

**BILANGAN KROMATIK GRAF HASIL OPERASI KORONA SISI  
GRAF SIKLUS DAN GRAF BINTANG**

**SKRIPSI**

*Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Matematika*



oleh

Alivia Melvina  
2001095

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA  
2024**

**LEMBAR HAK CIPTA**

**BILANGAN KROMATIK GRAF HASIL OPERASI KORONA SISI  
GRAF SIKLUS DAN GRAF BINTANG**

Oleh:

Alivia Melvina

2001095

Sebuah skripsi yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Sarjana Matematika pada Fakultas Pendidikan Matematika dan  
Ilmu Pengetahuan Alam

© Alivia Melvina

Universitas Pendidikan Indonesia

Agustus 2024

Hak cipta dilindungi undang-undang

Skripsi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian dengan dicetak  
ulang, difotokopi, atau cara lainnya tanpa izin penulis

LEMBAR PENGESAHAN

ALIVIA MELVINA

BILANGAN KROMATIK GRAF HASIL OPERASI KORONA SISI  
GRAF SIKLUS DAN GRAF BINTANG

Disetujui dan disahkan oleh

Pembimbing I



Prof. H. Yava S. Kusumah, M.Sc., Ph.D.

NIP. 195909221983031003

Pembimbing II



Dr. Kartika Yulianti, M.Si.

NIP. 198207282005012001

Mengetahui

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Kartika Yulianti, M.Si.

NIP. 198207282005012001

# BILANGAN KROMATIK GRAF HASIL OPERASI KORONA SISI GRAF SIKLUS DAN GRAF BINTANG

Alivia Melvina

2001095

## ABSTRAK

Salah satu konsep dalam teori graf yang dapat diteliti adalah bilangan kromatik dari suatu graf dan operasi dari dua graf. Terdapat berbagai macam operasi dari dua graf salah satunya adalah operasi korona sisi. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bilangan kromatik graf hasil operasi korona sisi graf  $C_n \diamond K_{1,m}$  dan  $K_{1,m} \diamond C_n$ , di mana  $C_n$  adalah graf siklus dan  $K_{1,m}$  adalah graf bintang serta memvisualisasikan pewarnaan simpulnya menggunakan *software* MATLAB R2021b. Bilangan kromatik ditentukan berdasarkan pola yang terbentuk dari beberapa nilai  $n$  dan  $m$ . Dari penelitian ini diperoleh hasil bahwa bilangan kromatik graf hasil operasi korona sisi graf  $C_n \diamond K_{1,m}$  adalah:

$$\chi(C_n \diamond K_{1,m}) = 4, \quad \text{untuk } n = 3, 4, \dots, k \text{ dan } m = 1, 2, \dots, l$$

dan bilangan kromatik graf hasil operasi korona sisi graf  $K_{1,m} \diamond C_n$  adalah:

$$(K_{1,m} \diamond C_n) = \begin{cases} 5, & \text{jika } n \text{ adalah bilangan ganjil,} \\ 4, & \text{jika } n \text{ adalah bilangan genap.} \end{cases}$$

**Kata Kunci:** Operasi Korona Sisi, Bilangan Kromatik, Pewarnaan Simpul, Graf Siklus, Graf Bintang

# **THE CHROMATIC NUMBER OF THE EDGE CORONA OPERATION OF CYCLE GRAPH AND STAR GRAPH**

Alivia Melvina

2001095

## **ABSTRACT**

*One of the concepts in graph theory that can be analyzed is chromatic numbers of a graph and operation of two graphs. There are various kinds of operations of two graphs, one of which is the corona edge operation. This research aims to determine the chromatic number of the edge corona operation of graph  $C_n \diamond K_{1,m}$  and  $K_{1,m} \diamond C_n$ ,  $C_n$  is a cycle graph and  $K_{1,m}$  is a star graph and to visualize the vertex coloring of the graphs using MATLAB R2021b software. The chromatic number is determined based on the pattern formed from several  $n$  and  $m$  values. The results of this research show that the chromatic number of the edge corona operation of graph  $C_n \diamond K_{1,m}$  is:*

$$\chi(C_n \diamond K_{1,m}) = 4, \quad \text{for } n = 3, 4, \dots, k \text{ and } m = 1, 2, \dots, l$$

*and the chromatic number of the edge corona operation of graph  $K_{1,m} \diamond C_n$  is:*

$$\chi(K_{1,m} \diamond C_n) = \begin{cases} 5, & \text{if } n \text{ is an odd number} \\ 4, & \text{if } n \text{ is an even number} \end{cases}$$

**Keywords:** *Edge Corona Operation, Chromatic Number, Vertex Coloring, Cycle Graph, Star Graph*

## DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN .....	i
LEMBAR PERNYATAAN .....	ii
KATA PENGANTAR .....	iii
UCAPAN TERIMA KASIH.....	iv
ABSTRAK .....	v
<i>ABSTRACT</i> .....	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR GAMBAR .....	ix
DAFTAR TABEL.....	xi
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang Penelitian .....	1
1.2 Rumusan Masalah Penelitian.....	3
1.3 Tujuan Penelitian .....	3
1.4 Manfaat Penelitian .....	3
BAB II LANDASAN TEORI.....	4
2.1 Konsep Dasar Graf.....	4
2.2 Terminologi Dasar Graf.....	5
2.3 Graf-graf Khusus .....	6
2.3.1 Graf Siklus .....	6
2.3.2 Graf Lengkap .....	6
2.3.3 Graf Bipartit .....	7
2.3.4 Graf Bintang.....	7
2.4 Korona Sisi .....	8
2.5 Pewarnaan Graf.....	10
2.5.1 Pewarnaan Simpul.....	10
2.5.2 Algoritma Welch-Powell .....	15
2.6 Hasil Bilangan Kromatik Penelitian Sebelumnya.....	17
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	19
3.1 Metode Penelitian .....	19
3.2 Tahapan Penelitian.....	19

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....	21
4.1 Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ .....	21
4.1.1 Mengonstruksi Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ .....	21
4.1.2 Struktur Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ .....	27
4.1.3 Pola Bilangan Kromatik Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ .....	28
4.1.4 Bilangan Kromatik Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ .....	33
4.2 Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ .....	36
4.2.1 Mengonstruksi Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ .....	36
4.2.2 Struktur Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ .....	42
4.2.3 Pola Bilangan Kromatik Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ .....	42
4.2.4 Bilangan Kromatik Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ .....	48
4.3 Program Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ dan $K_{1,m} \diamond C_n$ Menggunakan MATLAB .....	52
4.3.1 Algoritma Program Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \diamond C_n$ .....	53
4.3.2 Mengonstruksi Program Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ dan $K_{1,m} \diamond C_n$ .....	56
4.3.2.1 Program Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ .....	62
4.3.2.2 Program Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ .....	67
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	71
5.1 Kesimpulan .....	71
5.2 Saran .....	73
DAFTAR PUSTAKA .....	74
LAMPIRAN.....	77

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Contoh Graf dengan 4 Simpul dan 6 Sisi.....	4
Gambar 2. 2 Contoh Graf Sederhana. ....	5
Gambar 2. 3 Graf $C_3$ .....	6
Gambar 2. 4 Graf $K_5$ .....	7
Gambar 2. 5 (a) Graf Bipartit.....	7
(b) Graf Bipartit Lengkap $K_{3,2}$ .....	7
Gambar 2. 6 (a) Graf Bintang $K_{1,5}$ .....	8
(b) Graf Bintang $K_{1,2}$ .....	8
Gambar 2. 7 Graf $A$ dan $B$ .....	8
Gambar 2. 8 Graf $A \diamond B$ .....	9
Gambar 2. 9 Graf $B \diamond A$ .....	10
Gambar 2. 10 Pewarnaan Simpul Graf $H$ dan Graf $G$ .....	11
Gambar 2. 11 Pewarnaan Graf Bipartit.....	12
Gambar 2. 12 Pewarnaan Graf Bintang.....	13
Gambar 2. 13 (a) Pewarnaan Graf $C_3$ .....	14
(b) Pewarnaan Graf $C_4$ .....	14
Gambar 2. 14 Pewarnaan Graf $K_5$ .....	15
Gambar 2. 15 Graf Sederhana $G$ . ....	15
Gambar 2. 16 Pewarnaan Pertama. ....	16
Gambar 2. 17 Pewarnaan Kedua.....	16
Gambar 2. 18 Pewarnaan Ketiga.....	17
Gambar 4. 1 Satu Graf Siklus $C_3$ dan Tiga Salinan Graf Bintang $K_{1,1}$ .....	22
Gambar 4. 2 Graf $C_3 \diamond K_{1,1}$ .....	22
Gambar 4. 3 Graf $C_3 \diamond K_{1,m}$ .....	28
Gambar 4. 4 Pewarnaan Pertama Graf $C_3 \diamond K_{1,m}$ .....	29
Gambar 4. 5 Pewarnaan Kedua Graf $C_3 \diamond K_{1,m}$ .....	29
Gambar 4. 6 Pewarnaan Ketiga Graf $C_3 \diamond K_{1,m}$ .....	29
Gambar 4. 7 Pewarnaan Keempat Graf $C_3 \diamond K_{1,m}$ .....	30
Gambar 4. 8 Satu Graf Bintang $K_{1,5}$ dan Lima Salinan Graf Siklus $C_3$ .....	36



Gambar 4. 9 Graf $K_{1,5} \diamond C_3$ .....	37
Gambar 4. 10 Graf $K_{1,m} \diamond C_3$ .....	43
Gambar 4. 11 Pewarnaan Pertama Graf $K_{1,m} \diamond C_3$ .....	43
Gambar 4. 12 Pewarnaan Kedua Graf $K_{1,m} \diamond C_3$ .....	44
Gambar 4. 13 Pewarnaan Ketiga Graf $K_{1,m} \diamond C_3$ .....	44
Gambar 4. 14 Pewarnaan Keempat Graf $K_{1,m} \diamond C_3$ .....	45
Gambar 4. 15 Pewarnaan Kelima Graf $K_{1,m} \diamond C_3$ .....	45
Gambar 4. 16 Tampilan MATLAB.....	53
Gambar 4. 17 Algoritma Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ .....	54
Gambar 4. 18 Algoritma Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ .....	55
Gambar 4. 19 Cara Memulai <i>App Designer</i> .....	56
Gambar 4. 20 Tampilan Awal <i>App Designer</i> .....	57
Gambar 4. 21 <i>App Designer Design View Interface</i> .....	57
Gambar 4. 22 Label.....	58
Gambar 4. 23 Panel.....	58
Gambar 4. 24 Panel Input.....	59
Gambar 4. 25 <i>Button</i> .....	60
Gambar 4. 26 Panel.....	60
Gambar 4. 27 Panel <i>Output</i> .....	61
Gambar 4. 28 Tampilan <i>Graphical User Interface (GUI)</i> .....	62
Gambar 4. 29 Graf $C_4 \diamond K_{1,2}$ .....	63
Gambar 4. 30 Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $C_4 \diamond K_{1,2}$ .....	67
Gambar 4. 31 Graf $K_{1,2} \diamond C_4$ .....	67
Gambar 4. 32 Visualisasi Pewarnaan Simpul Graf $K_{1,2} \diamond C_4$ .....	70

## DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Urutan Simpul $G$ dari Derajat Tertinggi .....	16
Tabel 2. 2 Hasil Bilangan Kromatik .....	17
Tabel 4. 1 Gambar Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ untuk Beberapa Nilai $n$ dan $m$ .....	23
Tabel 4. 2 Bilangan Kromatik Graf $C_n \diamond K_{1,m}$ untuk Beberapa Nilai $n$ .....	30
Tabel 4. 3 Gambar Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ untuk Beberapa Nilai $n$ dan $m$ .....	37
Tabel 4. 4 Bilangan Kromatik Graf $K_{1,m} \diamond C_n$ untuk Beberapa Nilai $n$ .....	46
Tabel 4. 5 Matriks Ajasensi Graf $C_4 \diamond K_{1,2}$ .....	64
Tabel 4. 6 Matriks Ajasensi Graf $K_{1,2} \diamond C_4$ .....	68

## DAFTAR PUSTAKA

- Afriantini, A., Helmi, H., & Fran, F. (2019). Pewarnaan Simpul, Sisi, Wilayah pada Graf dan Penerapannya. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika, dan Terapannya*, 8(4).
- Amansyah, W.D., (2022). *Bilangan Kromatik Lokasi Hasil Operasi Korona Graf Siklus dengan Graf Lintasan*. (Skripsi). Universitas Lampung.
- Agustina, I., & Riana, N. (2011). Pewarnaan Graf. *Seminar Nasional Inovasi dan Teknologi (SNIT) 2011*, 1(1), 304-306.
- Azka, D., Junia Eksi Palupi, D., & Sutjijana, A. (2022). Dimensi Metrik Lokal dari Hasil Perkalian Kuat Graf Bintang. *Jurnal Fourier*, 11(2), 49–58.
- Buhaerah, dkk. 2022. *Teori Graf dan Aplikasinya*. Makassar: LSQ.
- Bondy, J.A. & Murty, U.S.R. 1976. *Graph Theory with Applications*. London: The Macmillan, Inc.
- Chartrand, G., Lesniak, L. & Zhang, P. (2016). *Graphs & Digraphs* (Edisi Keenam). California: CRC Press.
- Christofides, N. (1971). An Algorithm for the Chromatic Number of A Graph. *The Computer Journal*, 14(1), 38–39.
- Clark, J. & Holton, D.A. (1991). *A First Look at Graph Theory*. New Zealand: World Scientific Publishing Company.
- Daming, A.S., dkk. (2020). Dimensi Partisi Graf Hasil Amalgamasi Siklus. *Jurnal Matematika, Statistika & Komputasi*, 16(2), 199-207.
- Dewi, L. (2023). *Bilangan Kromatik Lokasi Graf Bunga Matahari dan Barbelnya*. (Skripsi). Universitas Lampung.
- Harary, F. 1969. *Graph Theory*. Florida: CRC Press.
- Hariato, K., & Eiva Fatdha, T. S. (2016). Penerapan Pewarnaan Simpul Graf untuk Menentukan Jadwal Ujian Skripsi pada STMIK Amik Riau Menggunakan Algoritma Welch-powell. *SATIN - Sains dan Teknologi Informasi*, 1(2), 48-54.

- Herawati, M. V. A. (2022). Graf Sebagai Ruang Vektor. *Prosiding Seminar Nasional Sanata Dharma Berbagi* (hlm. 250-256). Yogyakarta: Sanata Dharma University Press.
- Hou, Y., & Shiu, W. C. (2010). The Spectrum of the Edge Corona of Two Graphs. *The Electronic Journal of Linear Algebra*, 20, 586-594.
- Irawati, D. (2013). Pelabelan Total Sisi Ajaib pada Graf Bintang. *Jurnal Matematika UNAND*, 2(1), 85-89.
- Kaspar, A. J., Christy, D. S., & Cangul, I. N. (2023). Star Chromatic Number of the Edge Corona of Two Graph. *Journal of Survey in Fisheries Sciences*, 10(2S), 539-549.
- Lee, H.H. (2022). *Programming and Engineering Computing with MATLAB 2022*. Kansas: SDC Publications.
- Maarif, S. (2017). Aplikasi Pewarnaan Titik pada *Graph* dalam Pembuatan Jadwal Pelajaran. *Pi: Mathematics Education Journal*, 1(1).
- Mahmudah, M. (2022). Aplikasi Pewarnaan Graf terhadap Penyimpanan Bahan Kimia. *Educazione*, 10(2), 108-115.
- Mujib, A. (2019). Bilangan Kromatik Permainan Graf Pot Bunga ( $C_m S_n$ ) dan Graf Pohon Palembang ( $C_k P_l S_m$ ). *Jurnal Teorema: Teori dan Riset Matematika*, 4(1), 13-22.
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit Revisi Keempat*. Informatika Bandung.
- Octafiani, P., & Utomo, R.H.S. (2013). Pelabelan Graceful Sisi Berarah pada Graf Gabungan Graf Sikel dan Graf Star. *Jurnal Matematika Undip*, 16(1).
- Rahayuningtyas, H. (2015). *Bilangan Kromatik Graf Commuting dan Noncommuting Grup Dihedral*. (Skripsi). Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Rosen, K.H. (2012). *Discrete Mathematics and Its Application* (Edisi Ketujuh). New York: McGraw-Hill.
- Palupi, C.D.R. (2017). *Rainbow Connection Number dan Strong Rainbow Connection Number pada Amalgamasi Graf Prisma  $P_3,2$* . (Skripsi). Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta.

- Sahyar, S. (2016). *Algoritma dan Pemrograman Menggunakan MatLab (Matrix Laboratory)*. Jakarta: Kencana.
- Sari, M. P. (2016). *Locating Independent Dominating Set pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi Amalgamasi*. (Skripsi). Universitas Jember.
- Sarkar, S.K. (2019). *A Textbook of Discrete Mathematics* (Edisi Kesembilan). New Delhi: S Chand and Company Limited.
- Siahaan, V. & Sianipar. R.H. (2020). *Pemrograman MATLAB untuk Teknik: Sistem Kontrol dan Sistem Komunikasi*. Sumatera Utara: Balige Publishing.
- Simanjuntak, S. (2021). Bilangan Kromatik Hasil Operasi Korona Graf Lingkaran dan Graf Kubik. *KARISMATIKA: Kumpulan Artikel Ilmiah, Informatika, Statistik, Matematika dan Aplikasi*, 7(2).
- Sitorus, L. (2015). *Algoritma dan Pemrograman*. Yogyakarta: ANDI.
- Sunarni, T., Bendi, R. K. J, & Alfian, A. (2017). Optimasi Penjadwalan Mata Kuliah Menggunakan Pewarnaan Graf. *Prosiding Seminar Nasional Teknik Industri (SNTI) dan Seminar Nasional Terpadu Keilmuan Teknik Industri (SATELIT)*. Malang: Jurusan Teknik Industri Fakultas Teknik Universitas Brawijaya.
- Tjolleng, A. (2017). *Pengantar Pemrograman MATLAB*. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- Yanti, H. (2014). *Analisis Graf Piramida, Graf Berlian, dan Graf Bintang sebagai Graf Perfect*. (Skripsi). Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
- Yusuf, R., dkk. (2022). Generalisasi Bilangan Kromatik pada Beberapa Kelas Graf Korona. *Jurnal Derivat: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 9(2).