

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Standar kompetensi yang harus dimiliki oleh Guru dan Dosen di Indonesia telah diatur melalui Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 14 Tahun 2005. Standar kompetensi pertama adalah kompetensi pedagogik yang mencakup kemampuan untuk merencanakan, melaksanakan, dan mengevaluasi proses pembelajaran di kelas. Kompetensi kedua yaitu kompetensi kepribadian di mana guru diharapkan memiliki integritas, etika kerja yang baik, sikap empati terhadap siswa, serta kemampuan berkomunikasi yang baik. Kompetensi ketiga merupakan kompetensi sosial yaitu kemampuan beradaptasi dengan berbagai latar belakang budaya dan sosial siswa, serta kemampuan bekerja sama dengan berbagai pihak. Terakhir, kompetensi profesional menekankan pada pengetahuan yang mendalam terkait dengan pengembangan keterampilan, pengetahuan konten materi, melakukan pengembangan profesional, serta ketaatan terhadap standar etika dan kode perilaku profesi guru.

Kompetensi profesional guru, baik dalam hal pengetahuan materi pelajaran yang mendalam maupun keterampilan, memegang peran penting dalam memastikan implementasi pembelajaran berjalan secara efektif di kelas (G. Lloyd, 2008). Peran kompetensi profesional guru juga memiliki dampak signifikan terhadap pencapaian tujuan pembelajaran (Remillard, 2005), serta berkontribusi penting terhadap pemahaman siswa terhadap materi pelajaran yang disampaikan (Martinsone dan Damberg, 2017). Sehingga guru perlu memiliki pengetahuan dan pemahaman yang mendalam tentang mata pelajaran (Geeraerts dkk., 2018; Kyndt dkk., 2016; Tichenor dan Tichenor, 2005). Berdasarkan hal tersebut guru perlu secara berkesinambungan memperdalam pengetahuan dan pemahaman terhadap materi pelajaran melalui pengembangan diri secara terus-menerus dan terlibat aktif dalam kegiatan pelatihan dan pengembangan profesional.

Berdasarkan Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 14 Tahun 2005, kompetensi profesional merupakan kemampuan yang harus dimiliki oleh guru yang berkaitan dengan penguasaan materi pelajaran yang mendalam mencakup penguasaan materi kurikulum dan substansi keilmuan yang mendasari materi tersebut. Adapun menurut perspektif kognitif, kompetensi profesional lebih dominan menekankan pada penguasaan aspek pengetahuan materi pelajaran (Blömeke & Kaiser, 2017). Sifat dari kompetensi profesional tersebut dijelaskan sebagai suatu yang tidak tetap, tetapi sebagai proses yang dinamis yang terus berkembang seiring dengan pengalaman, pelatihan, dan pembelajaran yang terjadi (Blömeke dkk., 2015). Sehingga kompetensi profesional guru merupakan salah satu elemen penting dalam menentukan keberhasilan pembelajaran, yang meliputi penguasaan pengetahuan dan keterampilan seiring dengan berjalannya waktu.

Ruang kelas merupakan lingkungan yang kompleks, dikarenakan tempat di mana interaksi antara guru dan siswa, antara siswa satu sama lain yang terjadi secara terus-menerus (Hiebert dkk., 2005). Kondisi tersebut menuntut guru profesional untuk dapat menganalisis, menafsirkan, memberi makna, dan menanggapi setiap respon siswa, baik yang bersifat tertulis maupun tidak (Mellone dkk., 2020). Analisis yang dilakukan oleh guru terhadap kondisi kelas akan memberikan informasi-informasi penting terkait dengan pengambilan keputusan dalam menentukan bagaimana proses pembelajaran akan berlangsung (Schoenfeld, 2011).

Kesadaran guru terkait dengan kompleksitas yang terjadi di ruang kelas, guru dapat menentukan pendekatan yang holistik dan responsif terhadap kebutuhan serta dinamika yang ada di dalam kelas (Santagata & Yeh, 2016). Pada konteks pembelajaran matematika, guru perlu memiliki pemahaman menyeluruh tentang konsep matematika dan memahami kebutuhan perkembangan kognitif siswa, strategi pembelajaran, dan kemampuan menilai pemahaman siswa (Telese, 2012; Parrish dkk., 2020). Pemahaman terhadap kondisi kelas secara mendalam dan memiliki keterampilan dalam merancang serta menyampaikan materi pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan siswa, guru akan dapat menciptakan lingkungan pembelajaran yang kondusif dan mendukung bagi pengembangan kemampuan matematika siswa secara optimal.

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

**ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS  
MATERI PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Tujuan pembelajaran matematika adalah memberikan pengalaman dalam aktivitas matematis, memfasilitasi proses matematis, mendorong berpikir matematis dan kreatif, serta merumuskan dan menyelesaikan masalah matematika (Suryadi, 2015). Tujuan tersebut mencakup konstruksi pengetahuan dari aktivitas matematika, tetapi juga melibatkan pemahaman tentang motivasi, tindakan logis, dan proses reflektif yang bertujuan membangun pemahaman yang bermakna (Clark dkk., 2016). Menurut Permendikbud (2014) tujuan pembelajaran matematika adalah agar siswa memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep matematika, dan menerapkan konsep atau logika secara efisien, fleksibel, akurat, dan tepat dalam menyelesaikan masalah.

Untuk mencapai tujuan tersebut, tentunya tidak mudah, karena pengetahuan guru sangat menentukan hasil belajar yang didapatkan oleh siswa (Auletto dan Stein, 2019a; Stevenson, 2020), yaitu pengetahuan memahami berbagai bentuk representasi, analogi, ilustrasi, contoh, penjelasan, dan demonstrasi yang dapat digunakan saat mengajar (Shulman, 1986), dan juga mencakup pengetahuan tentang mengapa topik tertentu mudah atau sulit dipelajari, dan konsepsi apa yang mungkin dimiliki siswa (Charalambous dkk., 2019), dan kompetensi guru matematika tersebut merupakan konstruksi multidimensi yang meliputi aspek pengetahuan dan keterampilan (König dkk., 2014; AMTE, 2020; Blömeke dkk., 2020). Pengembangan kompetensi guru merupakan konstruksi multidimensi terdiri dari pengetahuan dan keterampilan.

Selain itu guru juga perlu memahami cara berpikir siswa baik yang benar maupun yang salah, dan mengidentifikasi kemungkinan penyebab kesulitan siswa (Clément, 2003; Almog & Ilany, 2012a). Pengetahuan tentang cara berpikir siswa tersebut memiliki kontribusi positif dalam meningkatkan kualitas pembelajaran (Ball dkk., 2008; Hochmuth, 2020). Pemahaman yang kuat tentang konsep dan teori matematika yang dimiliki oleh guru memiliki peran penting dalam menentukan keberhasilan siswa dalam belajar matematika (Hill dkk., 2005; Auletto & Stein, 2019b;). Sehingga, pemahaman yang mendalam tentang bagaimana siswa berpikir dan penguasaan konsep matematika yang kuat oleh guru menjadi kunci untuk mencapai tujuan pembelajaran.

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

**ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS  
MATERI PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Untuk mencapai pemahaman yang kuat tersebut, guru memerlukan kompetensi profesional yang didapatkan melalui proses pendidikan serta pengalaman profesional di lingkungan pendidikannya (Reynolds dkk., 2016). Karena pengalaman belajar guru akan sangat berharga ketika mereka mempersiapkan pembelajaran dan mengembangkan kompetensi profesionalnya (Allas dkk., 2020; Keller-Schneider dkk., 2020). Untuk mencapai tingkat pemahaman yang baik, guru ataupun calon guru matematika perlu memperoleh pengembangan kompetensi profesional melalui pendidikan formal dan pengalaman praktis di lingkungan pendidikan.

Pengalaman calon guru matematika, terutama pengalaman di dalam kelas, dapat membantu mereka mengembangkan pengetahuan dan praktik yang diperlukan untuk menjadi pengajar matematika yang efektif (Warshauer dkk., 2019; Lloyd dkk., 2020). Proses pendidikan yang telah dilalui tersebut dan kualifikasi guru juga memainkan peran penting dalam meningkatkan kualitas pembelajaran (Baumert & Kunter, 2013). Oleh karena itu, pendidikan formal calon guru matematika harus mempersiapkan mereka dengan baik, melatih dan mengajarkan keterampilan pembelajaran efektif dan mendalam mengenai materi yang diajarkan, sehingga mereka dapat menjadi guru profesional yang mampu memberikan pembelajaran yang bermutu ketika mereka berada di lapangan.

Standar kompetensi guru perlu dipenuhi sejak awal karir untuk menjamin kualitas pembelajaran (Santagata & Lee, 2019). Namun, hasil penelitian menunjukkan bahwa guru baru kurang efektif dibandingkan guru berpengalaman dalam mengajar (Harris & Sass, 2011). Sehingga diperlukan antisipasi untuk memperbaiki hal tersebut, di mulai pada saat mereka masih menjadi calon guru. Karena ketika akan mengajar, guru membangun kembali konsep matematika agar dapat disampaikan dengan cara yang bermakna dan bermanfaat bagi siswa. Hal ini merupakan langkah penting dalam memastikan bahwa pembelajaran matematika menjadi lebih efektif dan relevan. Langkah awal untuk mencapai hal tersebut calon guru matematika perlu diberikan kemampuan menganalisis kesalahan dan kesulitan yang dihadapi oleh siswa.

Analisis terhadap kondisi-kondisi yang terjadi di kelas menjadi referensi penting dalam merancang situasi didaktis yang ideal bagi siswa (Carvalho dkk., 2004), sehingga hal tersebut dapat mengembangkan pemahaman yang mendalam dan relevan (Aydin & Ubuz, 2010; Ramli dkk., 2013). Analisis tersebut juga membantu guru mengantisipasi dampak negatif yang mungkin timbul dari situasi didaktis yang tidak tepat (Shriki & Lavy, 2012). Proses analisis tersebut juga diyakini menjadi inti dari praktik guru (Mellone dkk., 2020). Karena kemampuan guru dalam melakukan analisis terhadap kesulitan siswa sangat penting, baik dari segi pengetahuan konseptual maupun keterampilan, sikap, dan praktek (Fennema & Franke, 1992; Tanang & Abu, 2014). Dengan menganalisis kesulitan siswa, guru dapat mendorong kualitas berpikir yang lebih baik, memberikan penilaian yang lebih terarah, dan melibatkan siswa dalam proses metakognitif.

Pada hakekatnya aktivitas guru di kelas dan sekolah hanyalah bagian kecil dari mengajar, bagian yang lebih besar dari proses ini tidak bisa kita lihat secara langsung. Bagian ini melibatkan pemikiran dan ide-ide yang membantu guru dalam menentukan bagaimana mereka melaksanakan pembelajaran (Wood dkk., 1991). Semua ini adalah bagian dari sebuah domain ide yang luas dan tidak terlihat yang di miliki oleh guru, yang mencakup pemahaman mereka tentang konsep matematika dan metode pembelajaran yang efektif, serta hubungan dinamis antara kedua hal tersebut dalam praktik pembelajaran. Konsepsi tentang matematika menjadi titik awal memahami objek matematika yang lebih mendalam.

Diawali dengan pemaknaan matematika yang digambarkan sebagai kumpulan pengetahuan yang tetap, seperti sebuah jaringan terstruktur yang saling terkait, semua terikat oleh logika dan makna (Froelich, 1991). Kemudian, pemaknaan matematika berkembang menjadi lebih dinamis, di mana matematika tidak lagi hanya kumpulan pengetahuan yang tetap. Matematika merupakan kegiatan yang melibatkan proses pencarian solusi, menjadikannya bagian dari ranah kreativitas yang berkembang dan berkelanjutan (Orazbayeva, 2016). Perubahan tersebut tercermin dalam pembelajaran di kelas, baik pada pendidikan menengah maupun tinggi, di mana matematika diajarkan tidak hanya sebagai pengetahuan tetap, tetapi juga sebagai proses kreatif untuk mengembangkan pemikiran kritis.

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

**ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS  
MATERI PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Saat ini, kita dapat menganggap bahwa institusi perguruan tinggi masih berada dalam masa perubahan antara paradigma lama dan baru. Meskipun kurikulum perguruan tinggi telah berbasis kompetensi, banyak institusi masih merumuskannya secara terbatas, hanya sebagai daftar materi yang harus dipelajari atau dihafal (Bosch dkk., 2023). Oleh karena itu, untuk mencapai hasil yang lebih baik, pendekatan pembelajaran perlu terus diperbaiki dan disempurnakan. Salah satu pendekatan yang perlu diperkuat adalah bagaimana ruang kelas memberikan siswa alat untuk meneliti fenomena nyata dan mengintegrasikan matematika sebagai alat pemodelan yang esensial (Barquero dkk., 2018). Perubahan pendekatan menggarisbawahi pentingnya pembelajaran yang tidak hanya menekankan pada penguasaan materi, tetapi juga pada pengembangan keterampilan pemikiran kritis.

Matematika merupakan subjek akademik yang berkembang melalui proses penelitian di tingkat universitas. Namun, ketika diajarkan kepada siswa, matematika harus disesuaikan dengan konteks sekolah dan tujuan pendidikan yang relevan (Østergaard, 2015a; Chevallard & Bosch, 2020a). Transposisi pengetahuan matematika bukan hanya tindakan individu, tetapi juga merupakan bagian dari praktik institusional yang lebih luas. Hal ini menunjukkan bahwa pembelajaran matematika tidak terlepas dari konteks sosial dan budaya tempatnya berada, sehingga proses pembelajaran perlu mempertimbangkan lingkungan, kebutuhan, dan latar belakang siswa untuk membuat matematika lebih bermakna.

Ketika seorang guru ingin mengajarkan konsep matematika, guru tersebut perlu membangun kembali konsep matematika tersebut agar bisa bermakna dan bermanfaat bagi siswa. Menurut Winkelmann (1994) proses mempersiapkan pengetahuan matematika bagi siswa dapat dijelaskan dari berbagai sudut pandang dan dengan beragam kerangka teori. Niss (1994) memberikan contoh terkait pandangan tersebut dengan memperkenalkan tiga elemen: *justification*, *possibility*, dan *implementation*, yang dikenal sebagai *elementarization*. Proses *elementarization* adalah transformasi substansi matematika di tingkat universitas menjadi bentuk yang lebih elementer, sehingga dapat diajarkan di sekolah dan dipahami oleh siswa. *Elementarization* dipahami sebagai versi konstruktif dari langkah pertama dalam proses transposisi didaktis

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS  
MATERI PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

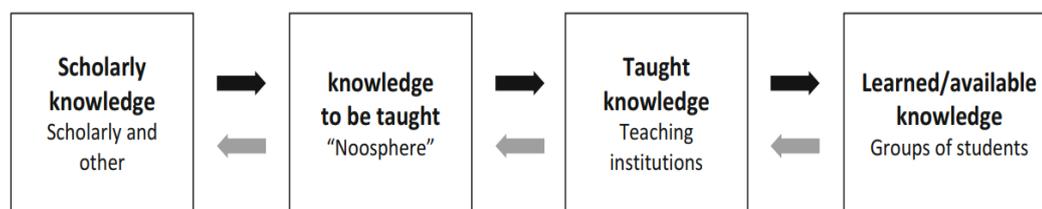
Transposisi pengetahuan Matematika mengacu pada proses dimana pengetahuan yang bersifat akademik diubah menjadi bentuk yang lebih sederhana dan disesuaikan untuk memastikan dapat dipahami oleh siswa. Pengetahuan matematika tersebut merupakan pengetahuan ilmiah yang telah dibuktikan berdasarkan justifikasi, baik secara metode, praktik dan norma sosial serta dibatasi klaimnya (Toulmin, 2003; Bromme dkk., 2010). Namun, ketika pengetahuan ini dibawa ke dalam kegiatan kelas, sering kali detail penting ini hilang dan yang tersisa hanya pengetahuan dasar yang tidak sepenuhnya dapat dianggap ilmiah (Lombard & Weiss, 2018).

Chevallard (1991a) memperkenalkan konsep transposisi didaktis yang bertujuan untuk yang mengeksplorasi perubahan yang dialami pengetahuan saat berpindah dari ranah pengetahuan akademik ke kurikulum sekolah dan kognisi siswa. Dengan tujuan utama untuk memodelkan kesenjangan yang semakin melebar antara matematika "akademis" dan matematika sekolah (Chevallard, 1992). Pada dasarnya pengetahuan hidup (berkembang, beredar, dan terkadang mati) di dalam institusi, dan tidak dapat dipindahkan antar institusi yang berbeda tanpa perubahan yang lebih mendasar (Winsløw, 2007). Kerangka tersebut membantu mengidentifikasi elemen pengetahuan mana yang ditekankan, diubah, atau dihilangkan, menyoroti perbedaan antara pengetahuan akademik dengan apa yang diajarkan dan dipelajari di sekolah (Huberman, 1983).

Berdasarkan perspektif tersebut menekankan bahwa transposisi pengetahuan dari penelitian ke praktik pendidikan dipengaruhi oleh konteks kognitif dan sosial. Metafora ekologis tersebut digunakan untuk menggambarkan bagaimana lingkungan kognitif yang berbeda, dari penelitian hingga pendidikan, membentuk pengetahuan untuk memenuhi kebutuhan unik dari ekosistem pendidikan (Achiam, 2014). Metafora ini menyarankan bahwa transposisi pengetahuan adalah proses adaptasi alami dan diperlukan, bukan penurunan kualitas pengetahuan. Konsep transposisi didaktis matematika ranah akademik di elaborasi sesuai dengan keadaan siswa (*knowledge to be taught*), juga sebagai sebuah pengetahuan yang diserap ke dalam pikiran siswa (*learnt knowledge*) (Chevallard, 1989).

Transposisi didaktis melibatkan proses transformasi di mana pengetahuan ilmiah disesuaikan dan dikontekstualisasikan agar dapat diakses dan diajarkan kepada siswa. Secara singkat, transposisi didaktis merupakan konstruksi proses pembelajaran yang mengubah *scientific product* menjadi *school knowledge* (Arapaki & Koliopoulos, 2011a; Dall’Alba dkk., 2016a). Sehingga transposisi didaktis merupakan pembentukan proses pembelajaran yang mengubah pengetahuan ilmiah menjadi pengetahuan yang dapat diajarkan di sekolah. Chevallard (1991a) menjelaskan bahwa proses transposisi didaktis berkembang dalam dua fase: pertama, pengetahuan ilmiah ditransformasikan menjadi *knowledge to be taught*, yang tercermin dalam kurikulum formal; kedua, *knowledge to be taught* diadaptasi ke dalam konteks pendidikan tertentu, sehingga mengubah pengetahuan sekolah yang terkandung dalam kurikulum menjadi pengetahuan yang siap untuk diajarkan di kelas.

Transposisi didaktik memperkenalkan perbedaan antara empat jenis pengetahuan: (1) pengetahuan ilmiah sebagaimana diproduksi oleh para ilmuwan; (2) pengetahuan yang secara resmi harus diajarkan, sebagaimana diatur oleh kurikulum; (3) pengetahuan yang sebenarnya diajarkan oleh guru di dalam kelas; dan (4) pengetahuan yang sebenarnya dipelajari oleh siswa. Langkah-langkah yang terlibat dalam transposisi didaktik diilustrasikan dalam **Gambar 1.1**, yang menunjukkan secara detail proses kompleks di mana pengetahuan bertransposisi dari tahap awal sebagai produk ilmiah menuju tahap akhir sebagai praktik pembelajaran yang diterapkan di ruang kelas. Proses ini menggambarkan bagaimana pengetahuan ilmiah diubah dan dikontekstualisasikan melalui berbagai tahapan, dari kurikulum formal hingga penerapan di kelas, dan bagaimana pengetahuan tersebut diinternalisasi oleh siswa.



**Gambar 1.1 Diagram proses transposisi didaktis**

Proses transposisi didaktik melibatkan beberapa pelaku utama yang berperan penting. Pertama, matematikawan adalah individu atau kelompok di universitas atau lembaga penelitian yang bertugas menghasilkan pengetahuan akademis, sering disebut sebagai *scholarly knowledge*. Pengetahuan akademis tersebut dianggap sebagai bentuk pengetahuan yang paling bernilai dari sudut pandang sosial karena dihasilkan oleh kelompok yang diakui secara sosial sebagai ahli dalam ilmu pengetahuan atau "ilmu" (Knijnik, 1997). *Scholarly knowledge* merujuk pada pengetahuan matematika yang dihasilkan dan diakui oleh komunitas akademis sebagai bagian dari ilmu pengetahuan yang sah atau resmi. Tujuan utama dari *scholarly knowledge* adalah untuk menangani dan memecahkan masalah terbuka yang relevan bagi masyarakat dan disiplin ilmu itu sendiri (Scheiner & Bosch, 2023). Peran matematikawan dalam menghasilkan *scholarly knowledge* sangat penting untuk kemajuan bidang matematika dan pendidikan matematika secara keseluruhan, karena membentuk dasar kurikulum yang akan diterjemahkan menjadi materi ajar di kelas.

Kedua, perancang kurikulum (*noosphere*) adalah pihak yang bekerja di tingkat sistem pendidikan dan bertanggung jawab untuk merancang kurikulum yang menetapkan materi apa yang harus diajarkan di sekolah dan bagaimana materi tersebut disajikan. *Noosphere* memiliki tujuan agar nilai-nilai (misalnya, keadilan, demokrasi) dan kompetensi (misalnya, berpikir kritis), serta mengubah mata pelajaran menjadi pengalaman pribadi yang bermakna bagi anak-anak, bukan sekadar disiplin yang terdiri dari kumpulan fakta dan prinsip yang diuji secara ilmiah (Scheiner & Bosch, 2023). *Noosphere* memiliki tugas penting untuk memilih dan menyusun pengetahuan agar sesuai dengan tujuan pendidikan, memastikan bahwa materi yang diajarkan tidak hanya informatif tetapi juga relevan dengan kebutuhan pendidikan saat ini dan masa depan. Perancang kurikulum harus mempertimbangkan berbagai faktor, termasuk perkembangan akademis, kebutuhan siswa, dan tren pendidikan terkini, untuk menciptakan kurikulum yang efektif dan penting berguna bagi siswa.

Peran *noosphere* dalam transposisi didaktis sangat signifikan, seperti yang diuraikan oleh Winsløw (2011): Pertama, *noosphere* memengaruhi persepsi dan pemahaman guru tentang berbagai aspek pendidikan, termasuk kurikulum dan metode pembelajaran. Kedua, *noosphere* memiliki dampak besar dalam menentukan proses perubahan kurikulum, mempengaruhi bagaimana materi ajar dikembangkan dan diterapkan. Terakhir, *noosphere* juga mempengaruhi budaya dan nilai-nilai yang dominan di dalam sekolah, membentuk lingkungan pendidikan yang mendukung pembelajaran yang efektif dan relevan bagi siswa.

Ketiga, peran guru sangat penting dalam mengelola proses transposisi didaktis, terutama dalam mentransformasikan pengetahuan matematika dari bentuk asalnya menjadi bentuk yang dapat diajarkan kepada siswa. Guru harus mampu menyesuaikan materi dan metode pembelajaran agar sesuai dengan kebutuhan siswa serta kurikulum yang berlaku (Winsløw, 2011). Selain itu, guru perlu memiliki keterampilan untuk mengajarkan konsep-konsep matematika dengan jelas dan efektif serta memberikan umpan balik yang konstruktif untuk membantu siswa mengatasi kesulitan belajar. Dengan keterampilan tersebut, guru berkontribusi pada kesuksesan proses pembelajaran dan memastikan bahwa pengetahuan matematika diadaptasi secara tepat dengan pemahaman siswa.

Dalam pendidikan calon guru matematika, pendekatan transposisi didaktis menjadi titik awal penting untuk mengubah keahlian mengajar menjadi sebuah profesi yang utuh (Barquero & Bosch, 2022). Pemahaman tentang konsep profesi dalam konteks transposisi didaktis melibatkan upaya untuk meningkatkan keahlian mengajar ke tingkat yang lebih tinggi, sehingga menjadikannya profesi yang dihormati dan efektif (Bosch, 2018). Proses tersebut melibatkan penerapan prinsip-prinsip pendidikan dewasa (*andragogi*), pembelajaran transformatif, dan pengembangan profesional yang berkelanjutan (Kaiser dkk., 2017). Memahami bagaimana pengetahuan ilmiah ditransposisi atau diterjemahkan ke dalam buku teks dan bagaimana hal tersebut sebenarnya diajarkan di kelas sangat penting untuk memastikan bahwa materi ajar relevan dan efektif dalam mendukung pembelajaran siswa (de Mello, 2019).

Jika kita menganalisis buku teks untuk SMA dari sudut pandang pengetahuan dan metode perolehannya, kita dapat mengidentifikasi dua pendekatan utama yang berbeda. Pertama, beberapa buku teks memulai dengan menjelaskan teori-teori terlebih dahulu. Setelah itu, buku tersebut menyajikan fakta-fakta eksperimental yang mendukung teori-teori tersebut, untuk menegaskan kebenaran atau relevansinya. Pendekatan ini adalah pendekatan deduktif, di mana teori diuraikan terlebih dahulu sebelum fakta-fakta mendukungnya. Kedua, ada buku teks yang memulai dengan menyajikan fakta-fakta eksperimental terlebih dahulu. Dari fakta-fakta ini, buku tersebut kemudian mengembangkan formulasi atau konsep, dengan teori dianggap sebagai hasil langsung dari fakta-fakta tersebut. Pendekatan ini adalah pendekatan induktif, di mana teori muncul sebagai generalisasi dari fakta-fakta yang telah dikumpulkan. Kedua pendekatan ini memiliki implikasi yang berbeda bagi pemerolehan pengetahuan siswa dalam proses pembelajaran matematika di kelas.

Proses pembelajaran matematika, pendekatan deduktif dan induktif memiliki peran penting yang saling melengkapi. Pendekatan deduktif dimulai dengan memberikan aturan-aturan umum atau prinsip-prinsip dasar, dan kemudian meminta siswa untuk mengaplikasikannya dalam menyelesaikan masalah yang diberikan. Pendekatan ini digunakan untuk menjelaskan konsep-konsep abstrak dan aturan-aturan umum secara terstruktur, membantu siswa memahami struktur logis dan prinsip-prinsip dasar matematika. Meskipun efektif dalam membangun pemahaman teoritis, pendekatan ini terkadang dapat membatasi kreativitas siswa dalam menemukan solusi baru dan dalam mengeksplorasi konsep. Sebaliknya, pendekatan induktif dimulai dengan memberikan contoh-contoh konkret dan mengajak siswa untuk mengamati berbagai kasus khusus. Melalui observasi, siswa dapat menemukan pola, membuat generalisasi, dan menyusun kesimpulan umum. Pendekatan ini mendukung eksplorasi dan kreativitas siswa, memungkinkan mereka untuk membangun pemahaman melalui pengalaman langsung. Kedua pendekatan tersebut, dengan kekuatan dan batasannya masing-masing, dapat saling melengkapi untuk menciptakan pengalaman belajar matematika yang lebih menyeluruh dan efektif bagi siswa.

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

**ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS  
MATERI PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Transposisi didaktis dengan cepat terintegrasi ke dalam seperangkat gagasan yang lainnya memberikan paradigma awal keberadaan seperti apa yang disebut dengan sistem didaktik yaitu triplet  $S(X; Y; P)$  yang terbentuk oleh seseorang atau sekelompok orang  $Y$  (guru) yang melakukan sesuatu untuk membantu kelompok lain dari orang  $X$  (siswa) untuk mempelajari suatu pengetahuan  $P$ . Domain pengetahuan dalam konteks transposisi didaktis mengacu pada pengetahuan matematika yang penting untuk dianalisis sebagai konstruksi awal. Analisis ini bertujuan untuk mempersiapkan transposisi pengetahuan matematika menjadi bentuk yang siap diajarkan di kelas yaitu dari yang bersifat kompleks diubah menjadi lebih sederhana. Matematika memiliki berbagai definisi yang mencerminkan kompleksitasnya, dimana harus memiliki definisi yang jelas dan ilmiah (Obreque & Andalon, 2020).

Matematika dimaknai sebagai bahasa bagi dunianya sendiri, dimana istilah-istilah yang digunakan memiliki makna yang telah ditentukan dan dimengerti secara universal (Anglin, 2012). Objek matematika hanya memiliki makna dalam konteks sistem matematika dimana objek tersebut didefinisikan (Mitchelmore & White, 2000). Pendekatan ini menekankan sifat abstrak dan formal dari matematika, di mana setiap simbol dan notasi merepresentasikan fakta atau konsep dengan makna yang spesifik dan tepat. Pemahaman matematika melibatkan proses internalisasi dari sistem simbol tersebut, yang memungkinkan pemikiran abstrak dan fleksibel tentang ide-ide matematika, mengubah dan menghubungkannya dalam pikiran kita, tanpa harus selalu menuliskannya atau melihatnya secara fisik.

Hal tersebut juga menegaskan bahwa matematika adalah pengetahuan *a priori*, yang berarti pengetahuan yang diperoleh melalui deduksi logis dari premis-premis yang telah diterima, bukan melalui pengamatan atau eksperimen fisik (Perminov, 2012). Namun, terdapat definisi lain dari matematika yaitu menyelaraskan definisi matematika yang bersifat *a-priori* dengan pembelajaran matematika yang bersifat *a-posteori* (Harel, 2008). Matematika *a-priori* merujuk pada pengetahuan matematika yang didasarkan pada logika dan rasionalitas, tidak bergantung pada pengalaman empiris dengan cakupan aksioma, teorema, dan definisi yang membentuk fondasi dari sistem matematika.

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS  
MATERI PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Di sisi lain, pengetahuan matematika *a-posteori* mengacu pada proses memperoleh pengetahuan matematika melalui pengalaman, observasi, dan eksperimen, yang diperlukan untuk memahami dan menerapkan konsep matematika dalam konteks dunia nyata. Pendekatan yang menyelaraskan kedua sisi ini mengakui bahwa, meskipun matematika didasarkan pada prinsip-prinsip logis yang abstrak, namun proses pembelajaran matematika memerlukan interaksi dengan contoh-contoh konkret dan situasi dunia nyata (Li & Schoenfeld, 2019). Dengan kata lain, meskipun matematika itu sendiri mungkin bersifat *a-priori*, cara kita mempelajari dan memahami matematika melibatkan elemen *a-posteori*.

Proses pembelajaran matematika melibatkan penggunaan berbagai alat seperti manipulatif, visualisasi, contoh dunia nyata, dan eksplorasi masalah. Pendekatan ini memungkinkan siswa untuk menemukan prinsip matematika melalui pengalaman mereka sendiri. Karena setiap siswa membawa pengalaman empiris yang unik, pemaknaan konsep matematika dapat bervariasi tergantung pada situasi pembelajaran yang diberikan. Matematika sering dikaitkan dengan tingkat abstraksi yang tinggi, melibatkan berbagai konsep teoritis, metode, dan model yang seringkali sulit dijelaskan secara visual atau dikonkretkan dalam pemikiran kita (Nordlander & Nordlander, 2012). Hal tersebut berdampak terhadap proses memahami konsep yang menyebabkan dapat diterima atau ditolak oleh siswa (Marton & Booth, 2013). Dengan demikian, penting untuk mempertimbangkan bagaimana berbagai pendekatan pembelajaran dapat membantu siswa mengatasi kesulitan dan memahami matematika secara lebih efektif.

Pada proses pembelajaran matematika pemahaman siswa pun mungkin tidak selalu sama dengan apa yang dipahami oleh guru (Arcavi, 2003). Cara seorang siswa memahami konsep matematika tergantung pada faktor-faktor yang memengaruhi pemikiran mereka, seperti pengetahuan sebelumnya, pengalaman, dan konteks di mana konsep tersebut muncul (Biza dkk., 2008). Siswa tidak hanya menerima informasi secara pasif tetapi juga aktif mengolah informasi tersebut sesuai dengan latar belakang pengetahuan dan pengalamannya. Guru perlu menyadari bahwa setiap siswa memiliki cara unik dalam memahami konsep matematika tersebut.

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS  
MATERI PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Pemahaman awal siswa tentang suatu konsep matematika sebelum mereka mempelajarinya secara formal bisa menjadi masalah karena pemahaman awal mereka bisa mengarah pada interpretasi yang salah ketika mereka mencoba memahami konsep tersebut lebih dalam (Tall & Vinner, 1981a). Dalam konteks ini, situasi pembelajaran memainkan peran penting dalam proses pemahaman siswa, terutama dalam pengembangan *concept image* seperti pertidaksamaan rasional. Jika situasi pembelajaran hanya berfokus pada penyampaian definisi formal tanpa memperhatikan konteks aplikasi dan pemahaman yang lebih luas, siswa mungkin tidak siap atau bahkan tidak mampu memahami konsep tersebut secara mendalam di masa depan (Tall & Vinner, 1981a). Oleh karena itu, penting untuk menciptakan situasi pembelajaran yang mendukung eksplorasi dan pemahaman yang lebih komprehensif terhadap konsep matematika.

Pemahaman konsep siswa dapat dipengaruhi oleh cara mereka belajar dan dapat memengaruhi kemampuan mereka untuk menerapkan pengetahuan tersebut dalam konteks yang lebih luas (Tirosh & Tsamir, 2021; Tsamir & Tirosh, 2023). Pembelajaran yang tidak efektif sering kali membuat pemahaman siswa tentang konsep menjadi jauh dari definisi formal konsep tersebut (Maulida, 2018). Menurut Tall dan Vinner (1981) menekankan pentingnya memahami hubungan antara definisi formal suatu konsep matematika, seperti yang diterima oleh komunitas matematika, dan *concept image* yang dimiliki siswa. *Concept image* merupakan representasi mental siswa tentang konsep tersebut, yang dibangun dari pengalaman belajar mereka sebelumnya.

*Concept image* merupakan struktur kognitif total yang terkait dengan suatu konsep matematika dalam pikiran siswa, dimana mencakup semua gambaran mental, properti, asosiasi mental, dan proses yang terkait dengan konsep tersebut, dan terus-menerus dibangun serta dapat berubah dengan rangsangan baru dan pengalaman yang diperoleh (Tall & Vinner, 1981a). Dengan demikian, *concept image* yang dimiliki siswa dapat (atau tidak) koheren dengan *concept definition*, yaitu definisi formal yang sesuai dengan komunitas matematika. Perbedaan antara *concept image* dan *concept definition* dapat mempengaruhi bagaimana siswa memahami dan menerapkan konsep matematika dalam konteks yang lebih luas.

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS  
MATERI PERTIDAKSAMAAN RASIONAL

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Saat ini pertidaksamaan merupakan salah satu konsep yang dipelajari di berbagai tingkat pendidikan. Pertidaksamaan memiliki peran penting dalam berbagai topik, seperti aljabar, trigonometri, program linier, dan kalkulus (Bazzini & Tsamir, 2004). *National Council of Teachers of Mathematics* menekankan pentingnya setiap siswa memahami pertidaksamaan (NCTM, 2000). Namun, pertidaksamaan merupakan materi yang sulit bagi siswa (Bazzini & Boero, 2004), diantaranya kesulitan dalam menyelesaikan masalah non-rutin (Bazzini & Tsamir, 2001). Kesulitan dalam mengidentifikasi jenis pertidaksamaan yang relevan untuk masalah yang diberikan, kesulitan dalam menganalisis informasi yang diberikan, atau kesulitan dalam menggunakan properti dan teknik yang tepat untuk menyelesaikan pertidaksamaan.

Kesulitan dalam mengubah tanda ketika melakukan operasi perkalian atau pembagian dengan bilangan negatif adalah salah satu masalah umum yang dihadapi oleh siswa (Cortes & Pfaff, 2000; Knuth dkk., 2006). Jika  $a \cdot b > 0$ , maka  $a > 0$  dan  $b > 0$ . Tidak jarang siswa mengklaim bahwa jika  $a \cdot b < 0$ , maka " $a < 0$  dan  $b < 0$ ," hal tersebut bisa saja salah. Karena jika  $a$  dan  $b$  bernilai negatif, maka hasil dari  $a \cdot b$  akan bernilai positif ( $a \cdot b > 0$ ). Oleh karena itu, solusi yang benar seharusnya mencakup dua kemungkinan, yaitu " $a < 0$  dan  $b > 0$ " atau " $a > 0$  dan  $b < 0$ ." Pemahaman yang benar tentang operasi dengan bilangan negatif memerlukan pemahaman yang mendalam tentang konsep perkalian dan pembagian serta aturan-aturan yang terkait

Siswa perlu menyadari beberapa kemungkinan yang mungkin terjadi dan memastikan bahwa solusi yang mereka berikan mencakup semua kemungkinan tersebut. Kesalahan umum yang dilakukan oleh siswa langsung mengklaim bahwa  $a \cdot b > 0$  berarti " $a > 0$  dan  $b > 0$ " tanpa mempertimbangkan kemungkinan lainnya. Misalnya pada pertidaksamaan  $\frac{2x+4}{x+2} > 0$ , kasus yang benar adalah " $a > 0$  dan  $b > 0$ " karena pembilang dan penyebutnya ( $2x + 4$  dan  $x + 2 > 0$ ) semuanya positif. Namun, siswa yang salah memahami implikasi  $a \cdot b > 0$  mungkin hanya mencatat bahwa keduanya positif tanpa mempertimbangkan kemungkinan bahwa  $a$  dan  $b$  dapat bernilai negatif, sehingga  $a \cdot b$  tetap positif.

Selain itu, siswa juga mengalami kesulitan dalam menggunakan konektor logika yang tepat (Almog & Ilany, 2012b; El-khateeb, 2016). Contoh ketika siswa kesulitan menggunakan konektor logika ketika menyelesaikan pertidaksamaan  $< 0$ , para siswa memberikan solusi sebagai berikut: Solusi a:  $\{x < 1 \text{ dan } x > 3\}$ ; Solusi b:  $\{x > 1\}$  (tanpa penghubung logis); solusi c:  $\{x > 1 \text{ atau } x < 3\}$ . Seperti yang terlihat pada solusi a, terdapat kekeliruan pada ketika menggunakan "dan" padahal seharusnya para siswa menggunakan kata penghubung "atau" untuk menyatakan solusi dengan benar. Pada solusi b, menghilangkan penghubung logis sama sekali, sehingga solusi menjadi ambigu dan tidak benar. Pada solusi c, menggunakan "atau" ketika yang seharusnya digunakan adalah "dan" agar solusi diberikan menjadi tepat.

Siswa juga seringkali mengalami kesulitan mencari solusi nilai tunggal dan cenderung menolak untuk mempertimbangkan opsi nilai tunggal ketika diminta secara langsung (Tsamir & Bazzini, 2004). Jika diberikan permasalahan misalnya,  $x^2 - 4x + 3 > 0$ , solusi dari permasalahan tersebut siswa seringkali kesulitan mencari nilai tunggal untuk  $x$ , siswa memiliki kecenderungan memberikan jawaban dalam bentuk rentang. Hal ini terjadi karena diperlukan penguasaan teknik pemfaktoran atau metode lain untuk mencari akar-akarnya. Bahkan, beberapa siswa tidak memahami perbedaan konseptual antara persamaan dan pertidaksamaan (Blanco & Garrote, 2007). Kesulitan Ketika menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan rasional siswa cenderung tidak memperhatikan domain definisi (Schreiber & Tsamir, 2012).

Namun siswa mengabaikan batasan yang ditentukan oleh domain definisi dalam menyelesaikan masalah tersebut. Sebagai contoh, misalnya pertidaksamaan rasional  $\frac{2x+4}{x+2} > 0$ . Dalam kasus ini, domain definisinya adalah semua bilangan real kecuali  $x = -2$ , karena jika  $x = -2$ , penyebutnya akan menjadi nol, dan itu tidak diperbolehkan dalam pembagian, hal tersebut dapat menyebabkan solusi yang tidak valid dan dapat mempengaruhi pemahaman siswa secara keseluruhan. Permasalahan-permasalahan ini tentunya akan berdampak negatif terhadap efektivitas pembelajaran di kelas (Greeno dkk., 1996).

Berdasarkan studi pendahuluan yang telah dilakukan juga pada ditingkat sekolah menengah atas dan perguruan tinggi terdapat permasalahan-permasalahan yang menjadi kesulitan ketika akan menyelesaikan masalah pertidaksamaan rasional. Pada tingkat sekolah menengah atas secara khusus menganalisis hasil ulangan harian pada materi pertidaksamaan rasional, ditemukan tiga kategori *learning obstacles* berdasarkan (Brousseau, 2006a). Persentase siswa yang mengalami hambatan epistemologi sebesar 41%, diikuti oleh hambatan ontologi sebesar 36%. Selain itu, 23% siswa mengalami hambatan didaktik. Pada **Gambar 1.2** di bawah ini siswa melakukan kesalahan secara prosedural sehingga hal ini diidentifikasi siswa mengalami kesulitan dalam memberikan kesimpulan solusi dari pertidaksamaan rasional.

4. Nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2} < x + 5$  adalah ....

Penyelesaian :

$$\frac{(x+1)(x-3)(-x-5)}{(x-2)} < (x-2)$$

Syarat : •  $x - 2 \neq 0$   
 $x \neq 2$

Titik kritis : •  $x - 2 = 0$   
 $x = 2$   
•  $x + 1 = 0$   
 $x = -1$   
•  $x - 3 = 0$   
 $x = 3$   
•  $-x - 5 = 0$   
 $x = -5$

HP  $\{x | -5 < x < -1, x > 3\}$

**Gambar 1.2 Kesulitan Siswa Pada Materi Pertidaksamaan Rasional**

Merujuk kepada teknik proses penyelesaian pertidaksamaan rasional menurut Jupri (2021) pertama yaitu mengubah pertidaksamaan tersebut ke dalam bentuk umum  $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$  (atau  $\leq 0, > 0, \geq 0$ ), di mana ( $g(x) \neq 0$ ). Jika memungkinkan, faktorkan masing-masing pembilang ( $f(x)$ ) dan penyebut ( $g(x)$ ) ke dalam faktor linier. Selanjutnya, tentukan nilai titik kritis dari ( $f(x)$ ) dan ( $g(x)$ ), yaitu nilai  $x$  yang membuat ( $f(x) = 0$ ) dan ( $g(x) = 0$ ), lalu letakkan nilai-nilai yang didapatkan pada garis bilangan. Garis bilangan akan terbagi menjadi beberapa interval. Pilih satu titik dari setiap interval dan uji apakah ia memenuhi pertidaksamaan tersebut atau tidak. Terakhir, catat interval-interval yang membuat pernyataan dalam pertidaksamaan benar.

Proses menemukan solusi dari pertidaksamaan rasional siswa, langkah pertama tidak mengubah pertidaksamaan kedalam bentuk umumnya, walaupun siswa terlihat mengetahui syarat tidak boleh sama dengan nol. Siswa mengubah bentuk pertidaksamaan rasional untuk menemukan faktor-faktor yang akan menjadi titik kritis, namun proses menyederhanakan bentuk pertidaksamaan rasional yang dilakukan tidak sepenuhnya benar, sehingga hasil yang didapatkan salah dan berdampak terhadap titik kritis yang didapatkan, siswa tersebut diprediksi mengalami *ontogenic obstacles*. Kemudian siswa dalam proses penyelesaian pun tidak melakukan pengujian tanda, sehingga tanda daerah yang ditemukan tidak sesuai dengan pertidaksamaan rasional, sehingga siswa tersebut diprediksi mengalami *epistemological obstacles*.

$$\frac{x-1}{x+1} < 0$$

$$\Rightarrow x-1 < 0$$

$$x < 1$$

$$\Rightarrow x+1 < 0$$

$$x < -1$$

$$\Rightarrow x+1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

Interval =  $(+\infty, 1)$   
 HP =  $\{x \mid x < 1, x \in \mathbb{R}\}$

**Gambar 1.3. Kesulitan Calon Guru Matematika Pada Materi Pertidaksamaan Rasional**

Berdasarkan gambar **Gambar 1.3.** tersebut calon guru matematika mengalami kesulitan memahami permasalahan, sehingga kesimpulan yang didapatkan tidak benar. Langkah pertama yang dilakukan oleh calon guru matematika dengan menentukan pertidaksamaan kedalam bentuk umum memang dilakukan dengan benar dan memahami bahwa syarat penyebut tidak boleh nol. Namun untuk langkah selanjutnya terjadi kesalahan, termasuk menentukan interval daerah yang dibatasi oleh titik kritis, menyebabkan kesalahan menentukan solusi. Selanjutnya calon guru matematika pun tidak melakukan analisis tanda walaupun diprediksi menentukan solusi sesuai dengan tanda dari pertidaksamaan rasional, namun hal tersebut tidak sesuai dengan solusi, calon guru matematika tersebut

karena tidak melakukan beberapa langkah konseptual yang seharusnya dilakukan diprediksi mengalami *epistemological obstacles*.

Kesulitan yang dialami oleh calon guru matematika dalam melakukan uji coba pada interval yang relevan untuk menentukan tanda pecahan adalah masalah yang perlu diperhatikan dalam pengembangan pendidikan guru matematika. Kesalahan tersebut mungkin terjadi karena kurangnya pemahaman tentang aturan-aturan tanda, kekurangan dalam langkah-langkah perhitungan, atau kurangnya perhatian terhadap pentingnya mengubah tanda ketika menginvers ekspresi pecahan. Untuk membantu calon guru matematika memahami konsep ini dengan lebih baik, diperlukan pendekatan pembelajaran yang lebih terstruktur dan sistematis. Penekanan pembelajaran harus lebih pada pemahaman aturan tanda, menyederhanakan bentuk pecahan, dan penerapan uji coba pada interval.

Berdasarkan uraian tersebut di atas, siswa maupun calon guru matematika masih mengalami kesulitan dalam menemukan solusi pada konsep pertidaksamaan rasional. Sehingga, melakukan diskusi terkait dengan kesulitan-kesulitan tersebut merupakan pendekatan yang berharga untuk memperbaiki proses pembelajaran (Schreiber & Tsamir, 2012). Kesulitan yang dihadapi tersebut juga dapat memberikan informasi akan terjadinya perbedaan antara *concept image* dengan *concept definition*. Karena *concept image* dan *concept definition* adalah kerangka teoretis dalam menganalisis pembentukan struktur kognitif siswa (Duval, 2006), dan *concept image* lebih sering digunakan untuk mengukur sejauh mana pemahaman siswa terkait dengan konsep matematika dibandingkan dengan *concept definition* (Vinner & Dreyfus, 1989; Duval, 2006; Nurwahyu & Tinungki, 2020).

*Concept image* berkembang secara dinamis terbentuk dari pengalaman belajar dan aktivitas matematika sehari-hari. Namun, pembentukan *concept image* siswa yang menghafal *concept definition* tanpa menghubungkannya dengan makna maka akan terjadi masalah (Vinner, 1983a). Karena *concept image* siswa dapat mencakup atau tidak mencakup definisi matematika yang benar (Nurwahyu & Tinungki, 2020). Akibatnya, siswa mungkin mengalami kesulitan dalam menerapkan konsep matematika tersebut pada konteks yang berbeda. Kesalahan ini

sering terjadi ketika siswa bergantung pada hafalan daripada pemahaman konseptual saat memecahkan masalah matematika.

Pada sistem didaktik  $S(X; Y; P)$  yaitu seseorang atau sekelompok orang  $Y$  yang melakukan sesuatu untuk membantu kelompok lain dari orang-orang  $X$  untuk mempelajari pengetahuan  $P$ . Melalui analisis transposisi didaktis  $P$  dirancang untuk diajarkan sesuai dengan keadaan  $X$  oleh  $Y$ . Namun, pada saat difusi  $P$  dimungkinkan terjadinya variasi *concept image* dan *concept definition* karena setiap individu merekonstruksi definisi secara pribadi. Oleh karena itu, Tall dan Vinner (1981) percaya bahwa *concept definition* pribadi seseorang dapat berbeda dari *formal definition* (definisi yang diterima oleh komunitas matematika). Berdasarkan asumsi ini, pada sistem didaktik  $S(X; Y; P)$ ,  $X$ ,  $Y$  dan  $P$ , pada konteks pertidaksamaan rasional, sehingga terjadi perbedaan *concept image* dan *concept definition* pada setiap sistem didaktik tersebut.

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis fenomena proses transposisi didaktis materi pertidaksamaan rasional. Transposisi didaktis menyoroti pentingnya memahami proses transformasi pengetahuan matematika dari bentuk akademis menjadi bentuk yang dapat diajarkan dan dipelajari oleh siswa, serta implikasinya bagi pembelajaran matematika di kelas. Pembelajaran matematika berlangsung dalam latar belakang ekologi yang mencakup aspek material, biologis, dan sosial (Wittgenstein, 1953). Pada penelitian ini, transposisi didaktis bertujuan untuk memahami makna matematika, dalam menciptakan pemahaman menyeluruh yang dapat digunakan untuk menganalisis dan merancang pembelajaran matematika.

Berdasarkan fakta yang ada, terdapat permasalahan dalam pendidikan tinggi dan sekolah menengah terkait kendala institusional (Hoz & Weizman, 2008). Salah satu kendala signifikan terjadi saat calon guru matematika beralih dari lingkungan universitas ke lingkungan sekolah, di mana mereka sering menghadapi tantangan transisi institusional (Dall'Alba dkk., 2016a). Transisi tersebut merupakan perubahan dalam hubungan institusional yang harus diadaptasi oleh siswa tanpa adanya pembahasan yang memadai atau dengan informasi yang terlalu umum (Van Hoof dkk., 2017). Dalam konteks tersebut, pemahaman tentang konsep transposisi

diubah dan disesuaikan untuk lingkungan sekolah dalam menghadapi tantangan transisi institusional tersebut.

Matematikawan Felix Klein mengidentifikasi masalah serupa dalam transisi dari pendidikan tingkat universitas ke profesi pengajar dengan menggambarkan bagaimana mahasiswa universitas kadang-kadang kesulitan untuk melihat hubungan antara pendidikan universitas mereka dan pembelajaran di sekolah, yang berujung pada keterbatasan pengaruh pendidikan mereka terhadap metode pembelajaran mereka di masa depan (Allmendinger dkk., 2023). Proses transposisi didaktis memainkan peran penting dalam menjembatani kesenjangan dengan mentransformasi pengetahuan matematika dari domain para ahli ke dalam konteks pendidikan. Tentunya proses transposisi didaktis tersebut juga memperjelas hubungan pendidikan di universitas dengan tugas-tugas mereka di masa depan.

Pada penelitian ini, *Didactical Design Research* (DDR) digunakan sebagai kerangka metodologi untuk mengeksplorasi fenomena transposisi didaktis pada konsep pertidaksamaan rasional. DDR telah berkembang secara signifikan di Indonesia sebagai pendekatan untuk merancang desain didaktis yang efektif, terutama dalam pelatihan calon guru matematika. Pendekatan ini bertujuan untuk memberikan pengetahuan dan pengalaman praktis yang diperlukan untuk menjadi guru matematika yang kompeten. DDR terdiri dari tiga tahap utama: (1) analisis situasi didaktis sebelum pembelajaran, yang melibatkan pemahaman kondisi dan konteks sebelum penerapan desain; (2) analisis metapedadidaktik, yang fokus pada evaluasi dan refleksi terhadap proses pembelajaran; dan (3) analisis retrospektif, yang mencakup dialektika antara analisis situasi didaktis hipotetis dan hasil analisis metapedadidaktik untuk memahami efektivitas desain didaktis (Suryadi, 2013a).

Dalam paradigma interpretif, eksplorasi fenomena transposisi didaktis dilakukan dengan fokus pada pemahaman mendalam tentang bagaimana pengetahuan matematika direpresentasikan, ditransformasikan, dan disampaikan dalam konteks pembelajaran. Selain itu, pendekatan interpretif memungkinkan peneliti untuk memahami peran konteks sosial, budaya, dan situasional dalam proses transposisi didaktis. Hal tersebut mencakup pemahaman tentang bagaimana nilai-nilai, keyakinan, dan asumsi guru mempengaruhi cara mereka mengajarkan

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS

MATERI PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

matematika serta bagaimana pemahaman siswa dan respons mereka terhadap pembelajaran juga memengaruhi proses transposisi didaktis.

Telah banyak penelitian DDR dilakukan di Indonesia dengan berbagai tingkat satuan pendidikan, dari sekolah dasar sampai dengan perguruan tinggi, misalnya (Nurkhasanah dkk., 2023) rancangan desain didaktis untuk mereduksi *learning obstacles* siswa sekolah dasar pada materi pecahan. Kemudian penelitian pada tingkat Sekolah Menengah Pertama yang dilakukan oleh Ardiansari dkk. (2023) rancangan desain didaktis digunakan untuk mengatasi *learning obstacles* pada materi aljabar. Penelitian pada tingkat sekolah menengah Atas yang dilakukan oleh Ria dkk. (2023) bahwa desain didaktis telah dapat meminimalisir hambatan yang terjadi pada materi limit fungsi aljabar. Begitu juga pada tingkat perguruan tinggi telah dilakukan oleh Angraini (2020) menunjukkan bahwa kesulitan belajar mahasiswa ada yang berkurang, namun masih terdapat mahasiswa yang masih mengalami kesulitan, sehingga desain didaktis revisi diperlukan untuk memperbaiki desain didaktis awal.

Bahkan penelitian DDR terus berkembang dan digunakan sebagai alat praktek refleksi pembelajaran bagi calon guru matematika dan guru matematika. Praktek refleksi pada calon guru matematika walaupun hanya pada tahapan analisis prospektif, penelitian ini dilakukan oleh Nurhikmayati dkk., (2022) calon guru matematika mendapatkan pengalaman memaknai konsep Transformasi Geometri siswa, di mana terdapat kecenderungan siswa untuk mendapatkan makna dari apa yang diajarkan oleh guru dan buku yang lebih berorientasi pada pemaknaan konsep yang bersifat prosedural, mereka juga mendapatkan pengalaman dalam menganalisis *learning obstacles*.

Kemudian praktek refleksi pada komunitas guru matematika telah dilakukan oleh Rudi et al., (2020a) rancangan desain didaktis yang digunakan pada komunitas guru memberikan persepsi bahwa praktek refleksi berbasis DDR sangat penting dikuasai dan digunakan untuk pengembangan profesional para guru. Dengan demikian, penggunaan DDR telah memberikan manfaat besar dalam pengembangan pembelajaran matematika di berbagai tingkat pendidikan dan

berkontribusi pada peningkatan kualitas pembelajaran dan pemahaman siswa pada materi matematika tentunya.

Selain itu, berbagai penelitian telah dilakukan mengenai proses transposisi didaktis pada konsep matematika di berbagai jenjang pendidikan. Misalnya, penelitian oleh Akar dan İşksal-Bostan (2024) pada tingkat sekolah dasar menunjukkan adanya perbedaan signifikan antara pengetahuan yang seharusnya diajarkan menurut kurikulum dengan konten yang sebenarnya disampaikan oleh guru di kelas, serta pengetahuan yang diperoleh siswa mengenai konsep segi empat. Kemudian penelitian (Unaenah et al., 2023) melalui transposisi didaktis dapat mengungkapkan adanya kesenjangan konseptual antara definisi konsep yang disajikan oleh guru dan definisi konsep formal, pengetahuan ilmiah, dan definisi konsep yang disajikan dalam buku teks. Di tingkat pendidikan menengah, penelitian oleh Strømskag dan Chevallard (2024a) mengungkapkan bahwa matematika yang diajarkan cenderung mengalami dematematisasi, yaitu pemisahan konsep ilmiah menjadi bagian yang tidak terhubung secara logis, yang terjadi selama proses transposisi didaktis ketika pengetahuan ilmiah disesuaikan untuk pembelajaran. Temuan tersebut menyoroti tantangan keterhubungan konsep matematika selama proses transposisi didaktis.

Selanjutnya, penelitian di tingkat pendidikan tinggi menunjukkan berbagai temuan terkait proses transposisi didaktis. Thomaidis dan Tzanakis (2022) menunjukkan manfaat dari sinergi antara penelitian transposisi didaktis pada kuliah sejarah matematika dan penggunaan contoh kasus kesalahan Euler, yang membantu memahami bagaimana pengetahuan matematika dapat dikontekstualisasikan. Kemudian penelitian yang telah dilakukan oleh Sulastrri (2023) menunjukkan terdapat perbedaan sajian antara *knowledge to be taught* dengan yang disajikan oleh dosen dalam proses pembelajaran. Penelitian selanjutnya pada pendidikan tinggi, namun dalam konteks pembelajaran tentang “Gas” oleh Karaduman dkk. (2021) mengungkapkan adanya kesenjangan antara pengetahuan yang dipelajari oleh calon guru di universitas dan kebutuhan nyata dalam mengajar di kelas. Kemudian pada

konteks pembelajaran “genetika” penelitian oleh Lombard dan Weiss (2018b)  
Mohamad Gilar Jatisunda, 2024  
**ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS  
MATERI PERTIDAKSAMAAAN RASIONAL**  
Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

menunjukkan bahwa pengetahuan yang diajarkan di sekolah sering mengalami perubahan karakteristik saat melalui proses pembelajaran di kelas, mencerminkan perubahan yang terjadi selama transposisi didaktis dari teori ke praktik.

Begitu juga penelitian terkait dengan *concept image* yang dilakukan oleh Fernández dkk., (2024) hasil penelitian ini menunjukkan bahwa melalui modul pengajaran yang dirancang dengan baik, calon guru dapat mengembangkan *concept image* yang lebih baik tentang konsep matematika yang kompleks seperti limit. Penelitian selanjutnya pentingnya memahami dan mengembangkan *concept image* tentang konsep-konsep matematika tingkat lanjut dengan menyediakan kerangka kerja yang terstruktur untuk menganalisis dan memahami konsep tersebut (Lankeit & Biehler, 2024). Kemudian penelitian selanjutnya pada mata kuliah kalkulus oleh LaRue dan Infante (2015) ditemukan *concept image* siswa tentang variabel mungkin tidak lengkap atau tidak akurat, mengarah pada kesalahan dalam mengidentifikasi dan menggunakan variabel yang tepat pada materi fungsi optimasi.

Berdasarkan uraian diatas terkait dengan penelitian-penelitian yang sudah dilakukan antara didaktik transposisi dan *concept image* dalam konteks pendidikan matematika telah memberikan wawasan yang berharga tentang bagaimana konsep-konsep matematika disesuaikan untuk pembelajaran siswa dan bagaimana pemahaman siswa terbentuk. Meskipun demikian, penelitian yang sudah dilakukan cenderung terpisah-pisah, sehingga perlu adanya integrasi studi tentang transposisi didaktis dan *concept image* untuk menjembatani kesenjangan ini melalui penelitian yang lebih integratif dan komprehensif. Penelitian lebih lanjut diperlukan untuk mengeksplorasi bagaimana pendekatan transposisi didaktis secara langsung memengaruhi *concept image* siswa.

Urgensi penelitian ini adalah untuk memahami pentingnya bagaimana proses transposisi didaktis dalam praktek pendidikan, khususnya dalam konteks pembelajaran matematika dengan materi pertidaksamaan rasional. Memahami bagaimana pengetahuan ilmiah diubah menjadi materi pembelajaran di kelas, peneliti akan mendapatkan dasar *scholarly knowledge* materi pertidaksamaan rasional. Analisis terhadap *concept image* guru akan memberikan gambaran proses

Mohamad Gilar Jatisunda, 2024

ANALISIS ZONE OF CONCEPT IMAGE DIFFERENCES PADA FENOMENA TRANSPOSISI DIDAKTIS

MATERI PERTIDAKSAMAAN RASIONAL

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

difusi pengetahuan oleh guru dalam memberikan makna pengetahuan materi pertidaksamaan rasional kepada siswa.

Begitu juga ketika kita memahami *concept image* yang terdapat pada siswa, akan memberikan gambaran secara nyata proses akuisisi konsep pertidaksamaan rasional. Tentunya hal tersebut akan menjadi rujukan untuk mengembangkan strategi pengajaran yang lebih efektif dan meningkatkan kualitas pendidikan. Berdasarkan uraian tersebut di atas peneliti mengajukan judul yaitu ***Zone of Concept Image Differences Pada Fenomena Transposisi Didaktis Materi Pertidaksamaan Rasional.***

### **1.2. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan latar belakang, maka tujuan umum dari penelitian ini adalah mendeskripsikan *Zone of Concept Image Differences* pada fenomena transposisi didaktis materi pertidaksamaan rasional. Adapun tujuan khusus dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan *concept image* menurut *scientific conception* pada materi pertidaksamaan rasional. Kemudian, mendeskripsikan *concept image* guru sebagai *teaching institution* pada materi pertidaksamaan rasional, juga mendeskripsikan *concept image* siswa sebagai *group of student* pada materi pertidaksamaan rasional. Terakhir, tujuan khusus dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan perbedaan *Zone of Concept Image Differences* menurut *scientific conception*, guru, dan siswa pada fenomena transposisi didaktis materi pertidaksamaan rasional.

### **1.3. Pertanyaan Penelitian**

Berdasarkan latar belakang dan tujuan, maka pertanyaan yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana kedudukan materi pertidaksamaan rasional dalam kurikulum dan buku teks (*knowledge to be taught*)?
2. Bagaimana proses transposisi didaktis yang dilakukan oleh guru dalam menghasilkan "*taught knowledge*" pada konsep pertidaksamaan rasional?
3. Bagaimana pengetahuan siswa yang terbentuk (*learnt knowledge*) pada materi pertidaksamaan rasional berdasarkan *concept image*?

4. Bagaimana *Zone of Concept Image Differences* setiap Institusi pada fenomena transposisi didaktis materi pertidaksamaan rasional?

#### 1.4. Manfaat Penelitian

Terdapat dua hal manfaat dari penelitian ini yaitu manfaat teoritis dan manfaat praktis. Adapun manfaat teoritis dari penelitian ini adalah untuk dijadikan bahan referensi dan juga diskusi yang digunakan ketika akan melaksanakan proses mengkonstruksi pengetahuan siswa pada konsep pertidaksamaan rasional. Proses intrepetasi transposisi didaktis yang dimulai dengan *scholarly knowledge* → *knowledge to be taught* → *taught knowledge* → *learnt knowledge* melalui kerangka metodologi *didactical design research* dengan paradigma interpretif diharapkan dapat dijadikan sebagai sumber pengetahuan dalam menghadirkan proses pembelajaran yang epistemik dan sistemik, khususnya pada pembelajaran pertidaksamaan rasional. Fenomena transposisi didaktis memberikan informasi yang komprehensif terkait dengan *concept image* siswa apakah konsep pertidaksamaan rasional secara konsisten dipahami sesuai dengan konsep *scholarly knowledge*. Manfaat praktis yang dihasilkan dari penelitian ini adalah dapat digunakan sebagai sumber rujukan bagi guru untuk merefleksikan sejauh mana analisis yang dilakukan ketika mempersiapkan pembelajaran dikelas. Selain itu dapat digunakan juga sebagai rujukan untuk pengembangan desain didaktis pada materi pertidaksamaan rasional. Kemudian manfaat praktis bagi siswa dapat memberikan kontribusi yang signifikan dalam meningkatkan pengalaman pembelajaran matematika bagi siswa dengan menyajikan materi secara lebih relevan, menyesuaikan instruksi, dan mendorong pengembangan keterampilan berpikir kritis. Manfaat praktis selanjutnya bagi peneliti adalah hasil dari penelitian ini dapat di jadikan sebagai rujukan dalam mengkonstruksi landasan *a-priori* dalam mengembangkan desain didaktis, baik itu analisis transposisi didaktis.

#### 1.5. Definisi Operasional

Terdapat beberapa istilah yang berkaitan dengan fokus penelitian untuk menghindari ambiguitas makna, maka makna yang dimaksud dalam penelitian ini dijelaskan sebagai berikut:

1. *Concept Image* merupakan struktur kognitif dalam pemikiran seseorang yang memberikan Gambaran terkait dengan suatu konsep tertentu. Pada konteks penelitian ini, *Concept image* adalah representasi mental dari konsep pertidaksamaan rasional dalam pemikiran setiap individu yang mencakup bagaimana konsep tersebut dipahami dan diproses dalam konteks pemikiran masing-masing individu, meliputi representasi visual, proses mental, dan sifat-sifat yang terkait dengan konsep tersebut.
2. *Theory of Didactical Situation* merupakan rangkaian kondisi yang terdiri dari Situasi Aksi di mana siswa mengembangkan pemahaman dan solusi atas permasalahan yang diberikan. Situasi Formulasi merupakan kondisi dimana siswa memformulasikan pemahaman dan strategi mereka melalui kolaborasi, baik berpasangan maupun berkelompok, dengan keberhasilan ditandai oleh pemahaman dan strategi bersama dalam menyelesaikan permasalahan. Situasi Validasi adalah kondisi ketika guru melakukan validasi pemahaman dan strategi siswa, memperbaiki serta memberikan penjelasan terkait teori, memastikan strategi yang tepat digunakan, dan menghasilkan kesimpulan dari permasalahan yang diberikan. Situasi Institusionalisasi adalah kondisi ketika siswa mengubah pengetahuan sebelumnya menjadi pengetahuan baru melalui arahan guru, kemudian menerapkannya untuk menyelesaikan masalah lainnya.
3. *Didactics transposition* merupakan transformasi matematika ranah akademik menjadi matematika yang siap untuk diajarkan kepada siswa melalui berbagai proses yang secara sosial dianggap penting bagi proses pembelajaran di sekolah dan berdasarkan berbagai elaborasi yang sesuai dengan keadaan siswa.
4. *Scholarly Knowledge* atau *Scientific conception* merupakan konsep pertidaksamaan rasional berdasarkan versi ilmiah yang bebas konteks.
5. *Knowledge to be taught* konsep pertidaksamaan rasional merupakan konsep pertidaksamaan rasional yang telah mengalami transformasi oleh *noosphere* menjadi matematika yang diadaptasi pada kurikulum sekolah.
6. *Taught Knowledge* konsep pertidaksamaan rasional merupakan konsep pertidaksamaan rasional yang telah mengalami transformasi oleh guru menjadi konsep yang siap diajarkan kepada siswa dalam proses pembelajaran.

7. *Learnt Knowledge* konsep pertidaksamaan rasional merupakan konsep pertidaksamaan rasional yang terdapat pada siswa setelah mengikuti proses pembelajaran dengan guru.
8. *Anthropological Theory of Didactic (ATD)* merupakan suatu gagasan yang digunakan untuk menganalisis bagaimana pengetahuan matematika dikonstruksi, disebarluaskan, dan dipengaruhi oleh faktor-faktor sosial, institusi, dan budaya. Menurut ATD bahwa pembelajaran matematika dipengaruhi tidak hanya oleh pengetahuan siswa dan kemampuan guru, tetapi juga oleh faktor eksternal seperti kebijakan pendidikan, kurikulum, dan norma sosial.
9. *Didactical Design Research (DDR)* pada konteks penelitian ini merupakan DDR sebagai paradigma penelitian yaitu paradigma interpretif yang mengkaji fenomena terkait dengan dampak desain didaktis. Tujuan utama dari paradigma interpretif yaitu untuk memahami hakikat suatu realitas dengan fokus pengamatan atau kajian dalam konteks ini, berkaitan dengan tiga hal yaitu, makna, pengalaman pemaknaan, serta kultur yang berdampak pada terciptanya pengalaman dalam proses pemaknaan konsep pertidaksamaan rasional.