

BAB V

SIMPULAN, KETERBATASAN PENELITIAN, IMPLIKASI DAN SARAN

5.1. Simpulan

Berdasarkan temuan dan pembahasan yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, simpulan pada penelitian ini sebagai berikut.

- 5.1.1. Analisis tahap kognitif siswa berdasarkan *Test of Logical Thinking* (TOLT) menunjukkan siswa kelas XI berada pada tahap perkembangan kognitif konkret, transisi, dan formal. Siswa pada tahap konkret menunjukkan keterbatasan dalam menyelesaikan soal penalaran proporsional, probabilitik, korelasional, kontrol variabel, dan kombinatorial. Pada tahap ini, siswa belum mampu menerapkan konsep abstrak, seperti kontrol variabel atau peluang, dan mengandalkan pendekatan deskriptif atau coba-coba. Siswa pada tahap transisi menunjukkan kemampuan logis, seperti mendeskripsikan hubungan antarvariabel dan menggunakan konsep peluang secara sederhana, tetapi masih terdapat kekurangan dalam penerapan konsep yang lebih formal. Siswa pada tahap formal menunjukkan kemampuan berpikir logis yang lebih matang dengan kemampuan menyelesaikan lima indikator penalaran pada TOLT. Siswa pada tahap formal mampu menyelesaikan soal dengan alasan logis yang lebih terstruktur dan menggunakan konsep formal matematika meskipun masih terdapat kesalahan kecil dalam penulisan dan penyelesaian secara sistematis.
- 5.1.2. Hambatan belajar yang dialami oleh siswa pada setiap tahap kognitif memiliki karakteristik yang berbeda-beda. Siswa pada tahap konkret mengalami hambatan ontogenik konseptual, ontogenik instrumental dan didaktis, dan epistemologis. Siswa yang berada pada tahap transisi mengalami hambatan ontogenik konseptual, ontogenik instrumental, dan didaktis. Siswa yang berada pada tahap formal mengalami hambatan ontogenik konseptual dan didaktis.

- 5.1.3. Karakter resiliensi matematis pada siswa tahap konkret menunjukkan bahwa siswa kesulitan untuk memahami manfaat matematika bagi masa depan, merasa kurang percaya diri, dan mudah menyerah saat menghadapi tantangan dalam pembelajaran. Beberapa siswa menunjukkan keinginan untuk berkolaborasi, seperti berdiskusi dengan teman sebaya. Siswa pada tahap transisi mulai menyadari manfaat matematika, tetapi masih merasa ragu dalam memanfaatkan pengalaman kegagalan untuk membangun motivasi diri. Meskipun demikian, siswa pada tahap ini menunjukkan kemajuan dalam daya juang dan kemampuan untuk bekerja keras meskipun mereka masih membutuhkan dorongan untuk menyelesaikan tugas-tugas matematis secara mandiri. Sementara itu, siswa pada tahap formal memiliki keyakinan diri yang lebih tinggi dalam menghadapi tantangan matematika. Mereka memahami pentingnya matematika untuk masa depan dan mampu mencari solusi kreatif meskipun masih ada sedikit hambatan dalam berkolaborasi secara mendalam dengan teman sebaya.
- 5.1.4. *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) dirancang secara bertahap untuk mengintegrasikan konsep fungsi komposisi dan invers, aspek kemampuan penalaran secara aljabar yaitu representasi, generalisasi, dan justifikasi serta indikator resiliensi matematis yang mencakup nilai kegunaan matematika, kolaborasi, dan daya juang siswa. Pada tahap konkret, siswa memulai pembelajaran dengan situasi kontekstual untuk memahami representasi fungsi dan pola dasar secara bertahap. Siswa pada tahap transisi dilibatkan dalam diskusi kelompok untuk mengembangkan generalisasi konsep dan justifikasi logis. Pada tahap formal, siswa diarahkan untuk merepresentasikan solusi matematis yang lebih kompleks dan memberikan justifikasi terhadap langkah-langkah yang mereka lakukan. Resiliensi matematis diperkuat dalam desain didaktis ini melalui aktivitas pembelajaran yang mendorong siswa untuk memahami nilai kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari, berkolaborasi dalam diskusi kelompok, serta memperkuat daya juang mereka dalam menyelesaikan tugas-tugas yang menantang. Selain itu, desain didaktis mengantisipasi

hambatan-hambatan belajar yang dialami siswa. Hambatan ontogenik diatasi dengan pendekatan yang memungkinkan siswa memahami konsep secara bertahap. Hambatan epistemologis diminimalisasi dengan menyediakan berbagai representasi fungsi dan hambatan didaktis ditangani melalui perancangan situasi aksi, formulasi, validasi, dan institusionalisasi yang mendukung pemahaman siswa terhadap konsep yang diajarkan.

- 5.1.5. Setelah implementasi desain didaktis, kemampuan penalaran secara aljabar dapat dijelaskan sebagai berikut: 1) aspek generalisasi menunjukkan perkembangan yang bervariasi di setiap tahap kognitif siswa. Siswa pada tahap konkret menunjukkan upaya awal dalam generalisasi dengan menggunakan alat bantu visual seperti diagram panah, tetapi masih terbatas dalam mencapai hasil generalisasi yang benar. Siswa pada tahap transisi mulai mampu mengenali pola dan menyusun rumus fungsi sederhana, tetapi belum dapat memastikan konsistensi pola dalam berbagai kondisi. Sementara itu, siswa pada tahap formal mampu melakukan generalisasi pola meskipun terdapat kesalahan kecil dalam menyederhanakan atau memformulasikan generalisasi ke dalam bentuk formal. 2) Pada aspek representasi, siswa pada tahap konkret mengalami kesulitan menghubungkan berbagai representasi fungsi, seperti diagram panah, himpunan pasangan berurutan, dan diagram Venn. Siswa pada tahap transisi memiliki kemampuan representasi yang lebih baik, tetapi sering melewatkan penyajian formal yang lengkap, seperti penggunaan notasi matematis yang benar. Sebaliknya, siswa pada tahap formal mampu merepresentasikan fungsi dalam berbagai bentuk meskipun masih terdapat kesalahan teknis dalam notasi formal. 3) Pada aspek justifikasi, siswa pada tahap konkret dan transisi fokus pada prosedur tanpa memberikan alasan logis yang memadai untuk langkah-langkah mereka. Siswa pada tahap formal menunjukkan kemampuan justifikasi yang lebih baik, tetapi terkadang tidak mencakup semua aspek penting dari permasalahan yang diberikan. Secara keseluruhan, efektivitas desain didaktis yang diterapkan

dalam penelitian ini membantu siswa mengatasi hambatan belajar pada ketiga tahap perkembangan kognitif.

5.1.6. Karakter resiliensi matematis siswa berdasarkan tahap kognitif menunjukkan perbedaan yang signifikan sesuai dengan perkembangan kognitif siswa setelah implementasi desain didaktis. Siswa pada tahap konkret memiliki pemahaman awal yang berkembang secara perlahan. Siswa membutuhkan bantuan dari teman atau guru dalam merumuskan dan memvalidasi solusi. Kreativitas dan kemampuan refleksi mereka masih terbatas, tetapi mulai terlihat kesadaran akan pentingnya matematika dalam kehidupan sehari-hari. Siswa pada tahap transisi menunjukkan pemahaman yang lebih baik. Mereka memiliki rasa ingin tahu, kemampuan refleksi, dan usaha dalam menghadapi kegagalan meskipun konsistensi dalam menerapkan strategi dan mengintegrasikan konsep masih menjadi tantangan. Selanjutnya, siswa pada tahap formal memperlihatkan kemampuan refleksi yang mendalam, kreativitas dalam memunculkan solusi baru, dan dapat menghubungkan konsep matematika dengan aplikasi nyata. Mereka lebih percaya diri, konsisten, serta mampu menggunakan pengalaman kegagalan untuk belajar dan memperbaiki diri. Siswa di semua tahap kognitif menunjukkan perkembangan positif, terutama dalam memahami kegunaan matematika, keberanian menghadapi tantangan, dan kemampuan bekerja sama secara aktif.

5.1.7. Penelitian ini telah menghasilkan desain didaktis empiris yang disusun berdasarkan implementasi desain didaktis hipotetik, dengan mempertimbangkan hambatan belajar siswa, tahap perkembangan kognitif, serta aspek penalaran secara aljabar dan resiliensi matematis. Perbaikan desain didaktis empiris meliputi penguatan tujuan pembelajaran, penyempurnaan materi, serta pengembangan situasi didaktik berbasis *Theory of Didactical Situations* (TDS). Selain itu, desain ini mencakup prediksi respons siswa dan strategiantisipasi didaktik pedagogis. Secara keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa desain didaktis empiris yang dikembangkan dapat menjadi pedoman dalam pembelajaran fungsi komposisi

dan invers, serta dapat menjadi referensi dalam perancangan desain didaktis serupa di masa depan.

5.2. Keterbatasan Penelitian

Penelitian ini memiliki keterbatasan yang perlu diperhatikan dalam menafsirkan hasil serta mengembangkan penelitian lanjutan. Keterbatasan dalam penelitian ini adalah sesain didaktis yang dikembangkan dengan mempertimbangkan tahapan perkembangan kognitif siswa, dan mengarah pada prinsip pembelajaran berdiferensiasi, namun realisasi diferensiasi dalam praktik pembelajaran belum dapat terlaksana secara optimal. Hal ini disebabkan oleh keterbatasan waktu, kompleksitas pengelolaan kelas heterogen, serta tantangan dalam merancang aktivitas pembelajaran yang secara sistematis dan konsisten mampu menyesuaikan strategi pengembangan penalaran secara aljabar dan resiliensi matematis pada setiap tahap kognitif siswa.

5.3. Implikasi

Berdasarkan simpulan pada penelitian ini, maka implikasi diuraikan untuk implikasi secara teoritis dan praktis.

5.3.1. Secara Teoretis

1. Profil tahap kognitif siswa memperkaya literatur tentang perkembangan kognitif siswa pada pembelajaran matematika. Dengan demikian, tahap ini dapat mendukung teori perkembangan kognitif dari Piaget terkait tahap kognitif pada siswa SMA.
2. Hambatan belajar pada materi fungsi komposisi dan invers memperkuat teori perkembangan kognitif pada kemampuan penalaran secara aljabar, menegaskan pentingnya pendekatan pembelajaran yang disesuaikan dengan tahap perkembangan siswa. Temuan ini memberikan bukti empiris tentang interaksi hambatan ontogenik, epistemologis, dan didaktis yang memengaruhi pembelajaran matematika. Selain itu, penelitian ini memperkaya literatur tentang desain didaktis berbasis tahap perkembangan kognitif, khususnya dalam pengajaran pada kemampuan

penalaran secara aljabar, dengan memberikan wawasan tentang pengaruh perbedaan tahap perkembangan siswa terhadap pemahaman dan penerapan konsep matematika.

3. Karakter resiliensi matematis siswa memberikan wawasan tentang hubungan antara tahap perkembangan kognitif dan resiliensi matematis, memperkaya literatur pembelajaran berbasis resiliensi di bidang matematika. Secara praktis, temuan ini dapat menjadi panduan bagi guru dalam merancang pembelajaran yang sesuai dengan tahap kognitif siswa untuk meningkatkan resiliensi matematis mereka secara bertahap.
4. Desain didaktis yang dirancang memperkaya literatur tentang pengembangan pembelajaran pada materi fungsi komposisi dan invers berbasis tahap perkembangan kognitif siswa, sekaligus mendukung teori Piaget mengenai perkembangan berpikir logis pada tahap konkret, transisi, dan formal. Penelitian ini memberikan wawasan baru tentang perkembangan pemahaman konsep matematika siswa secara bertahap yang sejalan dengan teori perkembangan kognitif. Dalam praktiknya, desain didaktis ini membantu guru mengatasi hambatan belajar siswa, khususnya pada aspek representasi, justifikasi, dan generalisasi, melalui aktivitas yang dirancang sesuai dengan tahap perkembangan siswa.

5.3.2. Secara Praktis

1. Profil tahap kognitif siswa dapat memberikan panduan praktis bagi guru dalam merancang pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan kognitif siswa. Dengan demikian, tahap ini dapat memberikan wawasan kepada pengembang kurikulum untuk menyusun modul atau bahan ajar yang berbasis tahapan perkembangan kognitif siswa.
2. Hambatan belajar yang dialami siswa dalam materi fungsi komposisi dan invers dapat memberikan wawasan bagi guru dalam merancang strategi pembelajaran yang berfokus pada siswa. Dengan pemahaman tentang hambatan yang dihadapi, guru dapat mengadaptasi pendekatan pembelajaran agar lebih efektif, menyesuaikan dengan tingkat perkembangan kognitif siswa. Hal ini penting karena setiap siswa mungkin

memiliki kesulitan atau cara belajar yang berbeda, dan dengan merancang pembelajaran yang memperhatikan kebutuhan individu, hambatan tersebut dapat diatasi. Penekanan pada kemampuan penalaran secara aljabar dalam konteks ini menunjukkan bahwa, melalui pembelajaran yang tepat, kemampuan siswa dalam memahami konsep aljabar dapat berkembang, mempermudah mereka untuk menguasai materi yang lebih kompleks di kemudian hari.

3. Karakter resiliensi matematis siswa dapat menjadi acuan penting bagi guru dalam merancang pembelajaran yang sesuai dengan tahap perkembangan kognitif siswa, sehingga resiliensi matematis mereka dapat ditingkatkan secara bertahap melalui pendekatan yang terarah. Desain didaktis berbasis tahap kognitif memberikan panduan bagi guru dalam menyusun strategi pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan siswa. Pendekatan ini tidak hanya mendukung pemahaman konsep matematika, tetapi juga meningkatkan resiliensi matematis siswa, terutama dalam mengaplikasikan konsep-konsep matematika ke dalam kehidupan nyata.
4. Desain didaktis yang dirancang dapat menjadi panduan bagi guru dalam meningkatkan efektivitas pembelajaran, terutama dalam pengajaran materi fungsi komposisi dan invers. Fokus pada aspek kemampuan penalaran secara aljabar dan resiliensi matematis dalam desain ini dapat membantu siswa dalam mengatasi hambatan belajar siswa.

5.4. Saran

Berdasarkan implikasi, keterbatasan penelitian dan simpulan yang telah diuraikan, maka saran dalam penelitian ini untuk guru, peneliti selanjutnya dan pembuat kebijakan.

5.4.1. Bagi Guru

Saran untuk guru, secara umum:

1. Berkaitan dengan tahap kognitif siswa, implementasi pendekatan pembelajaran yang disesuaikan dengan tahap perkembangan kognitif siswa dengan fokus pada penerapan konsep-konsep abstrak secara

bertahap bagi siswa pada tahap konkret. Guru perlu memfasilitasi diskusi kolaboratif untuk siswa yang berada pada tahap transisi guna memperdalam pemahaman konsep dan mendukung kemampuan mereka dalam menggeneralisasi prinsip-prinsip logis dalam konteks yang lebih luas. Sementara itu, bagi siswa yang berada pada tahap formal, diperlukan latihan intensif yang mengarah pada peningkatan kemampuan dalam representasi formal dan penyelesaian masalah secara sistematis.

2. Berkaitan dengan kemampuan penalaran secara aljabar, pembelajaran dapat dirancang untuk mendukung siswa sesuai tahap kognitifnya. Bagi siswa tahap konkret, guru dapat mengintegrasikan berbagai representasi fungsi seperti diagram, himpunan, grafik, dan alat bantu visual untuk memperkuat pemahaman konseptual dan membantu memahami generalisasi dalam konteks nyata. Untuk siswa tahap transisi, latihan berbasis konteks dan diskusi reflektif dapat digunakan untuk mendorong eksplorasi pola matematika, justifikasi logis, serta penghubungan antara prosedur dan konsep dasar. Sementara itu, bagi siswa tahap formal, guru dapat memfasilitasi diskusi reflektif terstruktur serta memberikan tugas-tugas kompleks yang memerlukan analisis, pembuktian logis, dan penyelesaian masalah sistematis untuk memperkuat kemampuan berpikir kritis dan abstrak.
3. Berkaitan dengan karakter resiliensi matematis, siswa dimotivasi dengan menekankan manfaat praktis matematika melalui tugas berbasis proyek atau masalah kontekstual yang relevan dengan kehidupan sehari-hari. Pada tahap transisi, aktivitas reflektif digunakan untuk menganalisis pengalaman belajar, termasuk kegagalan, guna membangun motivasi intrinsik dan kepercayaan diri. Bagi siswa tahap formal, tugas kolaboratif tingkat lanjut dirancang untuk menyelesaikan masalah kompleks, mengasah keterampilan berpikir kritis, dan kerja sama. Desain didaktis adaptif yang mendorong refleksi, kreativitas, dan kolaborasi dapat diterapkan untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan

pemecahan masalah, sambil memberikan bimbingan bertahap bagi siswa tahap konkret untuk menginternalisasi konsep abstrak secara bertahap.

4. Berkaitan dengan desain didaktis, guru perlu merancang desain didaktis yang sesuai dengan tahap perkembangan kognitif siswa untuk membantu mengatasi hambatan belajar. Bagi siswa tahap konkret, aktivitas berbasis konteks yang relevan dapat mempermudah pemahaman konsep matematika secara aplikatif. Untuk siswa tahap transisi, diskusi reflektif dapat digunakan untuk mengevaluasi pengalaman belajar dan menemukan strategi yang efektif. Sementara itu, siswa tahap formal akan lebih terbantu dengan tugas kompleks yang menantang untuk mengasah kemampuan berpikir kritis dan pemecahan masalah. Selain menilai hasil akhir, evaluasi pembelajaran sebaiknya mencakup proses berpikir siswa, termasuk representasi, justifikasi, dan generalisasi. Guru disarankan menggunakan rubrik penilaian untuk memberikan umpan balik yang komprehensif. Terakhir, desain didaktis empiris dapat dimanfaatkan sebagai pedoman untuk menciptakan pembelajaran yang terstruktur dan relevan dengan tahap kognitif siswa.

5.4.2. Bagi Peneliti Selanjutnya

Saran untuk peneliti selanjutnya, secara umum:

1. Berkaitan dengan tahap kognitif siswa, perlunya mengeksplorasi hubungan antara profil kognitif siswa dan keberhasilan pembelajaran dalam berbagai konteks, sekaligus mengembangkan perangkat pembelajaran adaptif yang sesuai dengan profil kognitif siswa untuk meningkatkan efektivitas pembelajaran.
2. Berkaitan dengan kemampuan penalaran secara aljabar, penelitian selanjutnya perlu mengeksplorasi hubungan antara hambatan belajar siswa dengan pemahaman konsep fungsi komposisi dan invers, serta mengembangkan model pembelajaran adaptif yang sesuai dengan tahap perkembangan kognitif siswa. Selain itu, studi lanjutan diperlukan untuk mengeksplorasi strategi yang efektif dalam meningkatkan kemampuan

representasi formal siswa, terutama bagi siswa tahap transisi dan konkret. Penelitian ini dapat mencakup pengembangan serta evaluasi metode pembelajaran yang disesuaikan dengan kebutuhan kognitif siswa.

3. Berkaitan dengan resiliensi matematis, penelitian selanjutnya perlu mengeksplorasi hubungan antara resiliensi matematis dan hasil pembelajaran dalam berbagai konteks pendidikan, termasuk perbedaan lingkungan belajar, tingkat kesulitan materi, dan karakteristik siswa. Hal ini bertujuan untuk memahami bagaimana resiliensi matematis memengaruhi keberhasilan siswa dalam memahami konsep, menyelesaikan masalah, dan menghadapi tantangan akademik. Selain itu, penelitian lanjutan dapat dilakukan untuk menguji efektivitas desain didaktis pada materi matematika lainnya dan menganalisis variasi resiliensi matematis siswa di berbagai latar pendidikan. Peneliti selanjutnya dapat menggunakan pendekatan longitudinal untuk memantau perkembangan resiliensi dalam jangka waktu yang lebih panjang dan menilai efektivitas intervensi pembelajaran dalam membentuk ketahanan belajar matematika secara berkelanjutan.
4. Berkaitan dengan desain didaktis, penelitian lanjutan perlu dilakukan untuk mengevaluasi efektivitas desain didaktis yang dimulai dengan menyusun *Hypothetical Learning Trajectories* (HLT) pada berbagai materi matematika. Fokus penelitian dapat mencakup analisis keberhasilan HLT dalam membantu siswa mengatasi hambatan belajar dan meningkatkan pemahaman konsep matematika, sehingga desain didaktis dapat diterapkan secara lebih luas.
5. Berdasarkan keterbatasan penelitian yang telah diuraikan, penelitian selanjutnya dapat mengeksplorasi pendekatan pembelajaran berdiferensiasi yang adaptif, khususnya dalam konteks pengembangan penalaran secara aljabar dan resiliensi matematis yang menyesuaikan kebutuhan belajar setiap tahap perkembangan kognitif siswa.

5.4.3. Bagi Pembuat Kebijakan

Saran untuk pembuat kebijakan, secara umum:

1. Berkaitan dengan tahap kognitif siswa, mendorong pengembangan kurikulum yang adaptif terhadap profil kognitif siswa dengan menyediakan panduan dan sumber daya untuk mendukung implementasi pembelajaran yang sesuai dengan tahap perkembangan kognitif siswa. Kebijakan juga perlu memfasilitasi pelatihan bagi guru dalam merancang dan menerapkan strategi pembelajaran yang berbasis pada kebutuhan individu siswa. Selain itu, pembuat kebijakan disarankan untuk mengintegrasikan pendekatan pembelajaran kontekstual ke dalam kurikulum guna memastikan siswa memiliki kesempatan untuk memahami konsep logis melalui situasi nyata, sekaligus membangun keterampilan reflektif dalam proses pembelajaran.
2. Berkaitan dengan kemampuan penalaran secara aljabar, kebijakan perlu mendukung pengembangan kurikulum dan program pembelajaran yang adaptif terhadap kebutuhan siswa di berbagai tahap perkembangan kognitif. Hal ini mencakup panduan bagi guru untuk merancang pembelajaran yang sistematis guna mengatasi hambatan belajar, khususnya pada konsep fungsi komposisi dan invers. Selain itu, diperlukan kebijakan yang berfokus pada peningkatan kemampuan representasi formal siswa, terutama pada tahap transisi dan konkret, melalui pelatihan guru dan penyediaan sumber daya pembelajaran untuk memperkuat pemahaman konsep matematika abstrak.
3. Kebijakan perlu mendukung penguatan resiliensi matematis siswa sebagai bagian integral dari pembelajaran melalui integrasi strategi pengembangan resiliensi ke dalam kurikulum, pelatihan guru untuk menerapkan pendekatan yang mendukung ketahanan belajar siswa, dan penciptaan lingkungan pembelajaran yang mendorong kepercayaan diri siswa dalam menghadapi tantangan. Selain itu, kebijakan harus mendorong pengembangan dan penerapan desain didaktis yang efektif pada berbagai materi matematika, termasuk pelatihan guru berbasis kebutuhan siswa dan

evaluasi pembelajaran yang mempertimbangkan variasi karakter resiliensi matematis siswa di berbagai konteks pendidikan.

4. Berkaitan dengan desain didaktis, kebijakan perlu mendukung pengembangan dan penerapan desain didaktis yang dimulai dengan penyusunan HLT (*Hypothetical Learning Trajectories*) dalam kurikulum matematika. Hal ini mencakup pelatihan guru untuk mengimplementasikan desain didaktis yang efektif, penyediaan sumber daya pembelajaran seperti alat bantu visual dan panduan penyelesaian, serta pengembangan bahan ajar untuk memfasilitasi eksplorasi HLT pada berbagai materi. Kebijakan juga harus mendorong evaluasi pembelajaran yang menilai proses berpikir siswa, termasuk representasi dan justifikasi, serta mendukung penelitian lanjutan untuk mengevaluasi desain didaktis di berbagai konteks pendidikan.