638 + 0{,}012699 \times 0{,}2500 + 0{,}001200 \times 0{,}2500 \\ 0{,}007044 \times 0{,}2362 + 0{,}006342 \times 0{,}2638 + 0{,}001200 \times 0{,}2500 + 0{,}006050 \times 0{,}2500 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}040387 \\ 0{,}024279 \\ 0{,}010292 \\ 0{,}009276 \end{bmatrix}$$

$$= [0{,}2362 \;\; 0{,}2638 \;\; 0{,}2500 \;\; 0{,}2500] \begin{bmatrix} 0{,}040387 \\ 0{,}024279 \\ 0{,}010292 \\ 0{,}009276 \end{bmatrix}$$

= 0,009536 + 0,006399 + 0,002573 + 0,002319

= 0,020827

$= \sqrt{0{,}020827} \approx 0{,}1444$

Sehingga, nilai *fitness* untuk *offspring* 2 adalah 0,0652868

- **Mutasi**

Berdasarkan proses *crossover*, akan dipilih *offspring* 1 dan *offspring* 2 untuk proses mutasi. Selanjutnya akan dilakukan mutasi pada gen ke-3 dari *offspring* 1 dan gen ke-4 dari *offspring* 2. Dipilih nilai mutasi ± 1.

Bobot portofolio *offspring* 1 sebelum mutasi

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0.1985 \\ 0.3015 \\ 0.2500 \\ 0.2500 \end{bmatrix}$$

Gen yang dimutasi : gen ke-3

Bobot portofolio *offspring* 1 setelah mutasi

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0.1985 \\ 0.3015 \\ 0.2600 \\ 0.2500 \end{bmatrix}$$

Bobot portofolio *offspring* 2 sebelum mutasi

$$w_2 = \begin{bmatrix} 0.2362 \\ 0.2638 \\ 0.2500 \\ 0.2500 \end{bmatrix}$$

Gen yang dimutasi : gen ke-3

Bobot portofolio *offspring* 2 setelah mutasi

$$w_2 = \begin{bmatrix} 0.2362 \\ 0.2638 \\ 0.2500 \\ 0.2400 \end{bmatrix}$$

Setelah mutasi, perlu dihitung kembali nilai *fitness* dari individu yang mengalami mutasi untuk melihat bagaimana perubahan ini mempengaruhi kinerja portofolio.

Offspring 1 setelah mutasi

$ER_{1,mutated} = \sum(w_i \times ER_i)$

$=(0{,}1985 \times 0{,}0097) + (0{,}3015 \times 0{,}0356) + (0{,}2600 \times 0{,}0227) + \big(0{,}2500 \times (-0{,}0317)\big)$

$= 0{,}01062985$

$Risk_{1,mutated} = \sqrt{W_{1,mutated}^{T} C W_{1,mutated}}$

$$= \sqrt{(0.1985, 0.3015, 0.2600, 0.2500) \begin{bmatrix} 0.03365148905 \\ 0.0084806068 \\ 0.001395504 \\ 0.001395504 \end{bmatrix}}$$

$= \sqrt{0{,}00668282738 + 0{,}00255426067 + 0{,}000362581 + 0{,}000348876}$

$= \sqrt{0{,}009948545504} \approx 0{,}099742$

Sehingga, nilai *fitness offspring* 1 setelah mutasi adalah 0,106573

Offspring 2 setelah mutasi

$$ER_{2,mutated} = \sum(w_i \times ER_i)$$

$$= (0{,}2362 \times 0{,}0097) + (0{,}2638 \times 0{,}0356) + (0{,}2500 \times 0{,}0227) + \big(0{,}2400 \times (-0{,}0317)\big)$$

$$= 0{,}00974542$$

$$Risk_{2,mutated} = \sqrt{W_{2,mutated}^{T} C W_{2,mutated}}$$

$$= \sqrt{(0.2362, 0.2638, 0.2500, 0.2400)\begin{bmatrix} 0.04032232412 \\ 0.01046213622 \\ 0.00283603806 \\ 0.002964618 \end{bmatrix}}$$

$$= \sqrt{0{,}013345294227 + 0{,}012063563386 + 0{,}005623265 + 0{,}006116128096}$$

$$= \sqrt{0{,}037148251569} \approx 0{,}1927$$

Sehingga, nilai *fitness offspring* 2 setelah mutasi adalah 0.050573

Setelah proses mutasi dilakukan, nilai fitness pada *offspring* 1 mengalami peningkatan sebesar 41,04% dan nilai fitness pada *offspring* 2 mengalami penurunan sebesar 22,51%. Secara keseluruhan, *offspring* yang dihasilkan menunjukkan perubahan yang signifikan setelah mutasi.

- **Pengecekan Kendala**

Setelah dilakukan proses mutasi pada gen ke-3 dari *offspring* 1 dan gen ke-4 dari *offspring* 2, perlu dilakukan pengecekan kendala untuk memastikan bahwa bobot portofolio tetap memenuhi syarat yang telah ditetapkan. Pengecekan ini dilakukan dengan dua tahap utama, yaitu memastikan bahwa setiap bobot tidak lebih kecil dari ambang batas minimum $u_t = 0.01$ dan menormalkan bobot agar totalnya tetap sebesar 1.

Hasil pengecekan menunjukkan bahwa setelah mutasi, bobot portofolio untuk *offspring* 1 adalah (0.1985, 0.3015, 0.2600, 0.2500) dan untuk *offspring* 2 adalah (0.2362, 0.2638, 0.2500, 0.2400). Dari hasil ini, tidak ditemukan bobot yang lebih kecil dari batas minimum u_t, sehingga tidak diperlukan penyesuaian lebih lanjut terkait kendala batas bawah bobot.

Selanjutnya, dilakukan pengecekan terhadap total bobot. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa total bobot pada *offspring* 1 setelah mutasi adalah:

$$\sum w_1 = 0{,}1985 + 0{,}3015 + 0{,}2600 + 0{,}2500 = 1{,}01$$

Sementara itu, total bobot pada *offspring* 2 setelah mutasi adalah:

$$\sum w_2 = 0,2362 + 0,2638 + 0,2500 + 0,2400 = 0,99$$

Dari hasil tersebut, terlihat bahwa total bobot pada *offspring* 1 melebihi 1, sedangkan pada *offspring* 2 kurang dari 1. Oleh karena itu, dilakukan proses normalisasi dengan membagi masing-masing bobot dengan total bobotnya.

$$w'_1 = \frac{w_1}{1,01} = \left(\frac{0,1985}{1,01}, \frac{0,3015}{1,01}, \frac{0,2600}{1,01}, \frac{0,2500}{1,01}\right)$$

$$= (0,1965, 0,2985, 0,2574, 0,2475)$$

$$w'_2 = \frac{w_2}{0,99} = \left(\frac{0,2362}{0,99}, \frac{0,2638}{0,99}, \frac{0,2500}{0,99}, \frac{0,2400}{0,99}\right)$$

$$= (0,2386, 0,2665, 0,2525, 0,2424)$$

Dengan demikian, setelah dilakukan normalisasi, total bobot kembali memenuhi syarat yaitu $\sum_{i=1}^{N} w_{i,t} = 1$, sehingga solusi yang diperoleh tetap valid. Berikut adalah bobot optimal masing-masing saham berdasarkan iterasi 1

Tabel 3.11 Bobot Optimal Iterasi 1

GOTO	BUMI	BBRI	TLKM
0,1965	0,2985	0,2574	0,2475

Algoritma genetika berhasil menghasilkan individu baru dengan karakteristik yang lebih baik melalui seleksi, *crossover*, dan mutasi. Proses ini mengilustrasikan bagaimana algoritma genetika dapat mengoptimalkan portofolio dengan meningkatkan *return* dan/atau mengurangi risiko secara signifikan. Hasil ini menegaskan bahwa algoritma genetika adalah alat yang efektif dalam optimisasi portofolio, memungkinkan eksplorasi dan eksploitasi solusi yang lebih optimal secara efisien.