

## BAB III METODOLOGI PENELITIAN

### 3.1 Deskripsi Masalah

Portofolio investasi merupakan kumpulan aset finansial yang dipegang oleh individu atau institusi dengan tujuan untuk memaksimalkan imbal hasil dan meminimalkan risiko. Pengelolaan portofolio yang efektif memerlukan teknik optimasi yang dapat menyeimbangkan antara imbal hasil yang diharapkan dan risiko yang terkait. Masalah optimasi portofolio dapat dijelaskan sebagai upaya untuk memilih proporsi investasi yang optimal di antara sejumlah aset yang tersedia, sehingga mencapai kombinasi terbaik antara risiko dan imbal hasil. Salah satu tantangan utama dalam optimasi portofolio adalah mengukur dan mengelola risiko dengan cara yang efektif. Model MV yang diperkenalkan oleh Harry Markowitz telah digunakan secara luas, namun model ini memiliki beberapa keterbatasan, terutama dalam asumsi bahwa distribusi aset bersifat normal dan menggunakan varians sebagai pengukur risiko yang dapat terlalu sensitif terhadap pencilan (*outlier*).

Untuk mengatasi masalah tersebut, penelitian ini menggunakan model MAD sebagai alternatif pengukur risiko. MAD mengukur risiko dengan menghitung deviasi absolut dari imbal hasil rata-rata, yang memberikan gambaran yang lebih realistis tentang fluktuasi imbal hasil aset. Selain model MAD, penelitian ini juga menerapkan algoritma *metaheuristic* yaitu PSO yang terinspirasi dari perilaku sosial hewan seperti burung yang mencari makanan dalam kawanan. Algoritma ini telah terbukti efektif dalam menyelesaikan berbagai masalah optimasi, termasuk optimasi portofolio, karena kemampuannya dalam melakukan eksplorasi dan eksploitasi ruang solusi secara efisien.

### 3.2 Tahapan Penelitian

Penelitian ini dilakukan dalam tahapan sebagai berikut:

1. Studi Pustaka

Dalam penelitian ini, teori portofolio saham, seperti model MAD, dan algoritma PSO, dipelajari dari berbagai buku, jurnal, dan referensi-referensi lainnya.

## 2. Pengumpulan Data

Penelitian ini memanfaatkan data sekunder yang diambil dari situs laman <https://www.idx.co.id/id> yang berfokus pada data harga penutupan harian saham yang termasuk dalam indeks saham IDX30 yang terdiri dari 30 saham yang diperdagangkan secara aktif di Bursa Efek Indonesia selama periode Agustus 2024 hingga Oktober 2024. Data ini kemudian diproses untuk menghitung nilai imbal hasil saham, nilai imbal hasil harapan saham, dan risiko yang terkait dengan setiap saham dalam indeks tersebut.

## 3. Membangun Model MAD

Pada tahap ini, model permasalahan akan dibangun dengan menentukan variabel keputusan, membentuk fungsi tujuan, dan menetapkan kendala-kendala dari model MAD.

## 4. Penyelesaian Model Menggunakan algoritma PSO

Pada tahap ini, penyelesaian model akan dilakukan dengan bantuan algoritma PSO.

## 5. Validasi

Pada tahapan ini, validitas model dan metode penyelesaian masalah optimasi saham diuji dengan menggunakan fungsi *benchmark*, dengan tujuan mengukur tingkat kualitas dan efektivitas metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah optimasi tersebut.

## 6. Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan dilakukan pada tahap akhir penelitian yang berdasarkan permasalahan yang telah diselesaikan.

### 3.3 Model Mean Absolute Deviation

Portofolio didefinisikan sebagai kumpulan dari dua atau lebih aset yang diwakili oleh  $n$ -buah terurut  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  di mana  $x_i$  adalah proporsi dana total yang diinvestasikan pada aset  $i$ . Teori dasar untuk menganalisis imbal hasil harapan dan risiko sebagai data untuk analisis portofolio dituliskan sebagai berikut :

$$r_i = E[R_i] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{i,t} \quad (3.1)$$

di mana

- $r_i$  : imbal hasil harapan dari aset  $i$   
 $T$  : jumlah data harga penutupan saham  
 $r_{i,t}$  : imbal hasil aktual dari saham  $i$  pada waktu  $t$

Imbal hasil *portofolio* adalah rata-rata imbal hasil dari banyak saham, di mana bobotnya adalah proporsi dari beberapa saham, dengan rumus sebagai berikut:

$$r(x_1, x_2, \dots, x_n) = E \left[ \sum_{i=1}^n R_i x_i \right] = \sum_{i=1}^n E[R_i] x_i = \sum_{i=1}^n x_i \cdot r_i \quad (3.2)$$

di mana

- $r(x_1, x_2, \dots, x_n)$  : imbal hasil harapan portofolio yang terdiri dari  $n$  aset  
 $x_i$  : proporsi portofolio dari aset  $i$

model risiko MAD dinotasikan dengan  $m(x_1, x_2, \dots, x_n)$  yang diaproksimasi sebagai berikut:

$$m(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^n (r_{i,t} - r_i) x_i \right| \quad (3.3)$$

di mana

- $r_i$  : imbal hasil harapan dari aset  $i$   
 $T$  : jumlah data harga penutupan saham  
 $r_{i,t}$  : imbal hasil aktual dari saham  $i$  pada waktu  $t$

Fungsi di atas akan digunakan sebagai fungsi tujuan yang diminimalkan dalam masalah optimasi. Fungsi ini ditulis sebagai berikut:

**Meminimumkan:**

$$z = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^n (r_{i,t} - r_i) x_i \right| \quad (3.4)$$

Adapun kendala model adalah sebagai berikut:

1. Kendala ini memastikan bahwa portofolio yang dibentuk harus mencapai atau melebihi imbal hasil target yang diinginkan oleh investor. Kendala ini diekspresikan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n E(R) x_i \geq r_{investor} \quad (3.5)$$

dengan

- $E(R)$  : imbal hasil harapan dari aset  $i$   
 $x_i$  : proporsi alokasi dana pada aset  $i$   
 $r_{investor}$  : imbal hasil target portofolio yang diinginkan

2. Kendala ini memastikan bahwa portofolio yang dibentuk harus mencapai atau kurang dari risiko target yang diinginkan oleh investor. Kendala ini diekspresikan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n MAD_i x_i \leq \sigma_{investor} \quad (3.6)$$

dengan

- $MAD_i$  : risiko dari aset  $i$   
 $x_i$  : proporsi alokasi dana pada aset  $i$   
 $\sigma_{investor}$  : risiko target portofolio yang diinginkan

3. Kendala yang menjamin bahwa seluruh aset teralokasi. Kendala ini dituliskan sebagai:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3.7)$$

Batasan variabel model adalah sebagai berikut:

$$x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$$

### 3.4 Penyelesaian Model Optimasi Portofolio dengan Algoritma PSO

Partikel dianggap sebagai titik dalam dimensi ruang tertentu. Populasi partikel mewakili penyebaran proporsi investasi. Keadaan partikel dalam ruang pencarian kemudian didefinisikan oleh dua faktor: posisi dan kecepatan partikel. Rumus matematis untuk mendeskripsikannya adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \vec{x}_i(t) &= (x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots, x_{iN}(t)), \\ \vec{v}_i(t) &= (v_{i1}(t), v_{i2}(t), \dots, v_{iN}(t)) \end{aligned} \quad (3.8)$$

di mana

- $\vec{x}_i(t)$  : posisi partikel  $i$   
 $\vec{v}_i(t)$  : vektor selisih posisi sekuen yang dinamakan kecepatan  
 $i$  : indeks partikel pada waktu  $t$

$N$  : dimensi ruang

Teknik untuk memperbarui keadaan partikel dijelaskan dalam model matematika berikut:

$$v_{i,N}(t) = v_{i,N}(t-1) + c_1 r_{i,1} (p_{i,N} - x_{i,N}(t-1)) + c_2 r_{i,2} (p_{g,N} - x_{i,N}(t-1)) \quad (3.9)$$

$$x_{i,N}(t) = v_{i,N}(t) + x_{i,N}(t-1) \quad (3.10)$$

di mana

$x_{i,N}(t)$  : posisi partikel yang diperbarui pada setiap iterasi  $t$

$v_{i,N}(t)$  : kecepatan

$\vec{p}_i = p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,N}$  merupakan posisi lokal terbaik atau posisi terbaik partikel  $i$  yang telah dikunjungi partikel sejak langkah pertama,

$\vec{p}_g = x_{g,1}, x_{g,2}, \dots, x_{g,N}$  merupakan global terbaik dari seluruh posisi populasi yang telah ditemukan sejak langkah pertama.

$c_1, c_2$  adalah konstanta positif juga dikenal sebagai factor *learning*, yang akan berhasil jika memiliki  $r_1, r_2$  yang merupakan bilangan acak dengan nilai  $[0,1]$

Partikel-partikel tersebut tersebar untuk mencari titik global optimum dengan berkomunikasi satu sama lain. Komunikasi ini dapat disebut sebagai topologi dalam mencari solusi terbaik. Untuk meningkatkan konvergensi solusi pada PSO, parameter bobot inersia ditambahkan yang mengontrol eksplorasi populasi dan mempengaruhi kecepatan yang diperbarui di setiap iterasi pada waktu  $t$ . Berikut adalah mekanisme untuk memperbarui status partikel dengan bobot inersia:

$$v_{i,N}(t) = w \cdot v_{i,N}(t-1) + c_1 r_{i,1} (p_{i,N} - x_{i,N}(t-1)) + c_2 r_{i,2} (p_{g,N} - x_{i,N}(t-1)) \quad (3.11)$$

dengan

$$w = w_{max} - \left( \frac{w_{max} - w_{min}}{i_{max}} \right) i \quad (3.12)$$

di mana

$w_{max}$  : nilai akhir dari bobot inersia

$w_{min}$  : nilai awal dari bobot inersia

$i_{max}$  : jumlah iterasi maksimum dalam komputasi yang diharapkan untuk mencapai konvergensi

$i$  : jumlah iterasi saat ini

Untuk mengoptimalkan distribusi imbal hasil harapan portofolio terhadap risiko portofolio, fungsi kesesuaian pada persamaan PSO dirumuskan sebagai berikut.

$$Fitness = \frac{\sum_{i=1}^n r_i x_i}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |\sum_{i=1}^n (r_{it} - r_i) x_i|} \quad (3.13)$$

Dengan demikian, fungsi kesesuaian ini mengukur seberapa baik portofolio dapat memaksimalkan imbal hasil terhadap risiko.

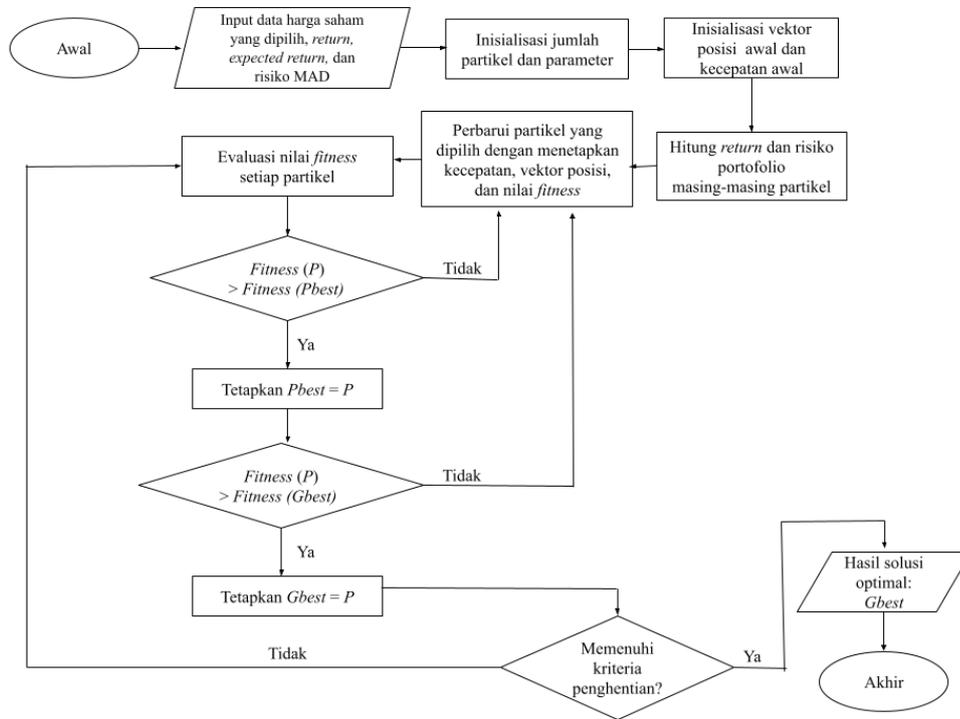
Optimasi portofolio PSO pada model MAD dilakukan untuk mencari proporsi optimal dan nilai kesesuaian dari setiap saham yang diinginkan dalam portofolio. Langkah pertama dalam optimasi portofolio dengan MAD dan PSO adalah memilih saham yang akan diproses. Saham yang terpilih kemudian menjadi input dalam proses PSO. Saham-saham yang terpilih akan direpresentasikan sebagai partikel. Setelah itu, sistem akan mengambil data imbal hasil, imbal hasil harapan, dan risiko MAD dari masing-masing saham.

Langkah kedua adalah menginisialisasi populasi secara acak dengan membangkitkan kecepatan awal  $v_{i,N}(t)$  serta posisi awal  $x_{i,N}(t)$  dari sejumlah partikel. Kemudian populasi dibangkitkan sebanyak parameter yang telah ditetapkan dalam proses inisialisasi. Fungsi dari tahap ini adalah untuk meningkatkan karakteristik konvergensi dan mencegah solusi agar tidak terjebak dalam solusi lokal.

Langkah ketiga adalah mengevaluasi fungsi nilai kesesuaian dari Persamaan (3.13) pada setiap partikel untuk mendapatkan nilai kesesuaian terbaik di seluruh populasi atau iterasi, yaitu  $G_{best}$ . Nilai kesesuaian terbaik yang diperoleh akan disimpan dalam memori dan dibandingkan dengan nilai fungsi kesesuaian terbaik pada iterasi berikutnya. Untuk setiap partikel, nilai awal  $p_{best}$  akan sama dengan posisi awal.

Langkah terakhir adalah menentukan apakah solusi yang diperoleh telah konvergen. Jika posisi semua partikel mengarah ke nilai yang sama, maka ini disebut konvergen. Jika ruang solusi belum mencapai konvergensi, maka tindakan yang perlu dilakukan adalah mengulangi proses PSO dengan memperbarui iterasi  $t = t + 1$  kemudian menghitung nilai baru dari *local best*  $\vec{p}_i$  dan *global best*  $\vec{p}_g$ .

Proses iterasi ini berlanjut hingga semua partikel menuju ke titik solusi yang sama yang telah ditentukan dalam kriteria penghentian.



Gambar 3.1 Flowchart Algoritma PSO

### 3.5 Contoh Kasus dan Penyelesaiannya

Masalah optimasi portofolio akan diselesaikan dengan algoritma PSO. Berikut adalah detail implementasi dari algoritma PSO untuk optimasi portofolio dengan contoh kasusnya. Data empat sampel saham yang digunakan terdapat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Harga Penutupan Harian Saham

Kode Saham Tanggal	BBCA	BBNI	BBRI	BMRI
31/05/2024	9250	4400	4340	5900
03/06/2024	9275	4620	4530	6100
04/06/2024	9350	4640	4450	6150
05/06/2024	9450	4610	4400	6000
06/06/2024	9475	4770	4500	6175

Sebelum masuk ke algoritma PSO, akan dicari terlebih dahulu nilai imbal hasil ( $R_{it}$ ) menggunakan persamaan (2.1). Dari data yang dikumpulkan, diperoleh nilai

imbal hasil ( $R_{it}$ ) tiap periode dari masing-masing saham yang disajikan pada Tabel 3.2.

**Tabel 3.2** Nilai Imbal hasil Empat Sampel Saham

IMBAL HASIL			
BBCA	BBNI	BBRI	BMRI
0,002703	0,05	0,043779	0,033898
0,008086	0,004329	-0,01766	0,008197
0,010695	-0,00647	-0,01124	-0,02439
0,002646	0,034707	0,022727	0,029167

Setelah didapatkan nilai imbal hasil ( $R_{it}$ ) dari masing-masing saham, dihitung nilai imbal hasil harapan ( $E(R_i)$ ) dengan menggunakan Persamaan (2.2). Jika ada saham yang memiliki nilai imbal hasil harapan negatif, maka saham tersebut tidak dimasukkan ke dalam portofolio. Didapatkan nilai imbal hasil harapan dari empat sampel saham yang ditampilkan pada Tabel 3.3

**Tabel 3.3** Nilai Imbal hasil harapan Empat Sampel Saham

IMBAL HASIL HARAPAN	
BBCA	0,006032
BBNI	0,020643
BBRI	0,009403
BMRI	0,011718

Setelah didapatkan nilai imbal hasil harapan ( $E(R_i)$ ) dan dipilih saham yang dimasukkan ke dalam portofolio, dihitung nilai risiko ( $MAD_i$ ) dengan menggunakan persamaan (2.3). Dapat dilihat nilai risiko dari empat sampel saham yang disajikan pada Tabel 3.4.

**Tabel 3.4** Nilai Risiko Empat Sampel Saham

RISIKO	
BBCA	0,003358
BBNI	0,021711
BBRI	0,023851
BMRI	0,019815

Selanjutnya, adalah memulai tahapan algoritma PSO yaitu sebagai berikut.

### 1. Inisialisasi Parameter

$i$	=	1	(Jumlah iterasi)
$n$	=	4	(Jumlah partikel)
$d$	=	4	(Dimensi partikel/jumlah saham)
$c_1, c_2$	=	2	(Koefisien Percepatan)
$r_1$	=	0,2	
$r_2$	=	0,4	
$w$	=	0,9	(Bobot inersia)
$v_0$	=	$[-0.1, 0.1]$	(Kecepatan awal)

### 2. Inisialisasi Populasi dan Kecepatan Partikel

Langkah kedua adalah inisialisasi populasi dan kecepatan partikel. Posisi awal partikel-partikel ini akan dibangkitkan secara random antara  $[0,1]$ . Dalam contoh kasus ini, digunakan 4 partikel untuk representasi portofolio. Posisi awal dan kecepatan awal dari partikel-partikel tersebut disajikan dalam Tabel 3.5 dan Tabel 3.6.

**Tabel 3.5** Inisialisasi Posisi Awal

	BBCA	BBNI	BBRI	BMRI
Partikel 1	0,25	0,25	0,25	0,25
Partikel 2	0,4	0,3	0,2	0,1
Partikel 3	0,3	0,3	0,2	0,2
Partikel 4	0,2	0,4	0,3	0,1

**Tabel 3.6** Inisialisasi Kecepatan Awal

	BBCA	BBNI	BBRI	BMRI
Partikel 1	0,01	-0,01	0,02	-0,02
Partikel 2	-0,01	0,01	-0,02	0,02
Partikel 3	0,02	-0,02	-0,01	0,01
Partikel 4	-0,02	0,02	-0,01	0,01

### 3. Evaluasi fungsi kesesuaian

Fungsi kesesuaian ini mengukur kualitas setiap solusi yang diwakili oleh partikel dalam populasi, berdasarkan imbal hasil (3.2) dan risiko (3.3) dari portofolio

dihitung untuk setiap partikel, dan nilai kesesuaian dihitung sebagai rasio antara imbal hasil dan risiko portofolio. Hasil evaluasi fungsi kesesuaian untuk 4 partikel ditunjukkan dalam Tabel 3.7.

**Tabel 3.7** Evaluasi Kesesuaian dari Posisi Partikel Awal

Partikel	Posisi Partikel ( $x_i$ )				Imbal hasil Portofolio	Risiko Portofolio	Kesesuaian
	BBCA ( $x_1$ )	BBNI ( $x_2$ )	BBRI ( $x_3$ )	BMRI ( $x_4$ )			
1	0,25	0,25	0,25	0,25	0,011949	0,015505	0,770655
2	0,4	0,3	0,2	0,1	0,011658	0,011922	0,977852
3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,012227	0,014239	0,858653
4	0,2	0,4	0,3	0,1	0,013456	0,01715	0,7846193

#### 4. Menentukan $p_{best}$ dan $g_{best}$

Untuk setiap partikel,  $p_{best}$  awal akan sama dengan nilai awal partikel.

Sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

$$p_{best} = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,2 \\ 0,4 & 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,4 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix}$$

Sedangkan  $g_{best}$  awal diperoleh pada partikel kedua yang memiliki nilai kesesuaian terbesar. Sehingga diperoleh hasil sebagai berikut.

$$g_{best} = [0,4 \quad 0,3 \quad 0,2 \quad 0,1]$$

#### 5. Update kecepatan

Setelah menentukan  $p_{best}$  dan  $g_{best}$ , langkah berikutnya adalah memperbaharui kecepatan. Kecepatan partikel diperbaharui menggunakan persamaan (3.12). Hasil dari pembaharuan kecepatan partikel ini ditunjukkan sebagai berikut.

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0,129 & 0,031 & -0,022 & -0,138 \\ -0,009 & 0,009 & -0,018 & 0,018 \\ 0,098 & -0,018 & -0,009 & -0,071 \\ 0,1420 & -0,062 & -0,089 & 0,009 \end{bmatrix}$$

#### 6. Posisi partikel baru

Setelah memperbaharui kecepatan partikel, langkah selanjutnya adalah memperbaharui posisi partikel menggunakan persamaan (3.11). Pembaharuan posisi partikel dilakukan dengan menambahkan kecepatan baru ke posisi saat ini.

Hasil pembaharuan posisi partikel setelah pembaharuan kecepatan dilakukan adalah sebagai berikut.

$$x_1 = \begin{bmatrix} 0,379 & 0,281 & 0,228 & 0,112 \\ 0,391 & 0,309 & 0,182 & 0,118 \\ 0,398 & 0,282 & 0,191 & 0,129 \\ 0,342 & 0,338 & 0,211 & 0,109 \end{bmatrix}$$

### 7. Evaluasi fungsi kesesuaian

Setelah diperoleh posisi dan kecepatan partikel baru, langkah berikutnya adalah menghitung kembali nilai kesesuaian untuk setiap partikel berdasarkan posisi yang diperbaharui. Dengan menghitung ulang nilai kesesuaian, dapat diidentifikasi partikel mana yang memiliki kinerja terbaik dan melakukan pembaharuan pada  $p_{best}$  dan  $g_{best}$  sesuai dengan hasil terbaru. Hasil evaluasi nilai kesesuaian disajikan pada Tabel 3.8.

**Tabel 3.8** Evaluasi Kesesuaian dari Posisi Partikel Baru

Partikel	Posisi Partikel ( $x_i$ )				Imbal hasil Portofolio	Risiko Portofolio	Kesesuaian
	BBCA ( $x_1$ )	BBNI ( $x_2$ )	BBRI ( $x_3$ )	BMRI ( $x_4$ )			
1	0,379	0,281	0,228	0,112	0,011543	0,012486	0,924502
2	0,391	0,309	0,182	0,118	0,011831	0,012075	0,979806
3	0,398	0,282	0,191	0,129	0,01153	0,011898	0,969041
4	0,342	0,338	0,211	0,109	0,012302	0,013383	0,919217

### 8. Pemilihan solusi terbaik

Setelah jumlah iterasi maksimum tercapai, pemilihan solusi terbaik dilakukan dengan memilih partikel yang memiliki nilai kesesuaian tertinggi. Pada kasus ini, nilai kesesuaian tertinggi dimiliki oleh Partikel 2 dengan nilai  $f(w) = 0,979806$  dengan bobot portofolio optimal pada Tabel 3.9.

**Tabel 3.9** Bobot Portofolio Optimal

BBCA	BBNI	BBRI	BMRI
0,391	0,309	0,182	0,118

Dengan bobot yang diperoleh, didapatkan nilai imbal hasil harapan sebesar 0,011831 dan nilai risiko sebesar 0,012075