

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Penelitian

Salah satu ilmu pada bidang matematika terapan yang masih berkembang pesat adalah teori graf. Teori graf bermula dari perjalanan Leonhard Euler melalui masalah tujuh jembatan Königsberg tahun 1736 (Dewi, 2023). Melalui permasalahan tersebut selanjutnya berkembang banyak konsep dari teori graf. Awal abad ke-20, ilmuwan menemukan manfaat lain dari teori graf, misalnya ilmu komputer, transportasi, fisika, kimia teoritik, rekayasa listrik, genetika dan lainnya (Buhaerah, dkk., 2022). Mujib (2019) juga menyebutkan dalam penelitiannya bahwa model-model pada teori graf dapat diaplikasikan dalam masalah kehidupan sehari-hari, seperti pada jaringan, aliran, dan riset operasi.

Graf G merupakan himpunan tak terurut $\{V(G), E(G)\}$ di mana $V(G)$ himpunan simpul tak kosong dan $E(G)$ himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul (Bondy & Murty, 2008). Munir (2010) menyebutkan bahwa terdapat beberapa pengelompokan graf, yaitu berdasarkan ada tidaknya sisi ganda, jumlah simpul atau orientasi arah pada sisi. Graf yang berdasarkan ada tidaknya sisi ganda dapat digolongkan menjadi graf sederhana dan graf tak sederhana (Maarif, 2017). Graf siklus atau graf lingkaran, graf teratur, dan graf bipartit merupakan contoh dari graf sederhana (Yanti, 2014). Graf bipartit lengkap $K_{1,n}$ disebut sebagai graf bintang (Octafiani & Utomo, 2013).

Dua graf atau lebih akan membentuk graf baru apabila dilakukan suatu operasi graf (Palupi, 2017). Operasi-operasi pada graf diantaranya *union* (\cup), *join* ($+$), *cartesian product* (\times), *composition or lexicographic product* ($[]$), dan korona (\odot) (Harary, 1969). Hou dan Shiu (2010) dalam penelitiannya mendefinisikan variasi lain dari operasi korona, yaitu operasi korona sisi. Misalkan G_1 dan G_2 adalah dua graf yang saling lepas dengan n_1, n_2 simpul dan m_1, m_2 sisi, secara berturut-turut. Korona sisi disimbolkan dengan \diamond merupakan operasi graf yang diperoleh dengan mengambil 1 salinan dari G_1 dan m_1 salinan dari G_2 kemudian gabungkan dua ujung simpul dari sisi ke- i G_1 ke setiap simpul pada salinan G_2 ke- i (Hou & Shiu, 2010).

Pewarnaan pada graf merupakan salah satu materi dalam teori graf di mana objek tertentu pada graf diberikan warna yang direpresentasikan dalam bilangan asli terurut mulai dari satu (Agustina & Riana, 2011). Pewarnaan pada graf terdapat tiga macam, yaitu pewarnaan simpul, sisi, dan wilayah (Mujib, 2019). Pewarnaan simpul pada graf bertujuan untuk mengetahui banyaknya warna minimum dengan syarat tidak ada warna yang sama pada simpul yang saling ajasen untuk semua simpul pada graf (Yusuf, dkk., 2022).

Banyaknya warna minimum yang diperlukan untuk mewarnai semua simpul pada suatu graf disebut dengan bilangan kromatik (Simanjuntak, 2021). Bilangan kromatik dinotasikan dengan $\chi(G)$ (Yusuf, dkk., 2022). Permasalahan penjadwalan ujian dalam jumlah periode seminimum mungkin dan penyimpanan bahan kimia di dalam kompartemen dengan jumlah kompartemen seminimum mungkin merupakan contoh aplikasi pewarnaan simpul suatu graf dengan warna minimum (Christofides, 1971). Simanjuntak (2021) juga menyebutkan penerapan bilangan kromatik dalam kehidupan sehari-hari, seperti pengaturan lalu lintas di persimpangan, masalah penjadwalan dan masalah penempatan barang dari beberapa objek yang berbeda.

Penelitian mengenai pewarnaan simpul graf hasil operasi korona sisi telah dilakukan oleh beberapa peneliti antara lain, yaitu penelitian yang dilakukan oleh Kaspar, dkk. (2023) yang meneliti bilangan kromatik bintang dari korona sisi dua buah graf. Liowardani, Dafik, dan Fatahillah (2020) meneliti mengenai pewarnaan simpul r -dinamis pada operasi *edge corona* (korona sisi). Penelitian mengenai bilangan kromatik hasil operasi dua buah graf diantaranya dilakukan oleh Simanjuntak (2021) yang meneliti bilangan kromatik hasil operasi korona graf lingkaran dan graf kubik dan penelitian oleh Mujib (2021) meneliti bilangan kromatik graf hasil operasi korona graf lingkaran dan graf lingkaran. Pewarnaan simpul graf hasil operasi korona sisi memuat keteraturan yang dapat dijadikan sebagai ornamen.

Salah satu topik mengenai bilangan kromatik simpul hasil operasi dua buah graf yang belum dikaji adalah bilangan kromatik simpul graf hasil operasi korona sisi $C_n \diamond K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \diamond C_n$, di mana C_n adalah graf siklus dan $K_{1,m}$ adalah graf

bintang. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan ditentukan bilangan kromatik simpul graf hasil operasi korona sisi $C_n \diamond K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \diamond C_n$. Untuk melihat keteraturan dan visualisasi pewarnaan simpul dari graf hasil operasi korona sisi $C_n \diamond K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \diamond C_n$, maka dalam penelitian ini akan dikonstruksi program dengan menggunakan *software* MATLAB R2021b.

1.2 Rumusan Masalah Penelitian

Berdasarkan uraian latar belakang, masalah yang dibahas pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Berapakah bilangan kromatik simpul korona sisi $C_n \diamond K_{1,m}$?
2. Berapakah bilangan kromatik simpul korona sisi $K_{1,m} \diamond C_n$?
3. Bagaimana program visualisasi pewarnaan simpul graf hasil operasi korona sisi $C_n \diamond K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \diamond C_n$?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menentukan bilangan kromatik simpul korona sisi $C_n \diamond K_{1,m}$.
2. Menentukan bilangan kromatik simpul korona sisi $K_{1,m} \diamond C_n$.
3. Mengetahui alur konstruksi dan membangun program visualisasi pewarnaan simpul graf $C_n \diamond K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \diamond C_n$.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah memberikan pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam ruang lingkup bilangan kromatik simpul korona sisi dua buah graf.