BAB III

FUZZY ANALYTIC HIERARCHY PROCESS (FAHP)

3.1 *Fuzzy*

Logika Fuzzy adalah peningkatan dari logika Boolean yang berhadapan dengan konsep *kebenaran sebagian*. Saat logika klasik menyatakan bahwa segala hal dapat diekspresikan dalam istilah biner (0 atau 1, hitam atau putih, ya atau tidak), logika fuzzy menggantikan kebenaran boolean dengan tingkat kebenaran.Logika Fuzzy memungkinkan nilai keanggotaan antara 0 dan 1, tingkat keabuan dan juga hitam dan putih, dan dalam bentuk linguistik, konsep tidak pasti seperti "sedikit", "lumayan", dan "sangat". Logika ini berhubungan dengan set fuzzy dan teori kemungkinan. Logika fuzzy diperkenalkan oleh Lotfi Zadeh dari Universitas California, Berkeley pada 1965.

Logika fuzzy dan logika probabilitas secara matematis sama - keduanya mempunyai nilai kebenaran yang berkisar antara 0 dan 1 - namun secara konsep berbeda. Logika fuzzy berbicara mengenai "derajat kebenaran", sedangkan logika probabilitas mengenai "probabilitas, kecenderungan". Karena kedua hal itu berbeda, logika fuzzy dan logika probabilitas mempunyai contoh penerapan dalam dunia nyata yang berbeda.
(Wikipedia Indonesia)

3.1.1 Alasan Digunakan Logika *Fuzzy*

Alasan digunakan logika *fuzzy* (Cox, 1994 dalam Kusumadewi, 2010) yaitu:

1. Konsep logika *fuzzy* mudah dimengerti. Karena logika *fuzzy* menggunakan dasar teori himpunan, maka konsep matematis yang didasari penalaran *fuzzy* tersebut cukup mudah untuk dimengerti.

2. Logika *fuzzy* sangat fleksibel, artinya mapu beradaptasi dengan perubahan-perubahan dan ketidakpastian yang disertai permasalahan.
3. Logika *fuzzy* memiliki toleransi terhadap data yang tidak tepat. Jika diberikan sekelompok data yang cukup homogen, dan kemudian ada beberapa data yang "ekslusif", maka logika *fuzzy* memiliki kemampuan untuk menangani data ekslusif tersebut.
4. Logika *fuzzy* mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear yang sangan kompleks.
5. Logika *fuzzy* dapat membangun dan mengaplikasikan pengalaman-pengalaman para pakar secara langsung tanpa harus melalui proses pelatihan. Dalam hal ini, sering dikenal dengan nama *Fuzzy Expert Systems* menjadi bagian terpenting.
6. Logika *fuzzy* dapat bekerja sama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional. Hal ini umumnya terjadi pada aplikasi di bidang teknik mesin maupun teknik elektro.
7. Logika *fuzzy* didasarkan pada bahasa alami. Logika *fuzzy* menggunakan bahasa sehari-hari sehingga mudah dimengerti.

3.1.2 *Fuzzy Analytic Hierarchy Process* (FAHP)

Metode AHP dikembangkan oleh Thomas L. Saaty, seorang matematikawan di Universitas Pittsburgh Amerika Serikat sekitar tahun 1970. AHP digunakan karena sangat penting untuk formalisasi masalah yang kompleks dengan menggunakan struktur hirarki(Gugor *et al*, 2009).

Kelemahan pada Metode AHP yaitu permasalan terhadap kriteria yang memiliki sikap subjektif yang lebih banyak oleh karena itu, dengan menggunakan pendekatan *Fuzzy* maka permasalahan terhadap kriteria bisa lebih di pandang secara objektif dan akurat. Ketidakpastian bilangan direpresentasikan dengan urutan skala. Untuk menentukan derajat keanggotaan pada Metode FAHP, digunakan aturan fungsi dalam bentuk bilangan *Fuzzy* segitiga atau *Triangular Fuzzy Number* (TFN) yang disusun berdasarkan himpunan linguistik (Afrianty, 2013).

3.1.3 *Tringular Fuzzy Number* (TFN)

TFN dapat menunjukkan kesubjektifan perbandingan berpasangan atau dapat menunjukkan derajat yang pasti dari ketidakpastian (kekaburan). TFN digunakan untuk menggambarkan variaber-variabel linguistik secara pasti. TFN disimbolkan dengan $\widetilde{M} = (l, m, u)$, dimana $l \leq m \leq u$ dan l adalah nilai terendah, m adalah nilai tengah, u adalah nilai teratas. Tabel berikut memperlihatkan TFN yang digunakan untuk keperluan dalam matriks perbandingan berpasangan.

Tabel 3.1 Fungsi Keanggotaan Bilangan *Fuzzy*

Definisi	TFN
Mutlak lebih penting	(7, 9, 9)
Sangat penting	(5, 7, 9)
Lebih penting	(3, 5, 7)
Sedikit lebih penting	(1, 3, 5)
Sama penting	(1, 1, 3)

Sumber: M.L.Chuang, J.H.Liou, 2008

Jika kita misalkan terdapat 2 TFN yaitu $M_1 = (l_1, m_1, u_1)$ dan $M_2 = (l_2, m_2, u_2)$ maka operasi aritmatika TFN adalah:

$$M_1 \oplus M_2 = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2) \quad \text{... (3.1)}$$

$$M_1 \otimes M_2 = (l_1 l_2, m_1 m_2, u_1 u_2) \quad \text{... (3.2)}$$

$$M_1^{-1} = \left(\frac{1}{u_1}, \frac{1}{m_1}, \frac{1}{l_1}\right) \quad \text{... (3.3)}$$

3.2 *Screening Criteria*

Screening Criteria dilakukan untuk memilih kriteria yang dianggap penting dalam memilih alternatif terbaik. Tahapan *screening criteria* menggunakan metode dari Liu dan Wang (1992) (Yayin, 2011), yaitu:

a. Identifikasi seluruh kriteria

b. Menghitung bobot rata-rata tiap kriteria:

$$\widetilde{W}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} L_{ij}}{n} \quad \text{... (3.4)}$$

Keterangan:

L_{ij} = evaluasi linguistik kriteria *i* oleh pengambil keputusan ke-*j*

n = jumlah pengambil keputusan

c. Mengeliminasi kriteria yang tidak penting

Untuk mengeliminasi kriteria yang tidak diperlukan nilai bobot minimum rata-rata yang diterima untuk seluruh kriteria:

$$\tilde{R}_\delta = \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{R}_j}{n} \quad \text{... (3.5)}$$

Keterangan:

$\tilde{R}_j$ = bobot minimum yang diterima tiap kriteria

Jikabobot kriteria $\widetilde{W}_i$ lebih kecil dari $\tilde{R}_\delta$ maka kriteria tesebut harus dieliminasi.

3.3 Konsistensi

Dalam penilaian perbandingan berpasangan sering terjadi ketidakkonsistenan dari pendapat/prefensi yang diberikan oleh pengambil keputusan. Berdasarkan kondisi ini maka pembuat keputusan dapat menyatakan persepsinya akan konsisten atau tidak.

Konsistensi dari penilaian berpasangan dievaluasi denga menghitung *Consistency Ratio* (CR). Saaty menetapkan apabila CR ≤ 0,1 maka hasil penilaian dikatakan konsisten.

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad \text{... (3.6)}$$

dimana CI = *Consistency Index* dan RI = *Random Consistency Index.*

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n-1} \quad \text{... (3.7)}$$

dimana λ_{max} = nilai maksimum dari *eigen value* berordo n.

Eigen value maksimum didapat dengan menjumlahkan hasil perkalian matriks perbandingan dengan *eigen vector* utama (vektor prioritas) dan membaginya dengan jumlah elemen. Nilai CI tidak akan berarti bila tidak terdapat acuan untuk menyatakan apakah CI menunjukka suatu matriks yang konsisten atau tidak konsisten.

Saaty mendapatkan nilai rata-rata RI seperti pada tabel berikut:

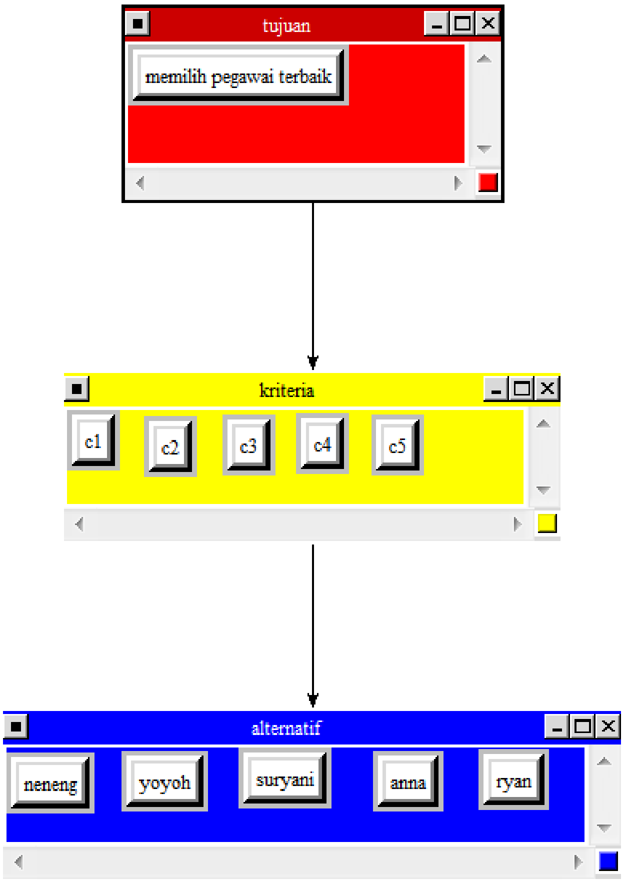
Tabel 3.2 Nilai Random Indeks (RI)

Ordo matriks	1,2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0,52	0,89	1,12	1,25	1,35	1,4	1,45	1,49

3.4 Langkah-langkah FAHP

Langkah-langkah dalam FAHP (Chang, 1996):

1. Mendefinisikan masalah dan menentukan solusi yang diinginkan
2. *Screening Criteria*
3. Merumuskan masalah kedalam struktur hirarki



Gambar 3.1 Struktur Hirarki

4. Membentuk matriks perbandingan berpasangan
5. Uji konsistensi
6. Pembobotan kriteria dan alternatif menggunakan *fuzzy synthetic extent*
   a. Menentukan nilai sintesis *fuzzy* (Si) prioritas dengan rumus:

$$S_i = \sum_{j=1}^{m} M_{gi}^{j} \otimes \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} M_{gi}^{j}\right]^{-1} \quad \text{... (3.8)}$$

Dimana:

S_i = nilai *fuzzy synthetic extent* untuk *i*-objek

$\sum_{j=1}^{m} M_{gi}^{j}$ = menjumlahkan nilai sel pada kolom yang dimulai dari kolom 1 di setiap baris matriks

j= kolom

i= baris

M= bilangan TFN

m= jumlah kriteria

g= parameter (l, m, u)

Untuk memperoleh $\sum_{j=1}^{m} M_{gi}^{j}$, dilakukan operasi penjumlahan untuk keseluruhan bilangan TFN dalam matriks keputusan (n x m), sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^{m} M_{gi}^{j} = \left(\sum_{j=1}^{m} l_j , \sum_{j=1}^{m} m_j , \sum_{j=1}^{m} u_j\right) \qquad \text{... (3.9)}$$

Dimana:

$\sum_{j=1}^{m} l_j$ = jumlah sel pada kolom pertama matriks (nilai lower)

$\sum_{j=1}^{m} m_j$ = jumlah sel pada kolom kedua matriks (nilai median)

$\sum_{j=1}^{m} u_j$ = jumlah sel pada kolom ketiga matriks (nilai upper)

Kemudian dilakukan penjumlahan terhadap M_{gi}^{j} sehingga dapat dilihat persamaan berikut:

$$\left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} M^j g^i\right] = \left(\sum_{i=1}^{n} l_i , \sum_{i=1}^{n} m_i , \sum_{i=1}^{n} u_i\right) \qquad \text{... (3.10)}$$

Selanjutnya untuk memperoleh invers dari persamaan (3.8) dapat dilakukan dengan cara menggunakan operasi aritmatika TFN pada persamaan (3.3):

$$\left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} M_{gi}^{j}\right]^{-1} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} u_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} l_i}\right) \qquad \text{... (3.11)}$$

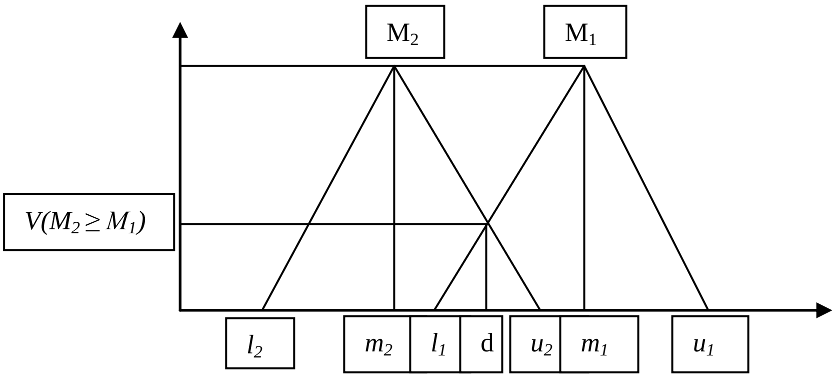
b. Perbandingan tingkat kemungkinan antara bilangan *fuzzy*. Digunakan untuk nilai bobot pada masing-masing kriteria. Untuk 2 bilangan TFN $M_1 = (l_1, m_1, u_1)$ dan $M_2 = (l_2, m_2, u_2)$, dengan tingkat kemungkinan $M_1 \geq M_2$ didefinisikan sebagai berikut:

$$V(M_1 \geq M_2) = sup[min(\mu_{M_1}(x), \mu_{M_2}(y))],\ y \geq x \qquad \text{... (3.12)}$$

Tingkat kemungkinan untuk bilangan *fuzzy* konveks dapat diperoleh dengan persamaan berikut:

$$V(M_2 \geq M_1) = \begin{cases} 1; jika\ m_2 \geq m_1 \\ 0; jika\ l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}; untuk\ kondisi\ lainnya \end{cases} \quad \text{... (3.13)}$$

Perbandingan 2 bilangan TFN dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.2 Perpotongan antara *M_1*dan *M_2*(Chang, 1996)

d merupakan ordinat titik perpotongan tertinggi antara μ_{M_1} dan μ_{M_2}, dan untuk membandingkan $M_1 = (l_1, m_1, u_1)$ dan $M_2 = (l_2, m_2, u_2)$ kita memerlukan nilai-nilai dari $V(M_1 \geq M_2)$ dan $V(M_2 \geq M_1)$.

c. Jika hasil nilai *fuzzy* lebih besar dari nilai k *fuzzy*, M_i , dimana $i = 1, 2, ..., k$, yang dapat ditentukan dengan menggunakan operasi max dan min sebagai berikut:

$$V(M \geq M_1, M_2, ..., M_k) = V(M \geq M_1)\ dan\ V(M \geq M_2)\ dan\ ...\ dan\ V(M \geq M_k)$$
$$= min V(M \geq M_i), i = 1, 2, ..., k \quad \text{... (3.14)}$$

Diasumsikan bahwa:

$$d'(A_1) = min V(S_i \geq S_k) \text{ untuk } k = 1, 2, ..., n\ ;\ k \neq i \quad \text{... (3.15)}$$

Maka nilai vektor bobot didefinisikan sebagai berikut:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), ..., d'(A_n))^T \quad \text{... (3.16)}$$

d. Normalisasi nilai vektor atau nilai prioritas kriteria yang telah diperoleh pada persamaan 3.16, perumusan normalisasinya adalah:

$$d(A_n) = \frac{d'(A_n)}{\sum_{i=1}^{n} d'(A_n)} \quad \text{... (3.17)}$$

Normalisasi bobot ini akan dilakukan agar nilai dalam vektor diperbolehkan menjadi analog bobot dan terdiri dari bilangan yang non-*fuzzy*. Bentuknya adalah:

$$W = (d(A_1), d(A_2), ..., d(A_n))^T \qquad ... (3.18)$$