BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini bersifat kuantitatif dan berasal dari data sekunder. Informasi yang sudah ada atau telah dikumpulkan oleh pihak lain dan cocok untuk digunakan dalam penelitian disebut sebagai data sekunder. Informasi ini dikumpulkan melalui penelitian perpustakaan, seperti membaca buku atau jurnal yang relevan dengan masalah yang sedang diteliti (Fahlevi, 2018). Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG), data Harga Emas Berjangka, data Harga Minyak Mentah WTI Berjangka, dan data Nilai Tukar Dollar AS terhadap Rupiah Indonesia yang diperoleh dari investing.com.

Data sekunder ini dipilih untuk memberikan data historis secara luas mengenai variabel-variabel yang diteliti. Data IHSG digunakan sebagai variabel utama karena merepresentasikan kinerja keseluruhan pasar saham Indonesia dan menjadi indikator penting bagi investor dalam mengambil keputusan investasi. Pergerakan IHSG mencerminkan sentimen pasar dan kondisi ekonomi secara umum, sehingga peramalannya sangat penting bagi pelaku pasar. Sementara data Harga Minyak Mentah WTI Berjangka merupakan salah satu faktor makroekonomi yang dapat digunakan untuk memahami pengaruh fluktuasi harga komoditas global terhadap ekonomi suatu negara. Selain itu, data Harga Emas Berjangka umumnya memiliki pengaruh positif terhadap IHSG, karena emas sering dianggap sebagai *safe haven asset*, sehingga ketika harga emas naik, hal ini mencerminkan peningkatan minat investasi secara umum yang juga mendorong kenaikan IHSG, dan data Nilai Tukar Dollar AS terhadap Rupiah Indonesia dapat mempengaruhi keputusan investor asing dalam berinvestasi di pasar modal Indonesia. Dengan memadukan berbagai sumber data sekunder ini, penelitian dapat mencapai analisis yang lebih komprehensif dan mendalam.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang menjadi fokus dalam penelitian ini adalah data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG), data Harga Emas Berjangka, data Harga Minyak Mentah WTI Berjangka, dan data Nilai Tukar Dollar AS terhadap Rupiah Indonesia.

3.3 Proses Pembentukan Model VAR

Pada penelitian ini, data akan dimodelkan menggunakan model VAR terlebih dahulu. Langkah-langkah dalam memodelkan VAR sebagai berikut:

1) Uji stasioneritas

Pada analisis runtun waktu, pengujian stasioneritas merupakan salah satu langkah penting karena kestasioneran data sangat mempengaruhi kinerja dan validitas model. Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk menguji stasioneritas dari suatu data runtun waktu, salah satunya adalah uji ADF (*Augmented Dickey-Fuller*) dengan hipotesis sebagai berikut:

a. Hipotesis:

$H_0 : \delta = 0$ (terdapat akar unit sehingga data tidak stasioner)

$H_1 : \delta \neq 0$ (tidak terdapat akar unit sehingga data stasioner)

b. Statistik Uji:

Uji persamaan ADF(p) dapat dilakukan menggunakan Eviews dengan mengambil $\alpha = 5\%$.

Statistik uji ADF sebagai berikut: (Fauziyah, Ispriyanti, & Tarno, 2021)

$$t_\delta = \frac{\hat{\delta}}{se(\hat{\delta})} \quad (3.1)$$

dimana $se(\hat{\delta})$ merupakan standar error dari γ.

c. Kriteria uji:

Jika $P - value < \alpha$, maka H_0 ditolak sehingga data telah stasioner begitu pula sebaliknya.

2) Pemilihan lag optimal

Setelah data runtun waktu dinyatakan stasioner, langkah selanjutnya adalah memilih lag optimal yang akan digunakan pada model analisis. Jumlah lag optimal dalam model VAR dapat ditentukan berdasarkan *Akaike Information Criterion* (AIC). Semakin kecil nilai AIC, maka semakin baik model itu untuk dipilih.

3) Uji stabilitas VAR

Untuk melihat kestabilan dan validitas model perlu dilakukan uji stabilitas VAR dimana apabila nilai modulus dari akar-akarnya kurang dari 1 maka model dapat dikatakan stabil.

4) Estimasi VAR

Dalam penelitian ini, model VAR akan diestimasi menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Penelitian ini akan mengestimasi model VAR dengan 4 variabel dimulai dari lag 1 (VAR(1)) dengan asumsi bahwa model bersifat stasioner dan memiliki *white noise*. Sebelum mengestimasi parameter, akan dijelaskan terlebih dahulu mengenai proses VAR(1) dengan 4 variabel.

Berdasarkan persamaan (2.1) persamaan VAR(1) dengan 4 variabel dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned}
Y_{1,t} &= \alpha_1 + \theta_{11}Y_{1,t-1} + \theta_{12}Y_{2,t-1} + \theta_{13}Y_{3,t-1} + \theta_{14}Y_{4,t-1} + \varepsilon_{1,t} \\
Y_{2,t} &= \alpha_2 + \theta_{21}Y_{1,t-1} + \theta_{22}Y_{2,t-1} + \theta_{23}Y_{3,t-1} + \theta_{24}Y_{4,t-1} + \varepsilon_{2,t} \\
Y_{3,t} &= \alpha_3 + \theta_{31}Y_{1,t-1} + \theta_{32}Y_{2,t-1} + \theta_{33}Y_{3,t-1} + \theta_{34}Y_{4,t-1} + \varepsilon_{3,t} \\
Y_{4,t} &= \alpha_4 + \theta_{41}Y_{1,t-1} + \theta_{42}Y_{2,t-1} + \theta_{43}Y_{3,t-1} + \theta_{44}Y_{4,t-1} + \varepsilon_{4,t}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

dengan $t = 1,2, \dots, n$ dan persamaan (3.2) dapat diuraikan sebagai berikut untuk variabel pertama

$$
\begin{aligned}
Y_{1,1} &= \alpha_1 + \theta_{11}Y_{1,1-1} + \theta_{12}Y_{2,1-1} + \theta_{13}Y_{3,1-1} + \theta_{14}Y_{4,1-1} + \varepsilon_{1,1} \\
Y_{1,2} &= \alpha_1 + \theta_{11}Y_{1,2-1} + \theta_{12}Y_{2,2-1} + \theta_{13}Y_{3,2-1} + \theta_{14}Y_{4,2-1} + \varepsilon_{1,2} \\
&\vdots \\
Y_{1,n} &= \alpha_1 + \theta_{11}Y_{1,n-1} + \theta_{12}Y_{2,n-1} + \theta_{13}Y_{3,n-1} + \theta_{14}Y_{4,n-1} + \varepsilon_{1,n}
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

untuk variabel kedua

$$
\begin{aligned}
Y_{2,1} &= \alpha_2 + \theta_{21}Y_{1,1-1} + \theta_{22}Y_{2,1-1} + \theta_{23}Y_{3,1-1} + \theta_{24}Y_{4,1-1} + \varepsilon_{2,1} \\
Y_{2,2} &= \alpha_2 + \theta_{21}Y_{1,2-1} + \theta_{22}Y_{2,2-1} + \theta_{23}Y_{3,2-1} + \theta_{24}Y_{4,2-1} + \varepsilon_{2,2} \\
&\vdots \\
Y_{2,n} &= \alpha_2 + \theta_{21}Y_{1,n-1} + \theta_{22}Y_{2,n-1} + \theta_{23}Y_{3,n-1} + \theta_{24}Y_{4,n-1} + \varepsilon_{2,n}
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

untuk variabel ketiga

$$
\begin{aligned}
Y_{3,1} &= \alpha_3 + \theta_{31}Y_{1,1-1} + \theta_{32}Y_{2,1-1} + \theta_{33}Y_{3,1-1} + \theta_{34}Y_{4,1-1} + \varepsilon_{3,1} \\
Y_{3,2} &= \alpha_3 + \theta_{31}Y_{1,2-1} + \theta_{32}Y_{2,2-1} + \theta_{33}Y_{3,2-1} + \theta_{34}Y_{4,2-1} + \varepsilon_{3,2} \\
&\vdots \\
Y_{3,n} &= \alpha_3 + \theta_{31}Y_{1,n-1} + \theta_{32}Y_{2,n-1} + \theta_{33}Y_{3,n-1} + \theta_{34}Y_{4,n-1} + \varepsilon_{3,n}
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

untuk variabel keempat

$$
\begin{aligned}
Y_{4,1} &= \alpha_4 + \theta_{41}Y_{1,1-1} + \theta_{42}Y_{2,1-1} + \theta_{43}Y_{3,1-1} + \theta_{44}Y_{4,1-1} + \varepsilon_{4,1} \\
Y_{4,2} &= \alpha_4 + \theta_{41}Y_{1,2-1} + \theta_{42}Y_{2,2-1} + \theta_{43}Y_{3,2-1} + \theta_{44}Y_{4,2-1} + \varepsilon_{4,2} \\
&\vdots \\
Y_{4,n} &= \alpha_4 + \theta_{41}Y_{1,n-1} + \theta_{42}Y_{2,n-1} + \theta_{43}Y_{3,n-1} + \theta_{44}Y_{4,n-1} + \varepsilon_{4,n}
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

dengan

$$Y_4 = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & Y_{2,1} & Y_{3,1} & Y_{4,1} \\ Y_{1,2} & Y_{2,2} & Y_{3,2} & Y_{4,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{1,n} & Y_{2,n} & Y_{3,n} & Y_{4,n} \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix}$$

$$\theta_4 = \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} & \theta_{13} & \theta_{14} \\ \theta_{21} & \theta_{22} & \theta_{23} & \theta_{24} \\ \theta_{31} & \theta_{32} & \theta_{33} & \theta_{34} \\ \theta_{41} & \theta_{42} & \theta_{43} & \theta_{44} \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_4 = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1} & \varepsilon_{2,1} & \varepsilon_{3,1} & \varepsilon_{4,1} \\ \varepsilon_{1,2} & \varepsilon_{2,2} & \varepsilon_{3,2} & \varepsilon_{4,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varepsilon_{1,n} & \varepsilon_{2,n} & \varepsilon_{3,n} & \varepsilon_{4,n} \end{bmatrix}$$

$$w_4 = \begin{bmatrix} Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & Y_{4,1-1} \\ Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & Y_{4,2-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & Y_{4,n-1} \end{bmatrix}$$

sehingga persamaan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk berikut

$$Y_4 = \alpha + \theta_1 Y_{4-1} + \varepsilon_4 \quad (3.7)$$

$$Y_4 = \alpha + \theta_4 w_4 + \varepsilon_4 \quad (3.8)$$

Setelah memperoleh model VAR(1) dengan 4 variabel langkah selanjutnya untuk mengestimasi model VAR adalah menentukan fungsi jumlah kuadrat error dengan mengubah matriks $Y_4, \alpha, \theta_4, \varepsilon_4$ kedalam bentuk vektor, dengan mendefinisikan

$$y_4 = vec(Y_4) = \begin{bmatrix} Y_{1,1} \\ Y_{1,2} \\ \vdots \\ Y_{1,n} \\ Y_{2,1} \\ Y_{2,2} \\ \vdots \\ Y_{2,n} \\ Y_{3,1} \\ Y_{3,2} \\ \vdots \\ Y_{3,n} \\ Y_{4,1} \\ Y_{4,2} \\ \vdots \\ Y_{4,n} \end{bmatrix}, \ a = vec(\alpha) = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix}$$

$$\phi = vec(\theta_4) = \begin{bmatrix} \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \theta_{13} \\ \theta_{14} \\ \theta_{21} \\ \theta_{22} \\ \theta_{23} \\ \theta_{24} \\ \theta_{31} \\ \theta_{32} \\ \theta_{33} \\ \theta_{34} \\ \theta_{41} \\ \theta_{42} \\ \theta_{43} \\ \theta_{44} \end{bmatrix}, \ \epsilon = vec(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1} \\ \varepsilon_{1,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,n} \\ \varepsilon_{2,1} \\ \varepsilon_{2,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2,n} \\ \varepsilon_{3,1} \\ \varepsilon_{3,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{3,n} \\ \varepsilon_{4,1} \\ \varepsilon_{4,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{4,n} \end{bmatrix}$$

$$W_4 = I_4 \otimes w_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} Y_{1,1-1} & Y_{2,1-1} & Y_{3,1-1} & Y_{4,1-1} \\ Y_{1,2-1} & Y_{2,2-1} & Y_{3,2-1} & Y_{4,2-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{1,n-1} & Y_{2,n-1} & Y_{3,n-1} & Y_{4,n-1} \end{bmatrix}$$

sehingga persamaan (3.8) dapat dituliskan sebagai berikut

$$vec(Y_4) = vec(\alpha) + vec(\theta_4 w_4) + vec(\varepsilon_4) \tag{3.9}$$

$$vec(Y_4) = vec(\alpha) + (I_3 \otimes w_4)\ vec(\theta_4) + vec(\varepsilon_4) \tag{3.10}$$

$$y_4 = a + W_4\phi_4 + \varepsilon_4 \tag{3.11}$$

maka diperoleh fungsi penjumlahan dari kuadrat error adalah

$$S = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_{i,j}^2 \tag{3.12}$$

$$= [\varepsilon_{1,1}\varepsilon_{1,2}\dots\varepsilon_{1,n}\varepsilon_{2,1}\varepsilon_{2,2}\dots\varepsilon_{2,n}\varepsilon_{3,1}\varepsilon_{3,2}\dots\varepsilon_{3,n}\varepsilon_{4,1}\varepsilon_{4,2}\dots\varepsilon_{4,n}] \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1} \\ \varepsilon_{1,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1,n} \\ \varepsilon_{2,1} \\ \varepsilon_{2,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2,n} \\ \varepsilon_{3,1} \\ \varepsilon_{3,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{3,n} \\ \varepsilon_{4,1} \\ \varepsilon_{4,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{4,n} \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$$= \varepsilon_4^T \varepsilon_4$$

$$= (y_4 - a - W_4\phi_4)^T (y_4 - a - W_4\phi_4)$$

$$= (y_4^T - a^T - W_4^T\phi_4^T)(y_4 - a - W_4\phi_4)$$

$$= y_4^T y_4 - y_4^T a - y_4^T W_4\phi_4 - a^T y_4 + a^T a + a^T W_4\phi_4 - W_4^T\phi_4^T y_4 + W_4^T\phi_4^T a + W_4^T\phi_4^T w_4\phi_4$$

$$= y_4^T y_4 - y_4^T a - y_4^T W_4\phi_4 - a^T y_4 + a^T a + a^T W_4\phi_4 - (W_4^T\phi_4^T y_4)^T + (W_4^T\phi_4^T a)^T + W_4^T\phi_4^T W_4\phi_4$$

$$= y_4^T y_4 - y_4^T a - W_4\phi_4 y_4^T - a^T y_4 + a^T a + W_4\phi_4 a^T - W_4\phi_4 y_4^T + W_4\phi_4 a^T + W_4^T\phi_4^T W_4\phi_4$$

$$= y_4^T y_4 - y_4^T a - 2W_4\phi_4 y_4^T - a^T y_4 + a^T a + 2W_4\phi_4 a^T + W_4^T\phi_4^T W_4\phi_4 \tag{3.14}$$

setelah diperoleh S, persamaan tersebut dapat diturunkan terhadap ϕ_4^T untuk meminimumkan persamaan sehingga diperoleh

$$\frac{\partial S}{\partial \phi_4^T} = \frac{\partial\left(y_4^T y_4 - y_4^T a - 2W_4\phi_4 y_4^T - a^T y_4 + a^T a + 2W_4\phi_4 a^T + W_4^T\phi_4^T W_4\phi_4\right)}{\partial \phi_4^T}$$

$$= 0 - 0 - 2W_4 y_4^T + 0 + 0 + 2W_4 a^T + (W_4^T W_4\phi_4)^T + W_4^T\phi_4^T W_4$$

$$= -2W_4 y_4^T + 2W_4 a^T + W_4^T\phi_4^T W_4 + W_4^T\phi_4^T W_4$$

$$= -2W_4 y_4^T + 2W_4 a^T + 2W_4^T\phi_4^T W_4 \tag{3.15}$$

langkah selanjutnya adalah menyamakan persamaan (3.15) dengan nol, sebagai berikut

$$-2W_4y_4^T + 2W_4a^T + 2W_4^T\phi_4^TW_4 = 0$$

$$2W_4a^T + 2W_4^T\phi_4^TW_4 = 2W_4y_4^T$$

$$W_4a^T + W_4^T\phi_4^TW_4 = W_4y_4^T$$

$$(W_4a^T + W_4^T\phi_4^TW_4)(W_4^TW_4)^{-1} = (W_4y_4^T)(W_4^TW_4)^{-1}$$

$$(W_4a^T)(W_4^TW_4)^{-1} + \phi_4^TI = (W_4y_4^T)(W_4^TW_4)^{-1}$$

$$\phi_4^TI = (W_4y_4^T)(W_4^TW_4)^{-1} - (W_4a^T)(W_4^TW_4)^{-1}$$

sehingga diperoleh parameter ϕ_4 dengan metode OLS adalah

$$(\phi_4^T)^T = \left((W_4y_4^T)(W_4^TW_4)^{-1}\right)^T - \left((W_4a^T)(W_4^TW_4)^{-1}\right)^T$$

$$\widehat{\phi_4} = (W_4^TW_4)^{-1}(W_4^Ty_4) - (W_4^TW_4)^{-1}(W_4^Ta) \tag{3.16}$$

Selanjutnya persamaan (3.16) akan diturunkan terhadap ϕ_4, untuk menjamin jika fungsi jumlah kuadrat error minimum, maka hasil turunan harus bernilai positif sebagai berikut

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 S}{\partial\phi_4\partial\phi_4^T} &= \frac{\partial}{\partial\phi_4}\left(\frac{\left(y_4^Ty_4 - y_4^Ta - 2W_4\phi_4y_4^T - a^Ty_4 + a^Ta + 2W_4\phi_4a^T + W_4^T\phi_4^TW_4\phi_4\right)}{\partial\phi_4^T}\right)\\ &= \frac{\partial\left(-2W_4y_4^T + 2W_4a^T + 2W_4^T\phi_4^TW_4\right)}{\partial\phi_4}\\ &= -0 + 0 + 2W_4^TW_4\\ &= 2W_4^TW_4\end{aligned} \tag{3.17}$$

Karena hasil turunan terhadap ϕ_4 bernilai positif, maka turunan terhadap ϕ_4^T mengestimasi parameter yang meminimumkan fungsi error.

5) Uji Kausalitas Granger

Setelah parameter VAR diestimasi, langkah selanjutnya adalah melakukan uji kausalitas Granger. Uji Kausalitas Granger dilakukan untuk menentukan apakah suatu variabel endogen dapat dianggap sebagai variabel eksogen. Berdasarkan persamaan (2.41) dan (2.42) dapat dibentuk hipotesis sebagai berikut.

a. Hipotesis:

H_0 : tidak terdapat hubungan kausalitas diantara variabel

H_1 : terdapat hubungan kausalitas diantara variabel

b. Statistik uji:

$$F = \left(\frac{N-k}{q}\right)\left(\frac{SSE_{terbatas} - SSE_{penuh}}{SSE_{penuh}}\right) \tag{3.18}$$

keterangan

SSE_{penuh} : *sum of squares* regresi terhadap Y dengan melibatkan lag variabel X

$SSE_{terbatas}$: *sum of squares* regresi terhadap X dengan melibatkan lag variabel Y

N : banyaknya pengamatan

k : banyaknya parameter model penuh

q : banyaknya parameter model terbatas

c. Kriteria uji:

Jika $P - value < \alpha$, maka H_0 ditolak sehingga terdapat hubungan kausalitas diantara variabel begitu pula sebaliknya.

6) *Impulse Response Function* (IRF)

Impulse response digunakan untuk menganalisis respons dinamis dari satu variabel dalam model VAR terhadap guncangan (*shock*) pada variabel lain selama beberapa periode setelah *shock* terjadi. Jika i*mpulse response* bergerak mendekati titik keseimbangan atau kembali ke titik sebelumnya, maka hal ini berarti bahwa respons variabel terhadap shock semakin lama semakin berkurang, yang mana berarti jika shock tidak berpengaruh secara permanen pada variabel tersebut (Basuki & Prawoto, 2016).

7) *Variance Decomposition* (VD)

Analisis *variance decomposition* dapat digunakan untuk mengukur sejauh mana perubahan yang antara sebelum dan sesudah terjadi *shock*, baik yang disebabkan oleh dari variabel itu sendiri maupun oleh variabel lainnya (Ekananda, 2016)

3.4 Proses Pembentukan Model TARCH

Pada penelitian ini, setelah data dimodelkan menggunakan model VAR dan jika data menunjukkan kondisi heteroskedastisitas dan efek asimetris (*laverage effect*), maka data akan dimodelkan menggunakan model TARCH untuk mengatasi masalah tersebut.

Berdasarkan persamaan (2.63) diperoleh proses TARCH (1,1)

$$\sigma_t^2 = c + \alpha a_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma a_{t-1}^2 d_{t-1} \tag{3.19}$$

dengan $a_t | I_{t-1} \sim iidN(0, \sigma_t)$.

Dalam penelitian ini estimasi parameter TARCH akan digunakan metode *maximum likelihood*. Fungsi *likelihood* pada persamaan (2.72) akan diturunkan secara parsial terhadap parameter c, α, β, γ untuk memenuhi kondisi optimum sebagai berikut.

1. $\ln\big(L(a_t|c,\alpha,\beta,\gamma)\big)$ diturunkan secara parsial terhadap c

$$\frac{\partial l(c)}{\partial c} = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial c}\left(n\log(2\pi) + \sum_{t=1}^{n}\ln(\sigma_t^2) + \sum_{t=1}^{n}\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}\right)^2\right)$$

$$\frac{\partial l(c)}{\partial c} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{\partial}{\partial c}(\ln(\sigma_t^2)) + \frac{\partial}{\partial c}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial l(c)}{\partial c} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{1}{\sigma_t^2}\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial c} - \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial c}\right]$$

di mana $\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial c} = 1$ sehingga diperoleh

$$\frac{\partial l(c)}{\partial c} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{1}{\sigma_t^2} - \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}\right]$$

$$\frac{\partial l(c)}{\partial c} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{\sigma_t^2 - \varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}\right] \tag{3.20}$$

2. $\ln\big(L(a_t|c,\alpha,\beta,\gamma)\big)$ diturunkan secara parsial terhadap α

$$\frac{\partial l(\alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \alpha}\left(n\log(2\pi) + \sum_{t=1}^{n}\ln(\sigma_t^2) + \sum_{t=1}^{n}\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}\right)^2\right)$$

$$\frac{\partial l(\alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{\partial}{\partial \alpha}(\ln(\sigma_t^2)) + \frac{\partial}{\partial \alpha}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial l(\alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{1}{\sigma_t^2}\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \alpha} - \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}\frac{\partial \sigma_t^2}{\partial \alpha}\right]$$

di mana $\frac{\partial \sigma_i^2}{\partial \alpha} = a_{t-1}^2$ sehingga diperoleh

$$\frac{\partial l(\alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{a_{t-1}^2}{\sigma_t^2} - \frac{\varepsilon_i^2(a_{t-1}^2)}{\sigma_t^4}\right]$$

$$\frac{\partial l(\alpha)}{\partial \alpha} = -\frac{a_{t-1}^2}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{\sigma_t^2 - \varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}\right] \tag{3.21}$$

3. $\ln\big(L(a_t|c,\alpha,\beta,\gamma)\big)$ diturunkan secara parsial terhadap β

$$\frac{\partial l(\ \beta)}{\partial\beta} = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(n\log(2\pi) + \sum_{t=1}^{n}\ln(\sigma_t^2) + \sum_{t=1}^{n}\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}\right)^2\right)$$

$$\frac{\partial l(\beta)}{\partial\beta} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{\partial}{\partial\beta}(\ln(\sigma_t^2)) + \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial l(\beta)}{\partial\beta} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{1}{\sigma_t^2}\frac{\partial\sigma_t^2}{\partial\beta} - \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}\frac{\partial\sigma_t^2}{\partial\beta}\right]$$

di mana $\frac{\partial\sigma_i^2}{\partial\beta} = \sigma_{t-1}^2$ sehingga diperoleh

$$\frac{\partial l(\beta)}{\partial\beta} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{\sigma_{t-1}^2}{\sigma_t^2} - \frac{\varepsilon_i^2(\sigma_{t-1}^2)}{\sigma_t^4}\right]$$

$$\frac{\partial l(\beta)}{\partial\beta} = -\frac{\sigma_{t-1}^2}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{\sigma_t^2 - \varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}\right] \quad (3.22)$$

4. $\ln\big(L(a_t|c,\alpha,\beta,\gamma)\big)$ diturunkan secara parsial terhadap γ

$$\frac{\partial l(\gamma)}{\partial\gamma} = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\gamma}\left(n\log(2\pi) + \sum_{t=1}^{n}\ln(\sigma_t^2) + \sum_{t=1}^{n}\left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}\right)^2\right)$$

$$\frac{\partial l(\gamma)}{\partial\gamma} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{\partial}{\partial\gamma}(\ln(\sigma_t^2)) + \frac{\partial}{\partial\gamma}\left(\frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2}\right)\right]$$

$$\frac{\partial l(\gamma)}{\partial\gamma} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{1}{\sigma_t^2}\frac{\partial\sigma_t^2}{\partial\gamma} - \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}\frac{\partial\sigma_t^2}{\partial\gamma}\right]$$

di mana $\frac{\partial\sigma_i^2}{\partial\gamma} = a_{t-1}^2 d_{t-1}$ sehingga diperoleh

$$\frac{\partial l(\gamma)}{\partial\gamma} = -\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{a_{t-1}^2 d_{t-1}}{\sigma_t^2} - \frac{\varepsilon_i^2(a_{t-1}^2 d_{t-1})}{\sigma_t^4}\right]$$

$$\frac{\partial l(\gamma)}{\partial\gamma} = -\frac{a_{t-1}^2 d_{t-1}}{2}\sum_{t=1}^{n}\left[\frac{\sigma_t^2 - \varepsilon_t^2}{\sigma_t^4}\right] \quad (3.23)$$

Dikarenakan hasil estimasi parameter yang tidak *closed form*, maka akan digunakan metode iteratif yang dilakukan secara bertahap melalui proses pengulangan. Penelitian ini menggunakan dua metode iteratif untuk memperoleh *maximum likelihood*, yaitu BFGS (Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno) dan L-BFGS-B (Limited-memory BFGS Bounded).

1) Iterasi BFGS

Dalam iterasi BFGS, fungsi $L(\theta)$ akan diaproksimasi menggunakan matriks Hessian yang diperbarui pada setiap iterasi, di mana θ merupakan vektor parameter yang terdiri dari parameter-parameter model TARCH yang akan di estimasi yaitu $\theta = (c, \alpha, \beta, \gamma)$. Metode ini merupakan salah satu metode Quasi-Newton yang tidak memerlukan perhitungan matriks Hessian secara eksplisit. Iterasi BFGS dimulai dengan menginisialisasi $t = 0$ dan $\theta^{(0)}$ sebagai nilai parameter awal. Selanjutnya pilih matriks definit positif $H^{(0)} = I$.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(4\times4)}$$

Pada setiap t iterasi, langkah selanjutnya adalah menghitung arah perpindahan dengan formula $g^t = -H^t \nabla L(\theta^{(t)})$ di mana gradien awal $\nabla L(\theta^{(0)})$ berisi turunan parsial pertama fungsi log-likelihood terhadap masing-masing parameter, sebagai berikut.

$$g^t = -H \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(4\times4)} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial l(c)}{\partial c} \\ \dfrac{\partial l(\alpha)}{\partial \alpha} \\ \dfrac{\partial l(\beta)}{\partial \beta} \\ \dfrac{\partial l(\gamma)}{\partial \gamma} \end{bmatrix}_{(4\times4)}$$

dan mendapatkan $\theta^{(t+1)}$ dari minimum $L(\theta^{(t)} + \omega\rho^t)$ dimana $\omega \geq 0$. Selanjutnya hitung perubahan parameter $s^t = \theta^{(t+1)} - \theta^{(t)}$ dan perubahan gradien $y^t = \nabla L\left(\theta^{(t+1)}\right) - \nabla L(\theta^{(t)})$ untuk memperbarui matriks H menggunakan persamaan umum BFGS.

$$H^{(t+1)} = (I - \rho^t s^t (y^t)^T)\, H^t\, (I - \rho^t y^t (s^t)^T) + \rho^t s^t (s^t)^T \qquad (3.24)$$

di mana $\rho^t = \frac{1}{(y^t)^T s^t}$. Proses iterasi ini akan terus berlanjut hingga mencapai kriteria konvergensi, yaitu ketika $\left|\left|\theta^{(t+1)} - \theta^{(t)}\right|\right| < \varepsilon$. Dengan ε adalah bilangan yang sangat kecil. Jika $\left|\left|\theta^{(t+1)} - \theta^{(t)}\right|\right|$ tidak memenuhi kriteria kovergen maka dilanjutkan dengan menggunakan metode L-BFGS-B.

2) Iterasi L-BFGS-B

Iterasi L-BFGS-B merupakan modifikasi dari metode BFGS yang mampu menangani permasalahan optimasi dengan batasan $v \leq \delta \leq u$ pada variabel. Perbedaan utama antara BFGS dan L-BFGS-B terdapat pada metode pembaruan matriks Hessian yang diaproksimasi. Pada metode BFGS, pembaruan dilakukan tanpa mempertimbangkan batasan pada parameter. Sementara pada L-BFGS-B, pembaruan matriks Hessian aproksimasi disesuaikan agar tetap berada pada daerah fisibel.

Iterasi L-BFGS-B dimulai dengan menginisialisasi nilai parameter awal $\delta^{(0)}$ yang terdiri dari parameter-parameter model TARCH yang akan di estimasi yaitu $\delta = (c, \alpha, \beta, \gamma)$ di mana parameter ini harus memenuhi batasan $c > 0,\ \alpha_t \geq 0,\ \beta_t \geq 0,\ \gamma_t \geq 0$ dan menentukan integer $m > 0$. Pada setiap iterasi t, matriks $H^{(t)}$ dibentuk sebagai hasil kali antara *scaling factor* $H^{(t)} = \mu^t I$, dimana $\mu^t = \frac{\left(s^{t-1}\right)^T y^{t-1}}{(y^{t-1})^T y^{t-1}}$. Setelah melakukan inisialisasi nilai parameter, langkah selanjutnya yaitu menghitung vektor gradien $\nabla L(\theta^{(t)})$ yang berisi turunan parsial pertama fungsi log-likelihood terhadap masing-masing parameter, sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial l(c)}{\partial c} \\ \frac{\partial l(\alpha)}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta} \\ \frac{\partial l(\gamma)}{\partial \gamma} \end{bmatrix}_{(4\times 4)}$$

Tahapan selanjutnya adalah menentukan arah pencarian menggunakan *two-loop recursion.*

Loop 1 *(Backward):*

Menghitung nilai $q = \nabla L(\theta^{(t)})$ untuk $i = t-1, t-2, \dots, t-m$

di mana pada setiap iterasi dihitung $\alpha^t = \rho^t (s^t)^T q$ dan q diperbarui menjadi $q = q - \alpha^t y^t$.

Loop 2 *(Forward):*

Menghitung nilai $r = H^t q$ untuk $i = t-m, \dots, t-1$

di mana pada setiap iterasi dihitung $\beta = \rho^t (y^t)^T r$ dan r diperbarui menjadi $r = r + s^t(\alpha^t - \beta)$.

dan mendapatkan δ^{t+1} dari minimum $P[\delta^t + \omega\rho^t)$ di mana $\omega \geq 0$ dan P adalah operator proyeksi ke ruang fisibel. Setelah melakukan pembaruan parameter, hitung perubahan parameter $s^t = \delta^{(t+1)} - \delta^{(t)}$ dan perubahan gradien $y^t = \nabla L\left(\delta^{(t+1)}\right) - \nabla L(\delta^{(t)})$.

Untuk mengelola memori yang efisien, algoritma hanya menyimpan m pasang vektor terbaru. Ketika jumlah iterasi t melebihi m. Pasangan vektor lama $\{s^{t-m}, y^{t-m}\}$ akan dihapus dan digantikan oleh pasangan vektor baru $\{s^t, y^t\}$. Selanjutnya, iterasi diperbarui dengan menambah nilai t, dan matriks H^t yang baru dibentuk menggunakan *scaling factor* $H^{(t)} = \mu^t I$, di mana $\mu^t = \frac{\left(s^{t-1}\right)^T y^{t-1}}{(y^{t-1})^T y^{t-1}}$. Proses iterasi ini akan terus berlanjut hingga mencapai kriteria konvergensi, yaitu ketika $\left\|\delta^{(t+1)} - \delta^{(t)}\right\| < \varepsilon$. Dengan ε adalah bilangan yang sangat kecil. Berdasarkan kedua metode iteratif tersebut, diperoleh metode iteratif yang paling tepat untuk mengestimasi parameter adalah L-BFGS-B.

3.5 Teknik Analisis Data

Berikut merupakan teknik analisis yang digunakan pada penelitian ini dengan model VAR-TARCH

1. Menyiapkan data yang akan dianalisis, yang terdiri dari data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG), data Harga Emas Berjangka, data Harga Minyak Mentah WTI Berjangka, dan data nilai tukar Dollar AS terhadap Rupiah Indonesia;
2. Data akan dimodelkan menggunakan model VAR terlebih dahulu. Langkah-langkah dalam memodelkan VAR sebagai berikut:
   2.1. Uji stasioneritas;
   2.2. Pemilihan lag optimal;
   2.3. Uji stabilitas VAR;
   2.4. Estimasi VAR;
   2.5. Uji kausalitas Granger;
   2.6. *Impulse Response Function* (IRF);
   2.7. *Variance Decomposition* (VD);
3. Uji *white noise* pada residual menggunakan uji Ljung-Box;
4. Uji heteroskedastisitas pada residual menggunakan uji efek ARCH-LM;
5. Penaksiran model ARCH/GARCH;
6. Uji signifikansi pada model ARCH/GARCH lalu memilih model ARCH/GARCH terbaik dengan memilih nilai AICc (*Akaike Information Criterion Correction*) terkecil;
7. Uji *Sign Bias Test* (SB Test) untuk mendeteksi efek asimetris (*laverage effect*) pada residual data;
8. Jika terdapat efek asimetris, maka dilakukan penaksiran paramater dan uji signifikansi pada model TARCH;
9. Melakukan peramalan volatilitas berdasarkan model TARCH terbaik;
10. Melakukan peramalan IHSG menggunakan model VAR-TARCH, dengan menggabungkan hasil peramalan IHSG menggunakan model VAR dan hasil peramalan volatilitas menggunakan model TARCH;
11. Evaluasi model berdasarkan nilai MAPE;
12. Kesimpulan.

3.6 Alur Penelitian