

BAB III

METODE PENELITIAN

Bab ini membahas deskripsi masalah, model optimisasi, representasi pola dengan algoritma *Pattern Generation*, ilustrasi masalah sederhana dan penyelesaian masalah *Cutting Stock* satu dimensi.

3.1 Deskripsi Masalah

Penelitian ini membahas tentang bagaimana menyelesaikan masalah *Cutting Stock Problem* satu dimensi. Adapun masalah yang akan diangkat pada penelitian ini akan diambil dari data sekunder. Data sekunder tersebut berupa data ukuran kerangka atap rumah dengan menggunakan baja ringan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan pola pemotongan yang tepat sesuai dengan stok yang tersedia dengan penggunaan stok dan sisa pemotongan seminimum mungkin. Adapun asumsi-asumsi yang diambil sebagai berikut:

1. Terdapat stok dengan beberapa ukuran panjang tertentu,
2. Stok yang tersedia cukup untuk memenuhi kebutuhan,
3. Tidak ada biaya pemotongan stok,
4. Tidak ada pengelasan terhadap sisa pemotongan.

3.2 Model Optimisasi

Penelitian ini akan menggunakan model Integer *Linear Programming* (ILP). Proses pembentukan model ILP dimulai dengan mendefinisikan variabel, menentukan fungsi tujuan dan kendala-kendala yang harus dipenuhi.

1. Definisi Variabel

Model ini mendefinisikan beberapa variabel, seperti jumlah stok yang dipotong dengan pola tertentu (x_j), ukuran panjang stok yang tersedia (l'_k), ukuran panjang yang dibutuhkan (l_i), dan jumlah stok yang dihasilkan dari pemotongan (a_{ijk}). Nilai i menunjukkan banyaknya variasi kebutuhan, nilai j

menunjukkan banyaknya pola pemotongan dan nilai k menunjukkan banyaknya ukuran stok yang tersedia.

2. Menentukan Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan dari model yang ingin dibentuk adalah meminimumkan sisa pemotongan dan juga banyaknya stok yang digunakan. Oleh karena itu, fungsi tujuan terdiri atas dua bagian.

- a. Bagian pertama yaitu untuk setiap pola pemotongan j ($j = 1, 2, \dots, q$) hitung selisih antara panjang stok yang tersedia (l'_k) dengan hasil kali antara ukuran panjang yang dibutuhkan (l_i) dan jumlah stok yang dihasilkan dari pemotongan (a_{ijk}). Total sisa pemotongan didapatkan dengan mengalikan jumlah stok yang dipotong dengan pola tertentu (x_j) dan sisa pemotongan untuk setiap pola. Secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^q (x_j * (\sum_{k=1}^r (l'_k - \sum_{i=1}^n l_i * a_{ijk})))$$

dengan :

l'_k = panjang stok variasi ke- k yang tersedia

x_j = jumlah stok yang dipotong dengan pola ke - j ,

a_{ijk} = jumlah variasi ke - i yang dipotong berdasarkan pemotongan pola ke - j dari ukuran panjang stok ke- k ,

- b. Bagian kedua yaitu meminimumkan banyaknya stok yang digunakan. Penggunaan banyaknya stok bergantung pada jumlah yang dibutuhkan (d_i). Jumlah stok yang dihasilkan setelah pemotongan harus memenuhi semua kebutuhan. Oleh karena itu, untuk meminimumkan banyaknya stok yang digunakan dan tetap memenuhi kebutuhan maka harus diukur kelebihan pemotongan untuk setiap pola. Kelebihan pemotongan untuk setiap pola didapatkan dengan menghitung selisih total jumlah stok yang dipotong berdasarkan pola ke- j dan stok ke- k dengan jumlah kebutuhan setiap variasi dan dikalikan dengan ukuran kebutuhan.

$$\sum_{i=1}^n (((\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^q x_j * a_{ijk}) - d_i) * l_i)$$

dengan :

x_j = jumlah stok yang dipotong dengan pola ke $-j$,

a_{ijk} = jumlah variasi ke $-i$ yang dipotong berdasarkan pemotongan pola ke $-j$ dari ukuran panjang stok ke- k ,

d_i = banyaknya variasi ke $-i$ yang dibutuhkan.

3. Menentukan kendala-kendala yang harus dipenuhi

Kendala dalam model bertujuan untuk memastikan solusi yang dihasilkan dapat terpenuhi. Berdasarkan fungsi tujuan yang telah dibentuk maka kendala yang harus dipenuhi yaitu sebagai berikut:

- a. Kendala pemenuhan kebutuhan: Kendala ini menunjukkan banyaknya stok yang dipotong sesuai pola harus lebih besar dan sama dengan banyaknya jumlah ukuran stok yang dibutuhkan. Tujuan dari dibentuknya kendala ini yaitu untuk memastikan bahwa total stok yang dipotong memenuhi kebutuhan.

$$\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^q x_j * a_{ijk} \geq d_i, \forall i.$$

dengan :

x_j = jumlah stok yang dipotong dengan pola ke $-j$,

a_{ijk} = jumlah variasi ke $-i$ yang dipotong berdasarkan pemotongan pola ke $-j$ dari ukuran panjang stok ke- k ,

d_i = banyaknya variasi ke $-i$ yang dibutuhkan.

- b. Kendala Non-Negatif : Kendala ini memastikan bahwa jumlah stok yang dipotong tidak boleh negatif, artinya secara fisik tidak mungkin melakukan pemotongan dalam jumlah negatif.

$$x_j \geq 0, \forall j.$$

dengan :

x_j = jumlah stok yang dipotong dengan pola ke $-j$

- c. Kendala bilangan bulat : Kendala ini memastikan bahwa jumlah stok yang dipotong adalah bilangan bulat, artinya jumlah pemotongan tidak dapat berupa pecahan. Dalam *Integer Linear Programming* (ILP) variabel x_j terbatas pada integer.

$$x_j \in \text{bilangan bulat}, \forall i.$$

dengan :

x_j = jumlah stok yang dipotong dengan pola ke -j

Berdasarkan proses pembentukan model optimisasi dengan pendekatan *Integer Linear Programming* (ILP) yang bertujuan untuk meminimumkan sisa pemotongan stok untuk setiap pola dan meminimumkan banyaknya stok yang digunakan. Kendala dari fungsi tujuan yang digunakan adalah banyaknya stok yang dipotong sesuai pola harus lebih besar dan sama dengan banyaknya jumlah ukuran stok yang dibutuhkan. Fungsi tujuan dari model ILP dinyatakan sebagai berikut:

Meminimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^q (x_j * (\sum_{k=1}^r (l'_k - (\sum_{i=1}^n l_i * a_{ijk})))) + \sum_{i=1}^n (((\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^q x_j * a_{ijk}) - d_i) * l_i)$$

Keterangan :

Z = sisa pemotongan

x_j = jumlah stok yang dipotong dengan pola ke -j

l'_k = panjang sto k variasi ke- k yang tersedia,

l_i = panjang variasi ke -i yang dibutuhkan,

d_i = jumlah variasi ke -i yang dibutuhkan,

a_{ijk} = jumlah variasi ke -i yang dihasilkan menurut pemotongan pola ke -j dari ukuran panjang stok ke-k.

Fungsi Kendala

1. Kendala pemenuhan kebutuhan sesuai dengan variasi ukuran ke -i:

$$\sum_{k=1}^r \sum_{j=1}^q x_j * a_{ijk} \geq d_i, \forall i.$$

2. Kendala non-negatif :

$$x_j \geq 0, \forall j.$$

3. Kendala bilangan bulat :

$$x_j \in \text{bilangan bulat}, \forall i.$$

Himpunan dan Indeks :

Sri Nadiani, 2024

PENYELESAIAN MASALAH CUTTING STOCK SATU DIMENSI MENGGUNAKAN MODEL INTEGER LINEAR PROGRAMMING DAN ALGORITMA PATTERN GENERATION

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

$I = \{1, 2, \dots, n\}$, himpunan variasi panjang yang dibutuhkan dengan indeks i

$J = \{1, 2, \dots, q\}$, himpunan pola pemotongan dengan indeks j

$K = \{1, 2, \dots, r\}$, himpunan panjang dengan indeks k

Untuk nilai l'_k, l_i dan d_i diberikan pada masalah adapun untuk nilai a_{ijk} dicari dengan mengimplementasikan algoritma *Pattern Generation* seperti yang akan dibahas pada sub bab 3.3.

3.3 Representasi Pola dengan Algoritma *Pattern Generation*

Algoritma *Pattern Generation* membangkitkan seluruh pola pemotongan yang *feasible* diperoleh melalui sebuah pohon pencarian (Bangun, 2016). Setiap level dari pohon menyatakan sebuah ukuran permintaan. Level pertama ditempati oleh permintaan ukuran terbesar. Demikian seterusnya permintaan dengan ukuran terkecil terletak pada level terendah dari pohon. Simpul awal merepresentasikan ukuran stok. Percabangan pada level i menyatakan semua pemotongan ukuran permintaan i yang mungkin, di mana sisa pemotongannya dinyatakan sebagai simpul pada level i tersebut. Langkah ini diulang sampai level terakhir. Simpul pada level terakhir menyatakan sisa pemotongan dari sebuah pola pemotongan.

Misalkan $l_1 > l_2 > l_3 > \dots > l_n$, didefinisikan sebuah matriks $[a_{ijk}]$ yaitu matriks dengan jumlah item dengan panjang l_i yang diperoleh menurut pola pemotongan ke- j dari ukuran panjang stok ke- k (Sulaiman, 2001):

Untuk elemen pertama di kolom pertama :

$$a_{11k} = \left\lfloor \frac{l'_k}{l_1} \right\rfloor \dots \dots \dots (1)$$

Untuk elemen kedua di kolom pertama :

$$a_{21k} = \left\lfloor \frac{l'_k - a_{11k}l_1}{l_2} \right\rfloor \dots \dots \dots (2)$$

Untuk elemen ke- i di kolom pertama adalah:

$$a_{i1k} = \left\lfloor \frac{l'_k - \sum_{z=1}^{i-1} a_{z1k}l_z}{l_i} \right\rfloor \dots \dots \dots (3)$$

Untuk elemen ke-i di kolom ke-j, dirumuskan :

$$a_{ijk} = \left\lfloor \frac{l'_k - \sum_{z=1}^{n-1} a_{zjk} l_z}{l_i} \right\rfloor \dots\dots\dots (4)$$

Sisa dari pola pemotongan ditentukan oleh:

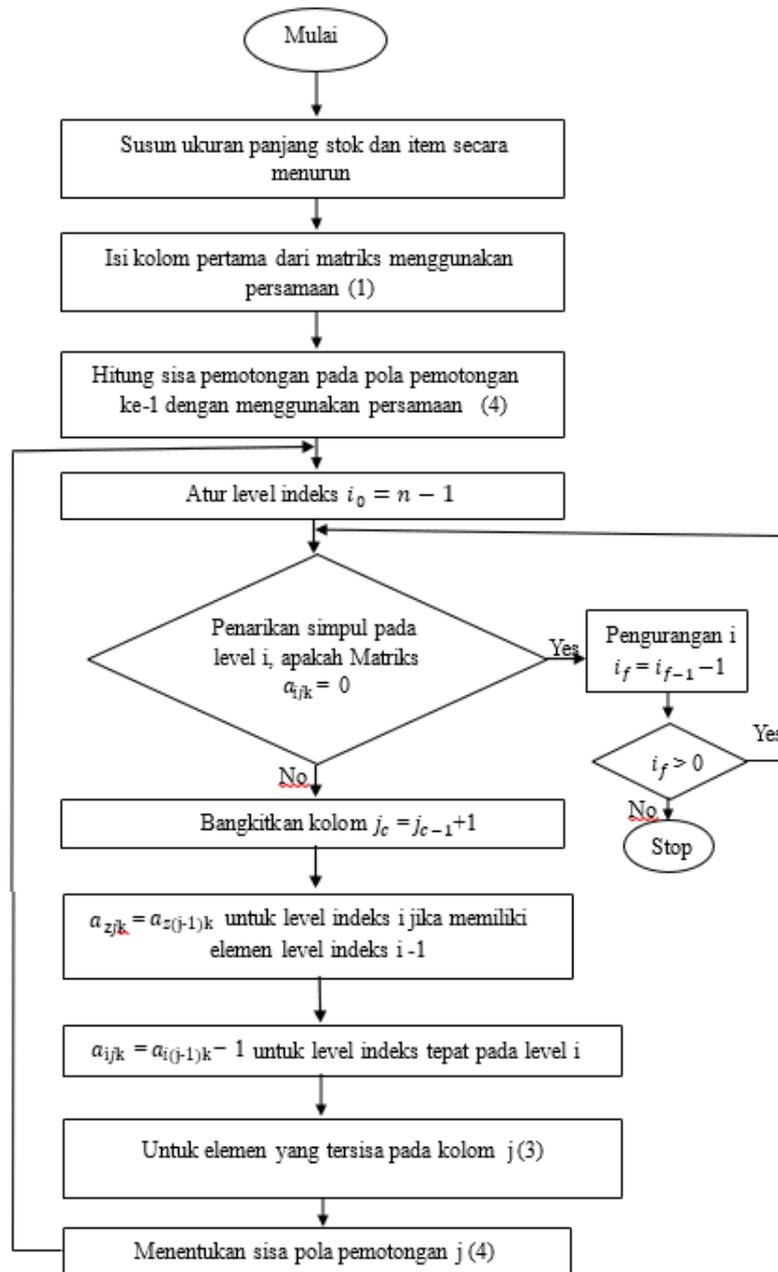
$$c_{jk} = l'_k - \sum_{i=1}^n a_{ijk} l_i \dots\dots\dots (5)$$

Selengkapny, langkah-langkah pada algoritma *Pattern Generation* adalah sebagai berikut :

1. Susun ukuran panjang stok l'_k ($k = 1,2,3,\dots,r$) dengan urutan menurun.
2. Susun ukuran panjang yang diperlukan l_i ($i = 1,2,3,\dots,n$) dengan urutan menurun.
3. Gunakan persamaan (3) untuk mengisi kolom pertama ($j_0=1$) dari matriks.
4. Gunakan persamaan (5) untuk mencari sisa pemotongan yang dihasilkan dari pola pemotongan.
5. Atur level indeks (indeks baris) $i_0 = n - 1$.
6. Periksa matriks sekarang pada level ke i (dari step 4). Jika matriks memiliki nilai sama dengan nol ($a_{ijk} = 0$), lanjut ke step 8. Jika tidak bangkitkan kolom baru $j_c = j_{c-1} + 1$ dengan elemen-elemen berikut :
 - a. $a_{zjk} = a_{z(j-1)k}$ ($z = 1, 2, \dots, i-1$) elemen untuk mengisi indeks level i jika ada elemen sebelumnya yaitu elemen di level $i-1$.
 - b. $a_{ijk} = a_{i(j-1)k} - 1$ elemen untuk mengisi level indeks tepat pada level i
 - c. Isi sisa elemen dari kolom menggunakan persamaan (4)
7. Kembali ke langkah 5 setelah mencari sisa pemotongan yang menghasilkan dari pola pemotongan ke j berdasarkan persamaan (5).
8. Pengurangan indeks i , yaitu $i_f = i_{f-1} - 1$, dimana $f = 1,2,3, \dots, n - 1$. Jika i_f lebih besar dari 0 maka kembali ke langkah 6. Jika tidak, berhenti.

Selengkapnya langkah-langkah tersebut dapat digambarkan pada Gambar

3.1.



Gambar 3. 1 *Flowchart* algoritma *Pattern Generation*

3.4 Ilustrasi Masalah Sederhana

Untuk memperjelas pemahaman tentang penyelesaian masalah *Cutting Stock* dengan Algoritma *Pattern Generation* diberikan contoh masalah pemotongan berikut.

Misalkan terdapat stok baja ringan berukuran 4 m dan 6 m dengan ukuran yang dibutuhkan 4 m, 3 m, dan 2 m masing-masing sebanyak 5, 6 dan 7 buah. Ukuran-ukuran yang dibutuhkan dan kebutuhan baja ringan disajikan pada Tabel 3.1.

Tabel 3. 1 Ukuran dan jumlah baja ringan

Variasi Panjang (l_i)	Ukuran yang Dibutuhkan (m)	Jumlah Kebutuhan (d_i)
l_1	4	5
l_2	3	6
l_3	2	7

Berdasarkan contoh masalah yang diketahui maka diperoleh panjang stok yang tersedia yaitu $l'_1 = 6\text{ m}$ dan $l'_2 = 4\text{ m}$. Oleh karena itu implementasi algoritma *Pattern Generation* dimulai dengan stok yang berukuran 6 meter dan dilanjutkan dengan stok yang berukuran 4 meter. Langkah-langkah algoritma *Pattern Generation* dalam membangkitkan seluruh pola yang mungkin adalah sebagai berikut:

3.4.1 Pembentukan Pola Pemotongan Berdasarkan Panjang Stok Berukuran 6 m

Implementasi algoritma *Pattern Generation* pada pembentukan pola untuk ukuran stok 6 meter bertujuan untuk membangkitkan semua pola yang *feasible* yang bersesuaian dengan ukuran stok 6 meter. Langkah-langkah pembentukan pola berdasarkan algoritma *Pattern Generation* adalah sebagai berikut:

Pembentukan Pola ke-1

Langkah 1 : Menyusun panjang permintaan secara menurun: 4,3,2 (dalam m)

Maka didapatkan: $l_1 = 4, l_2 = 3, l_3 = 2$.

Sri Nadiani, 2024

PENYELESAIAN MASALAH CUTTING STOCK SATU DIMENSI MENGGUNAKAN MODEL INTEGER LINEAR PROGRAMMING DAN ALGORITMA PATTERN GENERATION

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Langkah 2 : Mengisi elemen kolom pertama menggunakan persamaan (1) dengan $j_0 = 1$

- $a_{111} = \left\lfloor \frac{l'_1}{l_1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{6}{4} \right\rfloor = 1$
- $a_{211} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{111}l_1}{l_2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{6 - (1)(4)}{3} \right\rfloor = 0$
- $a_{311} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{111}l_1 - a_{211}l_2}{l_3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{6 - (1)(4) - (0)(3)}{2} \right\rfloor = 1$

Langkah 3 : Menghitung sisa pemotongan dengan menggunakan persamaan (5)

$$c_{11} = l'_1 - a_{111}l_1 - a_{211}l_2 - a_{311}l_3 = 6 - (1)(4) - (0)(3) - (1)(2) = 0$$

Langkah 4 : Mengatur level indeks ($i = \text{indeks baris}$) ($n = \text{banyaknya item}$)

$$i_0 = n - 1 = 3 - 1 = 2$$

Langkah 5 : Didapatkan level indeks adalah 2 (dari langkah 4). Elemen pada level indeks 2 adalah a_{211} . Karena $a_{211} = 0$ maka lanjut mencari level indeks baru (*step* 7).

Langkah 6 : Pengurangan indeks sebanyak 1:

$$i_1 = i_0 - 1 = 2 - 1 = 1 \text{ karena } i = 1 > 0 \text{ maka ulangi menuju step 5}$$

Langkah 7 : Didapatkan level indeks baru adalah 1 (dari langkah 6). Elemen pada level indeks 1 adalah $a_{111} = 1$. Karena $a_{111} \neq 0$ maka bangkitkan kolom baru $j_1 = j_0 + 1 = 1 + 1 = 2$

2. Pembentukan Pola 2

- $a_{121} = a_{11} - 1 = 1 - 1 = 0$
- $a_{221} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{121}l_1}{l_2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{6 - (0)(4)}{3} \right\rfloor = 2$
- $a_{321} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{121}l_1 - a_{221}l_2}{l_3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{6 - (0)(4) - (2)(3)}{2} \right\rfloor = 0$

Langkah 8 : Menghitung sisa pemotongan dengan menggunakan persamaan (5)

$$c_{21} = l'_1 - a_{121}l_1 - a_{221}l_2 - a_{321}l_3 = 6 - (0)(4) - (2)(3) - (0)(2) = 0$$

Langkah 9 : Mengatur level indeks ($i = \text{indeks baris}$) ($n = \text{banyaknya item}$)

$$i_0 = n - 1 = 3 - 1 = 2$$

Langkah 10 : Didapatkan level indeks adalah 2 (dari langkah 9). Elemen pada level indeks 2 adalah $a_{221} = 2$. Karena $a_{221} \neq 0$ maka bangkitkan kolom baru $j_2 = j_1 + 1 = 2 + 1 = 3$

3. Pembentukan Pola 3

- $a_{131} = a_{121} = 0$
- $a_{231} = a_{221} - 1 = 2 - 1 = 1$
- $a_{331} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{131}l_1 - a_{231}l_2}{l_3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{6 - (0)(4) - (1)(3)}{2} \right\rfloor = 1$

Langkah 11 : Menghitung sisa pemotongan dengan menggunakan persamaan (5)

$$c_{31} = l'_1 - a_{131}l_1 - a_{231}l_2 - a_{331}l_3 = 6 - (0)(4) - (1)(3) - (1)(2) = 1$$

Langkah 12 : Mengatur level indeks ($i = \text{indeks baris}$) ($n = \text{banyaknya item}$)

$$i_0 = n - 1 = 3 - 1 = 2$$

Langkah 13 : Level indeks adalah 2 (dari langkah 12). Elemen pada level indeks 2 adalah $a_{231} = 1$. Karena $a_{231} \neq 0$ maka bangkitkan kolom baru $j_3 = j_2 + 1 = 3 + 1 = 4$

4. Pembentukan Pola 4

- $a_{141} = a_{131} = 0$
- $a_{241} = a_{231} - 1 = 1 - 1 = 0$
- $a_{341} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{141}l_1 - a_{241}l_2}{l_3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{6 - (0)(4) - (0)(3)}{2} \right\rfloor = 3$

Langkah 14 : Menghitung sisa pemotongan dengan menggunakan persamaan (5)

$$c_{41} = l'_1 - a_{14}l_1 - a_{24}l_2 - a_{34}l_3 = 6 - (0)(4) - (0)(3) - (3)(2) = 0$$

Langkah 15 : Mengatur level indeks ($i = \text{indeks baris}$) ($n = \text{banyaknya item}$)

$$i_0 = n - 1 = 3 - 1 = 2$$

Langkah 16 : Level indeks adalah 2 (dari langkah 15). Elemen pada level indeks 2 adalah $a_{241} = 0$. Karena $a_{241} = 0$ maka lanjut mencari level indeks baru (*step 7*).

Langkah 17 : Pengurangan indeks sebanyak 1:

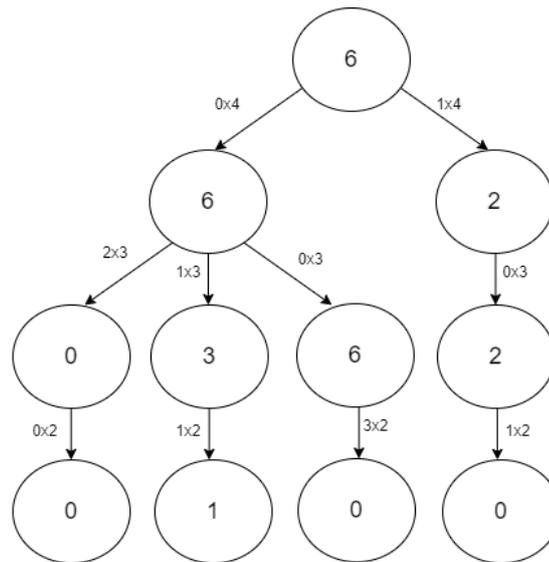
$$i_1 = i_0 - 1 = 2 - 1 = 1 \text{ karena } i = 1 > 0 \text{ maka ulangi menuju (step 5)}$$

Langkah 15 : Didapatkan level indeks baru adalah 1 (dari langkah 17). Elemen pada level indeks 1 adalah $a_{141} = 0$. Karena $a_{141} = 0$ maka lanjut mencari level indeks baru (*step 7*).

Langkah 16 : Pengurangan indeks sebanyak 1:

$$i_2 = i_1 - 1 = 1 - 1 = 0 \text{ karena } i = 0 \not> 0 \text{ maka stop}$$

Langkah-langkah di atas dapat digambarkan sebagai pohon pencarian pada Gambar 3.2 pohon pencarian tersebut memiliki simpul paling atas sebagai akar dan memiliki 4 lintasan menuju simpul paling bawah yang menjelaskan bahwa terdapat 4 pola pemotongan.



Gambar 3. 2 Pohon pencarian algoritma *Pattern Generation* untuk ukuran stok 6 meter

Tabel 3. 2 Pola pemotongan stok berukuran 6 meter

Pola ke	Ukuran yang Dibutuhkan (m)			Sisa
	4	3	2	
1	1	0	1	0
2	0	2	0	0
3	0	1	1	1
4	0	0	3	0

Gambar 3.2 dan Tabel 3.2 memperlihatkan stok berukuran panjang $l'_1 = 6 m$ dapat dipotong berdasarkan pola ke-1, sehingga diperoleh 1 potong dengan ukuran panjang 4 m (l_1), 1 potong dengan ukuran panjang 2 m (l_3) dan tidak ada potongan dengan ukuran panjang 3 m (l_2). Stok berukuran panjang $l'_1 = 6 m$ juga dapat dipotong berdasarkan pola ke-2 dapat dipotong juga menjadi 2 potong dengan ukuran 3 m (l_2) dan tidak ada potongan dengan ukuran 4 m (l_1) dan 2 m (l_3). Berdasarkan pola ke-3 dapat dipotong menjadi 1 potong dengan ukuran 3 m (l_2), 1 potong dengan ukuran 2 m (l_3) dan tidak ada potongan dengan ukuran 4 m (l_1). Kemudian berdasarkan pola ke-4, stok dapat dipotong menjadi 3 potong dengan ukuran 2 m (l_3) dan tidak ada potongan dengan ukuran 4 m (l_1) dan 3 m (l_2).

Berdasarkan Tabel 3.2 untuk pola ke-1, pola ke-2 dan pola ke-4 tidak menghasilkan

sisanya pemotongan, adapun untuk pola ke-3 menghasilkan sisa pemotongan berukuran 1 meter.

3.4.2 Pembentukan Pola Pemotongan Berdasarkan Panjang Stok Berukuran 4 m

Implementasi algoritma *Pattern Generation* pada pembentukan pola untuk ukuran stok 4 meter bertujuan untuk membangkitkan semua pola yang *feasible* yang bersesuaian dengan ukuran stok 4 meter. Langkah-langkah pembentukan pola berdasarkan algoritma *Pattern Generation* adalah sebagai berikut:

Pembentukan Pola ke-1

Langkah 1 : Menyusun panjang permintaan secara menurun: 4,3,2 (dalam m)

Maka didapatkan : $l_1 = 4, l_2 = 3, l_3 = 2$.

Langkah 2 : Mengisi elemen kolom pertama menggunakan persamaan (1) dengan $j_0 = 1$

- $a_{112} = \left\lfloor \frac{l'_1}{l_1} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{4}{4} \right\rfloor = 1$
- $a_{212} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{112}l_1}{l_2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{4 - (1)(4)}{3} \right\rfloor = 0$
- $a_{312} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{112}l_1 - a_{212}l_2}{l_3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{4 - (1)(4) - (0)(3)}{2} \right\rfloor = 0$

Langkah 3 : Menghitung sisa pemotongan dengan menggunakan persamaan (5)

$$c_{12} = l'_2 - a_{112}l_1 - a_{212}l_2 - a_{312}l_3 = 4 - (1)(4) - (0)(3) - (0)(2) = 0$$

Langkah 4 : Mengatur level indeks ($i = \text{indeks baris}$) $i = n - 1$ (banyaknya item)

$$n - 1 = 3 - 1 = 2$$

Langkah 5 : Didapatkan level indeks adalah 2 (dari langkah 4). Elemen pada level indeks 2 adalah a_{212} . Karena $a_{212} = 0$ maka lanjut mencari level indeks baru (*step 7*).

Langkah 6 : Pengurangan indeks sebanyak 1:

$i = i - 1 = 2 - 1 = 1$ karena $i = 1 > 0$ maka ulangi menuju *step 5*

Langkah 7 : Didapatkan level indeks baru adalah 1 (dari langkah 6). Elemen pada level indeks 1 adalah $a_{112} = 1$. Karena $a_{112} \neq 0$ maka bangkitkan kolom baru $j_2 = j_1 + 1 = 1 + 1 = 2$

2. Pembentukan Pola 2

- $a_{122} = a_{112} - 1 = 1 - 1 = 0$
- $a_{222} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{122}l_1}{l_2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{4 - (0)(4)}{3} \right\rfloor = 1$
- $a_{322} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{122}l_1 - a_{222}l_2}{l_3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{4 - (0)(4) - (1)(3)}{2} \right\rfloor = 0$

Langkah 8 : Menghitung sisa pemotongan dengan menggunakan persamaan (5)

$$c_{22} = l'_1 - a_{122}l_1 - a_{222}l_2 - a_{322}l_3 = 4 - (0)(4) - (1)(3) - (0)(2) = 1$$

Langkah 9 : Mengatur level indeks ($i = \text{indeks baris}$) $i = n - 1$ (banyaknya item)

$$n - 1 = 3 - 1 = 2$$

Langkah 10 : Didapatkan level indeks adalah 2 (dari langkah 9). Elemen pada level indeks 2 adalah $a_{222} = 1$. Karena $a_{222} \neq 0$ maka bangkitkan kolom baru $j_2 = j_1 + 1 = 2 + 1 = 3$

3. Pembentukan Pola 3

- $a_{132} = a_{122} = 0$
- $a_{232} = a_{222} - 1 = 0$
- $a_{332} = \left\lfloor \frac{l'_1 - a_{132}l_1 - a_{232}l_2}{l_3} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{4 - (0)(4) - (1)(3)}{2} \right\rfloor = 2$

Langkah 11 : Menghitung sisa pemotongan dengan menggunakan persamaan (5)

$$c_{32} = l'_2 - a_{132}l_1 - a_{232}l_2 - a_{332}l_3 = 4 - (0)(4) - (0)(3) - (2)(2) = 0$$

Langkah 12 : Mengatur level indeks ($i = \text{indeks baris}$) $i = n - 1$ (banyaknya item)

$$n - 1 = 3 - 1 = 2$$

Langkah 13 : Level indeks adalah 2 (dari langkah 12). Elemen pada level indeks 2 adalah $a_{232} = 0$. Karena $a_{232} = 0$ maka lanjut mencari level indeks baru (*step 7*).

Langkah 14 : Pengurangan indeks sebanyak 1:

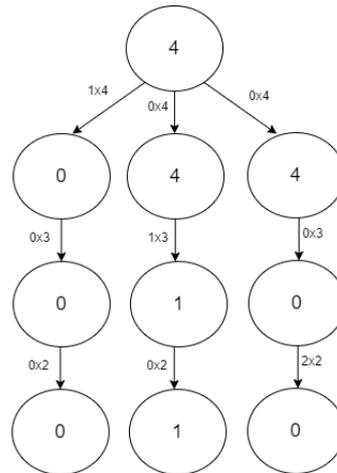
$i = i - 1 = 2 - 1 = 1$ karena $i = 1 > 0$ maka ulangi menuju (*step 5*)

Langkah 15 : Didapatkan level indeks baru adalah 1 (dari langkah 14). Elemen pada level indeks 1 adalah $a_{132} = 0$. Karena $a_{132} = 0$ maka lanjut mencari level indeks baru (*step 7*).

Langkah 16 : Pengurangan indeks sebanyak 1:

$i = i - 1 = 1 - 1 = 0$ karena $i = 1 \not> 0$ maka **stop**

Langkah-langkah di atas dapat digambarkan sebagai pohon pencarian pada Gambar 3.3 pohon pencarian tersebut memiliki simpul paling atas sebagai akar dan memiliki 3 lintasan menuju simpul paling bawah yang menjelaskan bahwa terdapat 3 pola pemotongan.



Gambar 3. 3 Pohon pencarian algoritma *Pattern Generation* untuk ukuran stok 4 m

Tabel 3. 3 Pola pemotongan stok berukuran 4 meter

Pola ke	Ukuran yang Dibutuhkan (m)			Sisa
	4	3	2	
1	1	0	0	0
2	0	1	0	1
3	0	0	2	0

Gambar 3.3 dan Tabel 3.3 memperlihatkan stok berukuran panjang $l'_1 = 4$ m dapat dipotong berdasarkan pola ke-1, sehingga diperoleh 1 potong dengan ukuran panjang 4 m (l_1), 1 potong dengan ukuran panjang dan tidak ada potongan dengan ukuran panjang 2 m (l_3) dan 3 m (l_2). Stok berukuran panjang $l'_1 = 6$ m juga dapat dipotong berdasarkan pola ke-2 dapat dipotong juga menjadi 1 potong dengan ukuran 3 m (l_2) dan tidak ada potongan dengan ukuran 4 m (l_1) dan 2 m (l_3). Kemudian berdasarkan pola ke-3 dapat dipotong menjadi 2 potong dengan ukuran 2 m (l_3) dan tidak ada potongan dengan ukuran 4 m (l_1) dan 3 m (l_2). Berdasarkan Tabel 3.2 untuk pola ke-1 dan pola ke-3 tidak menghasilkan sisa pemotongan, adapun untuk pola ke-2 menghasilkan sisa pemotongan berukuran 1 meter.

3.4.3 Penyelesaian masalah dengan model ILP dan bantuan *solver Microsoft Excel*

Berdasarkan Tabel 3.2 dan Tabel 3.3 dapat disusun kembali pola pemotongan seperti pada Tabel 3.4.

Tabel 3. 4 Himpunan pola pemotongan stok ukuran 6 m & 4 m

Ukuran Stok (l'_1)	Pola ke-j	Ukuran yang Dibutuhkan (m) (l_i)			Sisa Pemotongan untuk Setiap Pola ke-j
		4	3	2	
6	1	1	0	1	0
	2	0	2	0	1
	3	0	1	1	0
	4	0	0	3	0
4	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	1
	3	0	0	2	0

Pada Tabel 3.4 dapat dilihat bahwa diperoleh 4 pola pemotongan yang bersesuaian dengan stok berukuran 6 m (l'_1) dan 4 pola pemotongan yang bersesuaian dengan stok berukuran 4 m (l'_2). Permasalahan pemotongan tersebut dapat diformulasikan ke dalam model optimisasi sebagai berikut:

Meminimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^7 (x_j * (\sum_{k=1}^2 (l'_k - (\sum_{i=1}^3 l_i * a_{ijk})))) + \sum_{i=1}^3 (((\sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^7 x_j * a_{ijk}) - d_i) * l_i)$$

Keterangan :

Z = sisa pemotongan

x_j = jumlah stok baja ringan yang dipotong dengan pola ke -j

l'_k = panjang stok baja ringan variasi ke- k yang tersedia,

l_i = panjang baja ringan variasi ke -i yang dibutuhkan,

d_i = jumlah baja ringan variasi ke -i yang dibutuhkan,

a_{ijk} = jumlah baja ringan variasi ke -i yang dihasilkan menurut pemotongan pola ke -j dari ukuran panjang stok ke-k.

Kendala

1. Keperluan baja ringan dengan variasi ukuran ke -i

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^7 x_j * a_{1jk} \geq 5,$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^7 x_j * a_{2jk} \geq 6,$$

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^7 x_j * a_{3jk} \geq 7,$$

2. Kendala non-negatif

$$x_j \geq 0, \forall j$$

3. Kendala bilangan bulat

$$x_j \in \text{bilangan bulat}, \forall j.$$

Dengan bantuan *Solver* dari perangkat lunak *Microsoft Excel output* dapat dilihat pada lampiran 4. Berdasarkan jumlah kebutuhan baja ringan yaitu 5 buah untuk panjang 4 m, 6 buah untuk panjang 3 m dan 7 buah untuk panjang 2 m, kombinasi pola pemotongan baja ringan pada Tabel 3.4, dan panjang standar yang tersedia yaitu 4 m dan 6 m, didapatkan 4 pola yang dapat digunakan untuk mendapatkan sisa pemotongan dan juga penggunaan baja ringan yang minimum, yaitu pola 1 yang bersesuaian dengan stok berukuran 4 m, pola 1, pola 2, dan pola 4 yang bersesuaian dengan stok berukuran 6 m, seperti yang dapat dilihat pada tabel 3.5.

Tabel 3. 5 Pola pemotongan yang digunakan

Ukuran Stok (m)	Pola ke	Ukuran yang Dibutuhkan (m)			Sisa	Jumlah
		4	3	2		
4	1	1	0	0	0	1
6	1	1	0	1	0	4
	2	0	2	0	0	3
	4	0	0	3	0	1
Total		5	6	7	0	9

Tabel 3.5 menunjukkan jumlah banyaknya baja ringan yang akan dipotong yaitu sebanyak 9 buah, yang terdiri dari 1 buah stok baja ringan berukuran 4 m dan 8 buah stok baja ringan berukuran 6 m. Kemudian masing-masing stok baja ringan akan menghasilkan 5 potongan untuk ukuran 4 m, 6 potongan untuk ukuran 3 m, dan 7 potongan untuk ukuran 2 m. Hasil tersebut sudah cukup untuk memenuhi kebutuhan dan juga tidak menghasilkan sisa pemotongan.

3.5 Validasi

Proses implementasi dari algoritma *Pattern Generation* memerlukan waktu yang cukup lama untuk dihitung secara manual. Oleh karena itu, untuk mempercepat proses implementasi, pada penelitian ini dibuat program dengan menggunakan bahasa pemrograman *Python*. Validasi dilakukan untuk menguji apakah program yang telah dibuat benar atau tidak. Validasi dilakukan menggunakan data berukuran kecil yang terdapat pada sub bab 3.4 yang memungkinkan diselesaikan secara manual. Selanjutnya solusi yang diperoleh dengan cara manual dibandingkan dengan hasil program. Hasil penyelesaian data berukuran kecil pada sub bab 3.4 dan *output* dari program sudah sesuai selanjutnya program bisa digunakan untuk data yang lebih besar.

3.6 Implementasi

Pada tahap implementasi, model optimisasi dibangun berdasarkan data yang telah diperoleh dengan pendekatan *Integer Linear Programming*. Kemudian untuk melengkapi komponen pada model diimplementasikan algoritma *Pattern Generation*. Setelah itu penyelesaian masalah diselesaikan dengan bantuan *solver* dari *Microsoft Excel*.

3.7 Kesimpulan

Tahap terakhir adalah akan ditarik kesimpulan dari rumusan masalah yang telah dirumuskan sebelumnya dan dari hasil implementasinya.