

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dijelaskan, fokus penelitian ini adalah membahas teorema dan lemma yang mendasari penggunaan *illumination problem* dalam konteks penempatan modem di FPMIPA-A Universitas Pendidikan Indonesia dan bagaimana menempatkan modem di dalam gedung FPMIPA-A UPI sedemikian rupa sehingga setiap titik dalam gedung, perangkat laptop dapat menerima sinyal dari modem yang terpasang dalam gedung. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk membahas teorema dan lemma yang menjadi dasar dalam penggunaan masalah iluminasi modem, menentukan jumlah dan lokasi modem yang diperlukan di dalam gedung FPMIPA-A UPI dengan menggunakan pendekatan *illumination problem*. Dengan demikian, diharapkan bahwa jumlah modem yang dipasang pada tempat yang tepat dapat menjangkau seluruh titik ruangan dalam gedung.

3.2 Pembahasan Teorema dan Lemma

Pada pembahasan teorema dan lemma akan membahas beberapa teorema dan lemma yang menjadi dasar dari analisis yang dilakukan dalam penelitian ini. Teorema dan lemma ini merupakan komponen penting dalam pembangunan argumen matematis dan penyelesaian masalah yang dikaji. Pembahasan ini mencakup definisi, pernyataan formal, dan bukti dari teorema dan lemma yang relevan.

3.3 Menyusun Asumsi

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah dijelaskan, asumsi-asumsi yang diajukan untuk menyelesaikan masalah dalam implementasi penelitian ini adalah sebagai berikut:

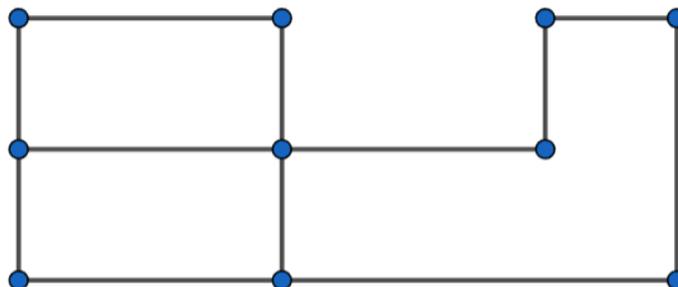
- 1) Sinyal modem memiliki kemampuan untuk menembus maksimal 2 jenis dinding seragam, sehingga nilai $k = 2$.

- 2) Batasan utama untuk masalah iluminasi modem dipengaruhi oleh jumlah dinding yang membatasi posisi modem ke perangkat laptop, sedangkan jarak tidak.
- 3) Semua jenis modem yang digunakan dianggap memiliki kekuatan sinyal yang serupa.
- 4) Sinyal modem tidak mampu menembus ke lantai di bawah atau di atasnya; dengan kata lain, kekuatan sinyal modem hanya berlaku untuk satu lantai (horizontal).

3.4 Pembangunan Model

Untuk membangun model dari penelitian *modem illumination problem* ini, langkah awalnya adalah membahas teorema dan lemma yang akan digunakan lalu melakukan representasi visual dari struktur bangunan di setiap lantai gedung FPMIPA-A UPI. Selanjutnya, mengonversi denah gedung menjadi model graf dengan setiap dinding menjadi sisi dan setiap hubungan antar sisi menjadi simpul pada graf dengan bantuan Geogebra dan Powerpoint. Tujuan dari langkah-langkah ini adalah untuk memudahkan perhitungan jumlah minimal model yang diperlukan dan menentukan posisi modem sehingga seluruh titik dalam gedung dapat menerima sinyal modem

Sebagai ilustrasi, berikut adalah contoh sederhana dalam merepresentasikan struktur denah gedung W-1 sebagai graf P .



Gambar 3. 1 Struktur Denah Gedung W-1 sebagai graf P

3.5 Penyelesaian Model

Struktur denah bangunan yang telah direpresentasikan sebagai graf P akan ditentukan lokasi-lokasi penempatan modem dengan menggunakan lemma-lemma dan teorema yang terdapat pada Cannon (2018), sebagai berikut:

- **Lemma 1.** Setiap 5-gon dapat diiluminasi oleh sebuah titik 2-modem yang diletakkan di mana saja (pada sisi atau di interior poligon).
- **Lemma 2.** Misalkan P adalah sebuah 6-gon dan misalkan $e = \{v, w\}$ adalah sebuah sisi dari P . Sebuah titik 2-modem di v mengiluminasi P atau sebuah titik 2-modem di w mengiluminasi P .
- **Lemma 3.** Setiap 6-gon monoton P dapat diiluminasi oleh sebuah titik 2-modem yang ditempatkan pada salah satu dari dua simpul terkiri (atau terkanan)nya. Artinya, jika kedua simpul ini adalah v_1 dan v_2 , sebuah titik 2-modem di v_1 mengiluminasi P atau sebuah titik 2-modem di v_2 mengiluminasi P .

Berdasarkan Cannon (2018), untuk menentukan jumlah modem yang dibutuhkan digunakan teorema berikut:

Teorema 4. Terdapat poligon sederhana dengan n simpul yang membutuhkan $\left\lfloor \frac{n}{5} \right\rfloor$ buah 2-modem untuk mengiluminasi interior poligon.

Tahapan penyelesaian model terdiri dari:

- 1) Mengidentifikasi n sebagai simpul dan k sebagai jumlah dinding yang paling banyak ditembus oleh garis lurus dari titik k -modem ke titik-titik dalam ruang gedung P , serta pilih nilai $k = 2$ (2-modem). Artinya modem menembus maksimal 2 sisi (dinding).
- 2) Menghitung jumlah modem yang diperlukan dengan menggunakan **Teorema 4**.
- 3) Menetapkan posisi 2-modem yang valid sedemikian sehingga setiap lantai gedung dapat diiluminasi oleh minimal modem menggunakan **Lemma 2** dan **Lemma 3** dengan cara membagi graf tersebut menjadi beberapa daerah yang dapat membentuk 6-gon. Apabila dalam interior

6-gon tersebut terdapat sebuah sisi, maka perlu dilakukan modifikasi agar dapat membentuk 6-gon dengan lubang, dengan cara menjadikan satu-satunya sisi pada interior daerah tersebut menjadi poligon 4 sisi.

- 4) Lakukan analisis terpisah untuk setiap arah mata angin gedung. Untuk melakukan analisis ini, perlu dilakukan penamaan gedung sesuai dengan arah mata angin terlebih dahulu dengan melabeli gedung barat (W), gedung utara (N), gedung timur (E), dan gedung selatan (S). Sebagai Contoh: W-1 artinya gedung barat lantai 1 FPMIPA-A.

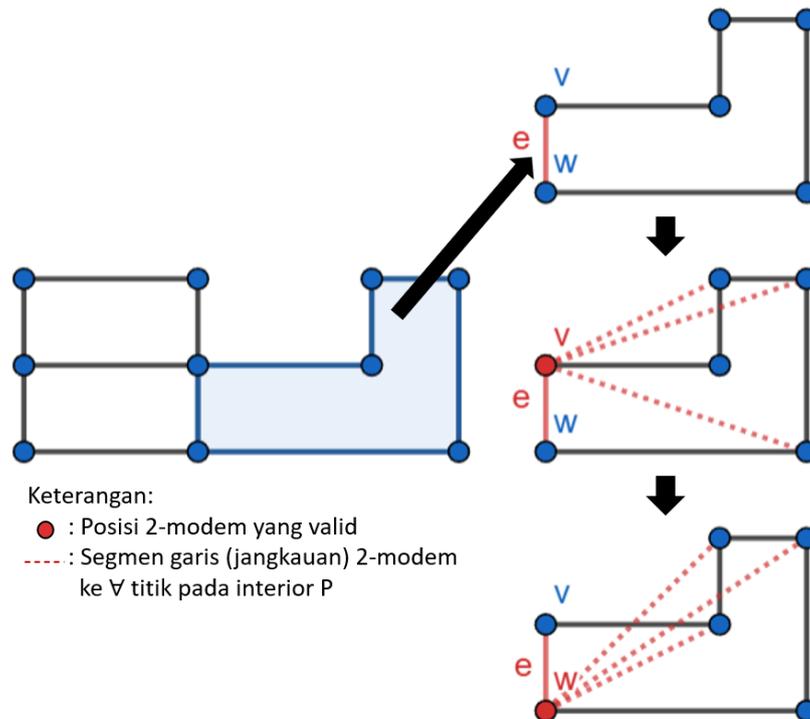
Sebagai ilustrasi, berikut adalah contoh sederhana dalam tahapan penyelesaian model pada graf P :

- 1) Menentukan n simpul dan k sebagai jumlah dinding yang paling banyak ditembus oleh garis lurus dari titik q (posisi k -modem yang valid) ke titik-titik dalam ruang gedung. Karena diasumsikan maksimal jumlah dinding yang dapat ditembus oleh garis lurus dari modem adalah 2, maka nilai $k=2$ (2-modem). Pada Gambar 3.1. Diketahui pada graf P memiliki 10 simpul, maka nilai $n=10$. Sehingga diketahui nilai $n=10$ dan $k=2$ (2-modem).
- 2) Menetapkan posisi 2-modem yang valid sedemikian sehingga setiap lantai gedung dapat diiluminasi oleh minimal modem menggunakan **Lemma 2** dan **Lemma 3** dengan cara membagi graf tersebut menjadi beberapa daerah yang dapat membentuk 6-gon.

Dipilih daerah graf yang dapat dipartisi menjadi beberapa 6-gon agar dapat menggunakan **Lemma 2** dan **Lemma 3**. Graf P dapat dipartisi menjadi sebuah 6-gon yang mewakili graf P . Contohnya adalah daerah 6-gon yang berwarna biru pada Gambar 3.2. Analisis daerah 6-gon tersebut, dimana nilai n yang dimiliki 6-gon tersebut adalah $n = 6$.

Berdasarkan **Lemma 3**, Setiap 6-gon monoton P dapat diiluminasi oleh sebuah titik 2-modem yang ditempatkan pada salah satu dari dua simpul terkiri (atau terkanan)nya. Oleh karena itu dipilih salah satu sisi terkiri atau terkanan dari 6-gon tersebut sebagai $e = \{v, w\}$. Sebagai contoh dipilih sisi

terdiri dari 6-gon sebagai $e = \{v, w\}$ yang diwarnai merah seperti pada Gambar 3.2.



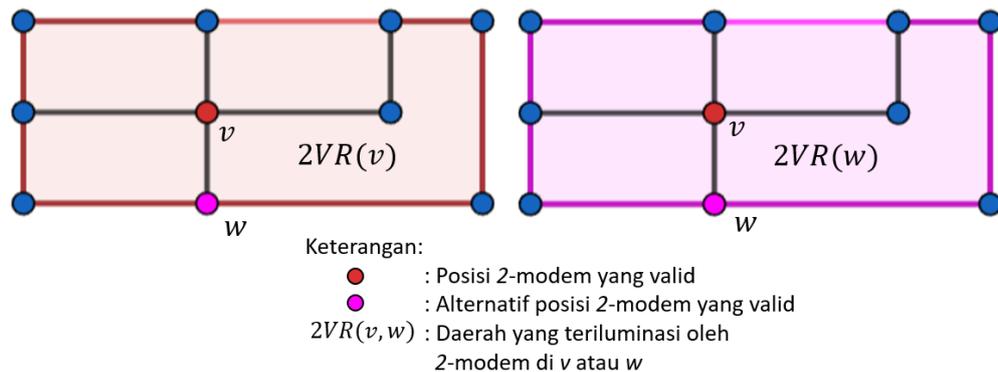
Gambar 3. 2 Penyelesaian Graf P menjadi beberapa 6-gon

Apabila mengambil posisi 2-modem di simpul v seperti pada Gambar 3.2, dikonstruksi segmen garis lurus ke seluruh titik pada daerah 6-gon maksimal melewati 1 sisi atau dinding. Sehingga posisi 2-modem di simpul v adalah sebuah posisi 2-modem yang valid karena mengiluminasi daerah 6-gon yang melewati ≤ 2 dinding atau $2VR(v) = P \setminus W - 1$, maka simpul v adalah titik 2-modem yang valid karena v mengiluminasi P .

Dimisalkan mengambil mengambil posisi 2-modem di simpul w seperti pada Gambar 3.2, konstruksi segmen garis lurus ke seluruh titik pada daerah 6-gon maksimal melewati 2 dinding. Sehingga posisi 2-modem di simpul w adalah posisi sebuah 2-modem yang valid karena mengiluminasi daerah 6-gon dengan maksimal melewati 2 dinding atau $2VR(w) = P \setminus W - 1$, maka simpul w adalah titik 2-modem yang valid karena w mengiluminasi $P \setminus W - 1$.

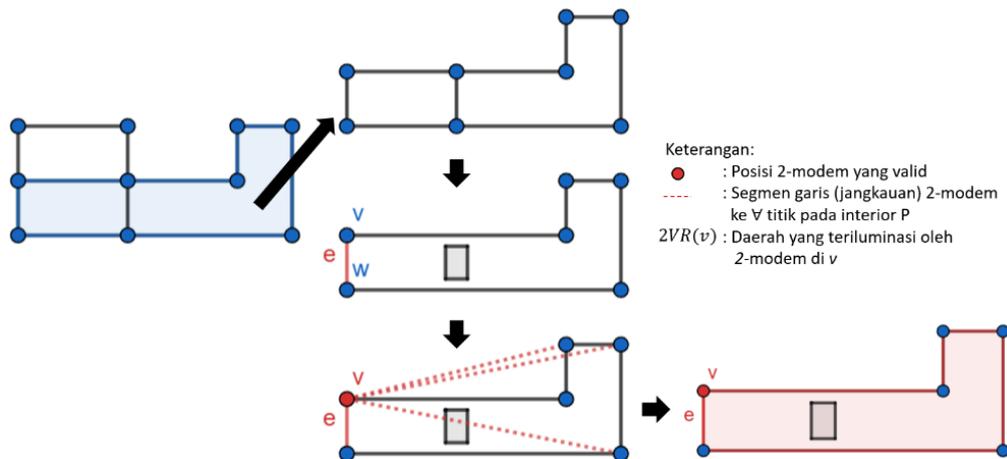
Berdasarkan **Teorema 4**, poligon daerah 6-gon tersebut memerlukan $\left\lceil \frac{6}{5} \right\rceil = 1$ buah 2-modem untuk mengiluminasi bagian interior P . Oleh karena itu,

dari kedua posisi modem pada daerah 6-gon tersebut hanya diperlukan 1 buah modem saja. Direpresentasikan sebagai simpul berwarna merah sebagai posisi 2-modem yang valid atau simpul berwarna pink sebagai alternatif posisi 2-modem yang valid seperti pada Gambar 3.3 di bawah ini.



Gambar 3. 3 Posisi 2-modem yang valid untuk graf P W-1

Apabila dalam interior 6-gon tersebut terdapat sebuah sisi, maka perlu dilakukan modifikasi agar dapat membentuk 6-gon dengan lubang, dengan cara menjadikan satu-satunya sisi pada interior daerah tersebut menjadi poligon 4 sisi. Sebagai contoh, dimisalkan akan dipilih daerah 6-gon yang diberi warna biru seperti pada Gambar 3.4.

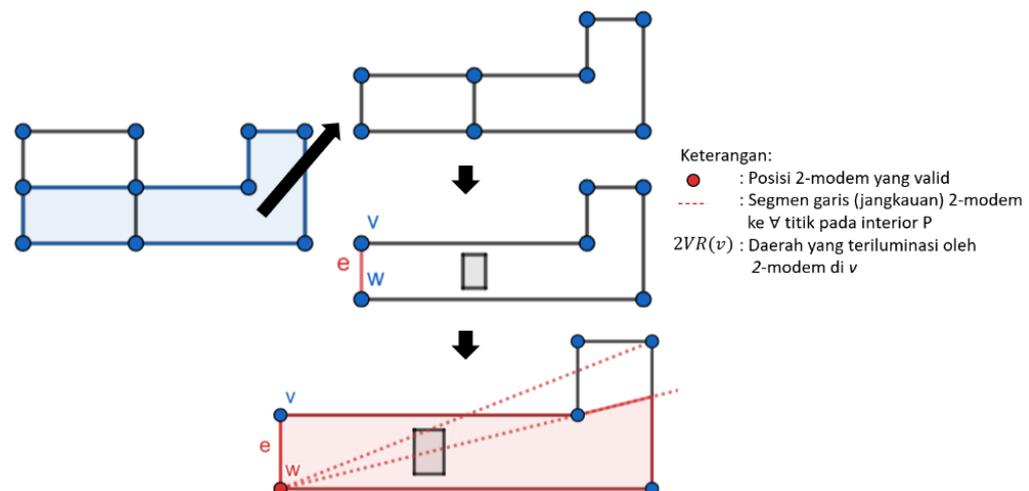


Gambar 3. 4 Penyelesaian Graf P menjadi beberapa 6-gon dan dipilih simpul v sebagai 2-modem

Daerah 6-gon tersebut perlu dimodifikasi sehingga dapat membentuk 6-gon berlubang dengan menjadikan satu-satunya sisi pada interior daerah tersebut menjadi poligon 4 sisi seperti pada Gambar 3.4. Selanjutnya, dipilih e di sisi terkanan atau sisi terkiri pada daerah 6-gon tersebut. Pada Gambar

3.4, dimisalkan pilih sisi terkiri pada graf P sebagai e , maka simpul v dapat menjadi posisi modem seperti pada Gambar 3.4 dengan jumlah dinding yang paling banyak ditembus oleh garis lurus patah-patah dari titik 2-modem v ke titik-titik dalam ruang gedung P adalah 2 sisi.

Sementara, jika diambil simpul w sebagai posisi 2-modem, terdapat daerah graf P yang tidak teriluminasi. Pada Gambar 3.5, daerah yang diberi warna merah adalah daerah yang teriluminasi oleh 2-modem w . Karena simpul w tidak mengiluminasi P , maka simpul w bukanlah posisi 2-modem yang valid. Sehingga posisi 2-modem di simpul v adalah posisi sebuah 2-modem yang valid karena mengiluminasi daerah 6-gon dengan maksimal melewati 2 dinding atau $2VR(v) = P$, maka simpul v adalah titik 2-modem yang valid karena v mengiluminasi P .



Gambar 3. 5 Penyelesaian Graf P menjadi beberapa 6-gon dan dipilih simpul w sebagai 2-modem

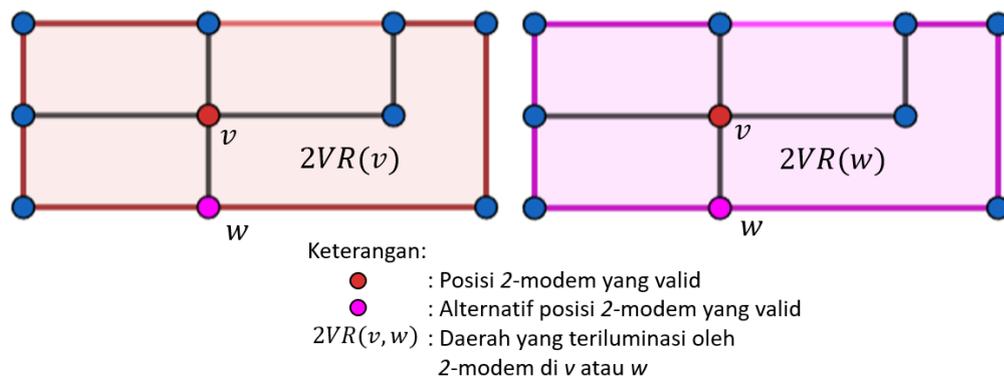
3.6 Validasi Model

Setelah solusi untuk penempatan sejumlah modem didapatkan, validasi model dilakukan dengan cara memeriksa kembali apakah ada hasil dari tahapan sebelumnya yang lebih optimal atau tidak. Validasi hasil dilakukan dengan mengurangi 1 buah 2-modem dari hasil analisis per-gedung sesuai arah mata angin, lalu meletakkan modem-modem tersebut secara acak untuk melihat daerah jangkauan sinyal modem yang teriluminasi 2-modem. Jika solusi optimal, maka tahapan dapat dilanjutkan dengan memvisualisasikan penempatan modem.

Jika masih ada solusi yang belum optimal atau masih ada daerah yang belum terjangkau sinyal, maka akan kembali ke tahapan penyelesaian model.

3.7 Representasi Visual dari Posisi Modem pada Gedung.

Membuat representasi visual dari penempatan modem pada gedung dengan memperlihatkan posisi modem pada graf gedung yang ditandai dengan simpul berwarna disertai daerah jangkauan sinyal modem yang teriluminasi 2-modem sesuai dengan warna simpul 2-modem. Representasi visual ini dibuat menggunakan Geogebra seperti contoh pada Gambar 3.6.



Gambar 3. 6 Contoh Visualisasi Posisi 2-modem di Gedung W-1

3.8 Penarikan Kesimpulan

Kesimpulan diambil setelah menyelesaikan semua langkah-langkah dan menemukan solusi untuk menentukan jumlah serta lokasi modem di gedung FPMIPA-A UPI dengan menggunakan pendekatan *illumination problem*. Hasil kesimpulan dari masalah ini akan diwujudkan dalam bentuk representasi struktur denah dan visualisasi modem. Visualisasi tersebut mencakup seluruh daerah untuk setiap lantai gedung FPMIPA-A UPI. Sehingga penarikan kesimpulan ini dapat diimplementasikan secara praktis di gedung terutama FPMIPA-A UPI.