BAB III
METODE *FUZZY* ANP DAN TOPSIS

3.1 Penggunaan Konsep *Fuzzy*

Apabila skala penilaian menggunakan variabel linguistik maka harus dilakukan proses pengubahan variabel linguistik ke dalam bilangan *fuzzy*. Bilangan yang biasa digunakan adalah *Triangular Fuzzy Number* (TFN). Hal ini dikarenakan TFN memiliki kurva keanggotaan yang sederhana namun sudah cukup representatif untuk menjelaskan ketidakpastian dalam variabel linguistik.

Bilangan *fuzzy* adalah subset dari bilangan real yang merepresentasikan ide pengembangan dari interval kepercayaan. Bilangan yang digunakan untuk mengatasi konsep ketidakpastian adalah *Triangular Fuzzy Number* (Kaur, P dan Mahanti, N.C, 2008). Laarhoven dan Pedrycz (Kiris, 2013) menyatakan bahwa *Triangular Fuzzy Number* (TFN) harus memiliki ciri-ciri dasar sebagai berikut:
sebuah bilangan *fuzzy* $\tilde{A}$ dalam *R* merupakan TFN jika fungsi keanggotaannya $\mu_{\tilde{A}} : R \ ,[0,1]$ adalah

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-l}{m-l} & ; l \le x \le m \ \ , l \ne m \\ \frac{u-x}{u-m} & ; m \le x \le u \ , m \ne u \\ 0 & ; \ lainnya \end{cases} \qquad ...(3.1)$$

dengan *l* adalah batas bawah dan *u* adalah batas atas dari bilangan *fuzzy* $\tilde{A}$, dan *m* adalah nilai tengah.

TFN dapat dinotasikan dengan $\tilde{A} = (l, m, u)$ dan operasi yang berlaku untuk dua TFN $\tilde{A}_1 = (l_1, m_1, u_1)$ dan $\tilde{A}_2 = (l_2, m_2, u_2)$ seperti yang ditunjukkan oleh Chen dan Hwang's (1993):

a. Penjumlahan bilangan *fuzzy*

$$\tilde{A}_1 \oplus \tilde{A}_2 = (l_1, m_1, u_1) \oplus (l_2, m_2, u_2) = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2) \quad ...(3.2)$$

b. Pengurangan bilangan *fuzzy*

$$\tilde{A}_1 \ominus \tilde{A}_2 = (l_1, m_1, u_1) \ominus (l_2, m_2, u_2) = (l_1 - l_2, m_1 - m_2, u_1 - u_2) \quad ...(3.3)$$

c. Perkalian bilangan *fuzzy*

$$\tilde{A}_1 \otimes \tilde{A}_2 = (l_1, m_1, u_1) \otimes (l_2, m_2, u_2) = (l_1 l_2, m_1 m_2, u_1 u_2) \quad ...(3.4)$$

d. Pembagian bilangan *fuzzy*

$$\tilde{A}_1 \oslash \tilde{A}_2 = (l_1, m_1, u_1) \oslash (l_2, m_2, u_2) = (l_1/u_2, m_1/m_2, u_1/l_2) \quad ...(3.5)$$

e. Invers bilangan *fuzzy*

$$\tilde{A}_1^{-1} = (l_1, m_1, u_1)^{-1} = (1/u_1, 1/m_1, 1/l_1) \quad ...(3.6)$$

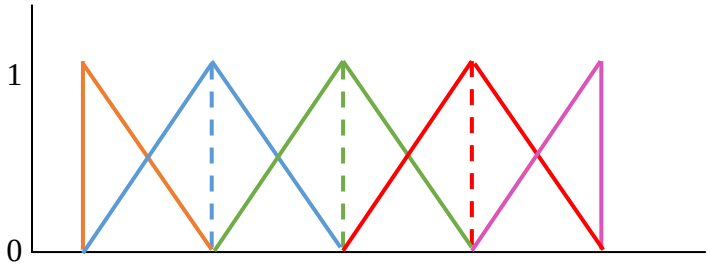
Variabel linguistik digunakan untuk menilai rating alternatif dan kriteria yang diberikan oleh pengambil keputusan dalam perbandingan berpasangan. Dalam penyusunan skala kepentingan, digunakan patokan skala Saaty yang ditransformasikan menjadi *triangular fuzzy number*. Berikut ini adalah skala yang digunakan:

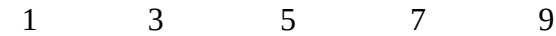
Tabel 3.1 Variabel Linguistik Skala *Fuzzy*

(*Fuzzy number*) Penyesuaian terhadap skala Saaty	TFN	Skala linguistik untuk bobot relatif dari kriteria	Skala linguistik untuk nilai *performance* dari alternatif
$\tilde{9}$	(7,9,9)	Mutlak lebih penting	Sangat baik
$\tilde{7}$	(5,7,9)	Sangat lebih penting	Baik
$\tilde{5}$	(3,5,7)	lebih penting	Sedang
$\tilde{3}$	(1,3,5)	Sedikit penting	Buruk
$\tilde{1}$	(1,1,3)	Sama penting	Sangat buruk

Sumber: Tesis Teknik Industri ITS (Yayin, 2011)

Kurva fungsi keanggotaan untuk skala di atas dapat digambarkan sebagai berikut:





Gambar 3.1 Kurva Fungsi Keanggotaan untuk Skala Penilaian

Pada proses awal data yang diolah dalam bentuk bilangan *fuzzy* dan outputnya pun dalam bentuk bilangan *fuzzy*, sedangkan input untuk proses selanjutnya menggunakan bilangan real. Oleh karena itu dilakukan proses pemetaan bilangan *fuzzy* ke dalam bentuk bilangan real menggunakan metode rata-rata geometri yang dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$w_i = \sqrt[3]{w_i^l \cdot w_i^m \cdot w_i^u} \qquad ...(3.7)$$

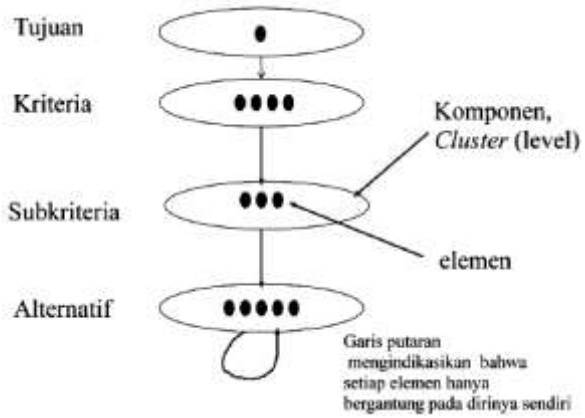
3.2 *Analytic Network Process*

Analytic Network Process (ANP) adalah suatu metode pendekatan kualitatif yang merupakan pengembangan dari metode sebelumnya yaitu AHP. ANP merupakan teori matematis yang memungkinkan pengambil keputusan menghadapi faktor-faktor yang saling berhubungan (*dependence*) serta umpan balik (*feedback*) secara sistematik (Tanjung dan Devi, 2010).

Dibandingkan dengan AHP, ANP memiliki keunggulan konsep yang sederhana dan adanya sintesis lebih dalam terhadap faktor atau kriteria keputusan, kelebihan lainnya adalah memberikan hasil perbandingan yang lebih objektif, kemampuan prediktif yang lebih akurat, dan hasil yang lebih stabil (Tanjung dan Devi, 2013). ANP lebih bersifat general karena menggunakan jaringan yang di dalamnya tidak hanya menggambarkan hirarki yang berlevel tetapi terdapat hubungan antar kriteria dalam level itu sendiri atau adanya *feedback*. Oleh karena itu metode ANP lebih umum diaplikasikan dalam berbagai hal seperti masalah pengambilan keputusan, alokasi sumberdaya, *strategizing*, peramalan, evaluasi, dan lainnya.

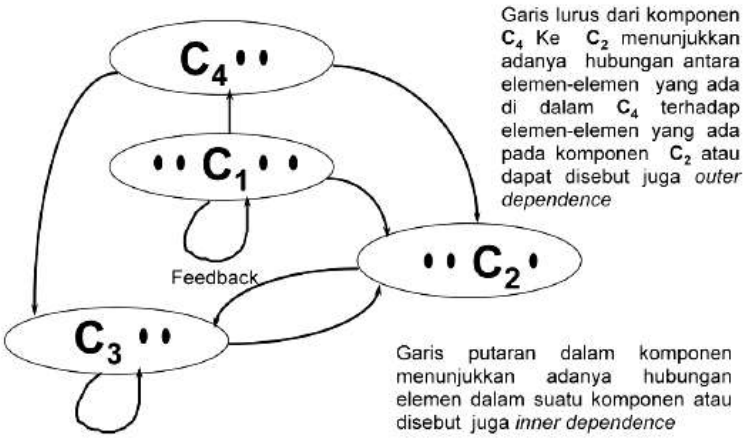
Dalam analisis ANP, bentuk jaringan berupa hirarki yang dikembangkan dengan jaringan *feedback*. Perbedaan jaringan ANP dengan AHP adalah istilah level pada AHP dalam ANP disebut kelas (*cluster*) yang di dalamnya dapat memiliki alternatif dan kriteria.

Gambar suatu jaringan dapat dibentuk seperti di bawah ini:



Gambar 3.2 Jaringan Hirarki

Gambar 3.2 merupakan analisa dengan pendekatan jaringan hirarki. Tidak ada aturan baku dalam penyusunan jaringan, akan tetapi harus sesuai dengan masalah yang dihadapi dan keputusan yang akan diambil. Adapun jaringan *feedback* digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.3 Jaringan *Feedback*

Pada jaringan *feedback* suatu elemen dapat tergantung pada elemen-elemen lain yang ada dalam satu komponen yang sama atau komponen lainnya. Oleh karena

itu jaringan *feedback* lebih dapat menggambarkan kondisi masalah yang kompleks. Sebagaimana ditunjukkan pada garis lurus yang menghubungkan antara C4 ke *cluster* lain (C2 dan C3) disebut *outer dependence*. Sedangkan elemen-elemen yang akan dibandingkan berada pada komponen yang sama sehingga pada elemen tersebut membentuk hubungan "garis putaran" maka disebut *inner dependence* (Saaty dan Vargas, 2006).

3.2.1 Landasan ANP

ANP merupakan metode pendekatan kualitatif dimana peneliti harus mencari data primer karena ketersediaan informasi yang kurang (Yulianti, 2013). Oleh sebab itu, ANP mempunyai tiga aksioma yang menjadi landasan teorinya. Aksioma ini berfungsi untuk memperkuat suatu pernyataan agar dapat dilihat kebenarannya tanpa diperlihatkan buktinya.

Menurut Ascarya (Tanjung dan Devi, 2013 : 219), tiga aksioma ANP adalah sebagai berikut:

a. Resiprokal

   Jika aktivitas X memiliki tingkat kepentingan 6 kali lebih besar dari aktivitas Y, maka aktivitas Y 1/6 dari aktivitas X.

b. Homogenitas

   Aksioma ini menyatakan bahwa elemen-elemen yang dibandingkan tidak memiliki perbedaan terlalu besar. Jika perbandingan terlalu besar, maka akan berdampak pada kesalahan penilaian yang lebih besar.

c. Setiap elemen dan komponen yang digambarkan dalam jaringan kerangka kerja, baik hirarki maupun *feedback* betul-betul dapat mewakili dan sesuai dengan kondisi yang ada sehingga hasilnya sesuai dengan yang diharapkan.

3.2.2 Konsistensi dalam ANP

Ma'arif dan Hendri membagi konsistensi dalam ANP menjadi dua (Tanjung dan Devi, 2013). Pertama, konsistensi diukur berdasarkan elemen-elemen yang

akan dibandingkan. Seorang peneliti harus mampu mengelompokkan elemen-elemen dalam satu kriteria (komponen) tertentu dan meminimalisir terjadinya ambiguitas agar tidak terdapat kesalahan tafsir oleh pembaca (responden). Kedua, konsistensi ketika akan melakukan perbandingan berpasangan. Penilaian perbandingan berpasangan akan selalu konsisten jika elemen yang dibandingkan hanya dua. Akan lebih sulit untuk konsisten jika komponen yang dibandingkan lebih dari dua. Misalnya, jika X enam kali lebih besar daripada Y, Y tiga kali lebih besar daripada Z, maka seharusnya X 18 kali lebih besar daripada Z. Jika X dinilai 8 kali lebih besar daripada Z, maka penilaian komparasi perbandingan tersebut menjadi tidak konsisten sehingga perlu proses penilaian ulang sampai dihasilkan penilaian yang konsisten.

Saaty (Yulianti, 2013) berpendapat bahwa suatu matriks yang dihasilkan dari perbandingan yang dilakukan secara acak merupakan suatu matriks yang mutlak tidak konsisten. Dari matriks acak tersebut diperoleh nilai *Consistency Index* (CI) dan *Random Index* (RI). Patokan untuk menentukan konsistensi diperoleh dari membandingkan nilai CI dan RI. Pengukuran konsistensi ini dilakukan untuk mengetahui konsistensi jawaban yang berpengaruh terhadap hasil. Persamaan yang digunakan untuk mengukur konsistensi adalah sebagai berikut:

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n-1} \quad ...(3.8)$$

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad ...(3.9)$$

λ_{max} adalah nilai eigen terbesar dari suatu matriks yang diperoleh melalui pehitungan bobot prioritas menggunakan persamaan di bawah ini:

$$A \cdot w = \lambda_{max} \cdot W \quad ...(3.10)$$

n adalah ukuran matriks. Adapun RI merupakan nilai random indeks yang dikeluarkan oleh Oarkridge Laboratory sebagai berikut:

Tabel 3.2 Random Indeks

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

RI	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,48

Jika CR = 0 maka dikatakan konsisten, jika CR ≤ 0,1 maka dikatakan cukup konsisten, dan jika CR > 0,1 maka dikatakan sangat tidak konsisten (Kusumadewi, 2006).

3.2.3 Struktur Jaringan ANP

Ada beberapa bentuk struktur jaringan ANP diantaranya: hirarki, holarki, BOCR (*Benefit-Opportunity-Cost-Risk*), dan jaringan secara umum. Bentuk jaringan umum lebih banyak digunakan karena lebih leluasa dalam membuat jaringan, tidak ada ketentuan khusus. Jaringan umum dapat dibuat sederhana maupun kompleks tergantung masalah yang dihadapi. Pembuatan jaringan secara umum dapat digunakan asalkan memenuhi syarat ANP yang berlaku yaitu terdapat beberapa *cluster* dan *node*, jaringan *dependence* dan jaringan *feedback*.

Jaringan umum menunjukkan bahwa satu *cluster* ke *cluster* lainnya memiliki hubungan dependensi (*innerdependence*), begitu juga dalam jaringan *feedback*. Hubungan *innerdependence* menunjukkan bahwa *node* dalam satu *cluster* memiliki hubungan dengan *node* lainnya dalam *cluster* yang sama. Sedangkan jaringan *feedback* menunjukkan bahwa antara satu *cluster* dengan *cluster* lainnya memiliki hubungan yang saling mempengaruhi (Tanjung dan Devi, 2013).

3.2.4 Tahapan ANP

Proses ANP meliputi beberapa tahapan sebagai berikut (Rezaeiniya, 2014):

a. Membentuk struktur jaringan

   Menentukan kriteria, *cluster*, dan alternatif yang akan dibuat dalam jaringan. Jaringan dibentuk berdasarkan informasi hubungan ketergantungan antara kriteria, *cluster* dan alternatif.

b. Membentuk matriks perbandingan berpasangan dan menghitung vektor prioritas atau bobot.

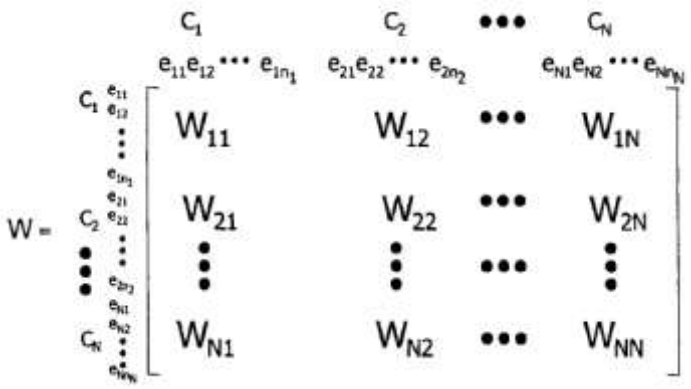
Dalam ANP setiap pengambil keputusan harus membuat perbandingan kepentingan antar seluruh elemen untuk setiap level dalam bentuk berpasangan. Perbandingan tersebut ditransformasikan ke dalam bentuk matriks A. Jika ada n elemen yang dibandingkan maka matriks A yang terbentuk seperti pada persamaan (3.11).

$$A = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \cdots & \frac{w_2}{w_n} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{...(3.11)}$$

a_{ij} merepresentasikan nilai kepentingan relatif dari elemen pada baris ke-i terhadap elemen pada baris ke-j. Jika matriks perbandingan telah lengkap maka vektor prioritas dihitung menggunakan persamaan (3.10) dimana A adalah matriks perbandingan berpasangan, λ_{max} adalah nilai eigen terbesar dari A, dan vektor eigen adalah bobot prioritas untuk suatu matriks yang kemudian digunakan dalam penyusunan supermatriks.

c. Membentuk supermatriks

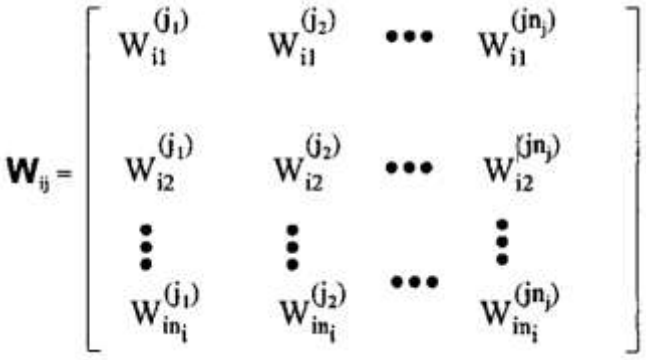
Supermatriks berisi nilai vektor prioritas lokal hasil dari perbandingan berpasangan. Supermatiks memiliki tiga tahap, yang pertama *Unweighted supermatix* berisi nilai vektor prioritas. Kedua, *Weighted Supermatrix* yang diperoleh dengan cara mengalikan semua elemen pada *unweighted supermatrix* dengan nilai yang terdapat dalam matriks *cluster* yang sesuai sehingga setiap kolom memiliki jumlah satu. ketiga *limit supermatrix* yang diperoleh dengan menaikkan bobot *weighted supermatrix* yaitu mengalikan supermatriks tersebut dengan dirinya sendiri sampai beberapa kali. Ketika bobot pada setiap kolom memiliki nilai yang sama, maka *limit supermatrix* sudah didapatkan. Bentuk dasar dari supermatriks seperti di bawah ini:



...(3.12)

c_h menunjukkan *cluster* ke-*h* dimana *h=1,2,…, N* dengan jumlah elemen sebanyak nh yang dinotasikan dengan $e_{h1}, e_{h2}, \dots, e_{hn_h}$.

Blok *i,j* dari matriks di atas adalah:



...(3.13)

Masing-masing kolom W_{ij} merupakan vektor eigen utama dari pengaruh elemen dalam komponen ke-*i* pada suatu elemen pada komponen ke-*j*. nilai nol pada matriks menunjukkan tidak ada pengaruh atau kepentingan pada elemen tersebut.

3.3 TOPSIS

3.3.1 Pengertian TOPSIS

Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS) merupakan suatu metode untuk membantu pengambilan keputusan dimana alternatif yang dipilih berdasarkan beberapa kriteria tertentu. Seperti yang

dikatakan Ashtiani bahwa TOPSIS adalah metode beberapa kriteria untuk mengidentifikasi solusi dari satu set alternatif terbatas (Wulandari, 2013). Metode ini dikembangkan oleh Hwang dan Yune pada tahun 1981 untuk menyelesaikan masalah MCDM dan didasarkan pada pengambilan solusi yang ideal. Pada metode TOPSIS alternatif solusi yang dipiilih harus mempunyai jarak terpendek dari solusi ideal positif dan mempunyai jarak terpanjang dari solusi ideal negatif (Beig *et al*, 2012).

Metode TOPSIS banyak digunakan karena konsepnya sederhana dan mudah dipahami; komputasinya efisien; dan memiliki kemampuan untuk mengukur kinerja relatif dari alternatif-alternatif keputusan dalam bentuk matematis yang sederhana (Kusumadewi, 2006).

3.3.2 Prosedur TOPSIS

Secara umum prosedur TOPSIS meliputi langkah-langkah sebagai berikut:

a. Membuat matriks keputusan untuk alternatif
b. Menghitung matriks keputusan ternormalisasi r_{ij}

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^{\,2}}} \qquad ...(3.14)$$

Dengan $i = 1,2,..,m$ dan $j = 1,2,...,n$

c. Menghitung matriks keputusan yang ternormalisasi terbobot (y_{ij})

$$y_{ij} = w_{ij} r_{ij} \qquad ...(3.15)$$

w_{ij} merupakan bobot bagi setiap alternatif yang diperoleh dari pembobotan *fuzzy* ANP.

d. Menentukan solusi ideal positif dan solusi ideal negatif ($V^+ \; dan \; V^-$)

$$V^+ = (y_1^{\,+}, y_2^{\,+}, \dots, y_n^{\,+}) \qquad ...(3.16)$$

$$V^- = (y_1^{\,-}, y_2^{\,-}, \dots, y_n^{\,-}) \qquad ...(3.17)$$

Dengan $y_j^{\,+} = \max y_{ij}$ dan $y_j^{\,-} = \min y_{ij}$

e. Menentukan jarak solusi ideal positif dan jarak solusi ideal negatif ($D_i^+ \; dan \; D_i^-$)

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(y_i^+ - y_{ij})^2} \quad ...(3.18)$$

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - y_i^-)^2} \quad ...(3.19)$$

f. Menentukan nilai preferensi untuk setiap alternatif

Nilai preferensi untuk setiap alternatif diberikan sebagai:

$$V_i = \frac{D_i^-}{D_i^- + D_i^+} \quad ; i = 1,2,...,m \quad ...(3.20)$$

Nilai V_i yang lebih besar menunjukkan bahwa alternatif A_i yang lebih baik untuk dipilih.

3.4 *Fuzzy* ANP dan TOPSIS

Metode *fuzzy* ANP dan TOPSIS merupakan metode gabungan antara metode ANP dan metode TOPSIS melalui pendekatan konsep himpunan *fuzzy*. Konsep *fuzzy* digunakan pada tahap penilaian kriteria dan alternatif, metode ANP sebagai cara untuk memperoleh bobot dari setiap kriteria yang selanjutnya akan digunakan pada tahap perankingan alternatif menggunakan metode TOPSIS.

Tahapan dari metode *fuzzy* ANP dan TOPSIS adalah:

1. Menentukan rumusan masalah yang dihadapi

   Pada tahap pertama yang dilakukan adalah menentukan fokus masalah yang akan dihadapi dan tujuan yang ingin dicapai. Identifikasi masalah berdasarkan kondisi perusahaan dianalisis menggunakan teknik analisis SWOT yakni mengidentifikasi kekuatan, kelemahan, peluang, dan ancaman.
2. Menetapkan kriteria strategi pemasaran yang baik

Penetapan kriteria didasarkan pada studi literatur yang sesuai dan ditetapkan atas kebijakan pengambil keputusan. Pada tahap ini dilakukan *screening criteria* untuk memilih kriteria yang dianggap penting dalam menilai alternatif terbaik. Tahapan *screening criteria* menggunakan metode dari Liu dan Wang (1992) (Yayin, 2011), yaitu:

a. Identifikasi seluruh kriteria
b. Menghitung bobot rata-rata tiap kriteria

$$\widetilde{W}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} L_{ij}}{n} \quad \text{...(3.21)}$$

Keterangan:

L_{ij} : evaluasi linguistik kriteria *i* oleh pengambil keputusan ke *j*

n : jumlah pengambil keputusan

c. Mengeliminasi kriteria yang tidak penting

untuk mengeliminasi kriteria diperlukan nilai bobot minimum rata-rata yang diterima untuk seluruh kriteria

$$\tilde{R}_\delta = \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{R}_j}{n} \quad \text{...(3.22)}$$

Keterangan:

$\tilde{R}_j$: bobot minimum yang diterima tiap kriteria

Jika bobot kriteria $\widetilde{W}_i$ lebih kecil dari $\tilde{R}_\delta$ maka kriteria tersebut harus dieliminasi.

3. Membuat model jaringan ANP
4. Membentuk matriks perbandingan berpasangan
5. Agregasi penilaian para pengambil keputusan

   Penilaian dilakukan oleh para pengambil keputusan untuk memberi bobot setiap kriteria serta penilaian pilihan alternatif yang ada. Pada tahap ini penilaian dalam bentuk variabel linguistik.
6. Uji konsistensi
7. Pembobotan kriteria menggunakan metode *fuzzy weighted geometric mean*.

Karena matriks perbandingan dalam bentuk bilangan *fuzzy* maka untuk memperoleh vektor prioritas *fuzzy* salah satunya adalah metode *fuzzy weighted geometric mean*. Bobot *fuzzy* didefinisikan sebagai berikut:

$$w_k = (w_k^l ; w_k^m ; w_k^u) \qquad ...(3.23)$$

$$w_k^s = \frac{\left(\prod_{j=1}^{n} a_{kj}^s\right)^{1/n}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\prod_{j=1}^{n} a_{ij}^s\right)^{1/n}\right)} \quad ; \quad s = \{l, m, u\} \qquad ...(3.24)$$

Setelah diperoleh bobot *fuzzy* selanjutnya dilakukan pengubahan ke dalam bentuk bilangan real menggunakan metode rata-rata geometri (persamaan 3.7). Jumlah responden atau pengambil keputusan ada lima orang, maka bobot untuk setiap kriteria atau alternatif merupakan rata-rata geometri dari kelima pengambil keputusan yang dirumuskan sebagai berikut:

$$w_{kriteia-i} = \sqrt[5]{w_{DM\,1} \cdot w_{DM\,2} \cdot w_{DM\,3} \cdot w_{DM\,4} \cdot w_{DM\,5}}$$

...(3.25)

8. Membentuk *supermatrix*
9. Meranking alternatif menggunakan metode TOPSIS.