

**PELABELAN $L(3, 1)$ PADA GRAF *LOLLIPOP*
DAN GRAF HASIL OPERASI *COMB*
ANTARA GRAF BINTANG DAN GRAF SIKLUS**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian dari Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika



Oleh: Siti Aini
NIM: 2008711

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA**

2024

LEMBAR HAK CIPTA

**PELABELAN $L(3, 1)$ PADA GRAF *LOLLIPOP*
DAN GRAF HASIL OPERASI *COMB*
ANTARA GRAF BINTANG DAN GRAF SIKLUS**

Oleh:

Siti Aini

2008711

Diajukan untuk memenuhi sebagian syarat dalam memperoleh Gelar Sarjana
Matematika pada Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

© Siti Aini 2024

Universitas Pendidikan Indonesia

Juli 2024

Hak Cipta dilindungi undang-undang.

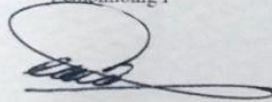
Skripsi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian dengan dicetak
ulang, difotokopi, atau cara lainnya tanpa izin Penulis.

LEMBAR PENGESAHAN

SITI AINI
PELABELAN $L(3,1)$ PADA GRAF *LOLLIPOP*
DAN GRAF HASIL OPERASI *COMB*
ANTARA GRAF BINTANG DAN GRAF SIKLUS

Disetujui dan disahkan oleh

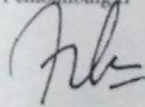
Pembimbing I



Prof. H. Yaya S. Kusumah, M.Sc., Ph.D.

NIP. 195909221983031003

Pembimbing II

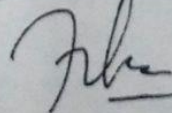


Dr. Kartika Yulianti, M.Si.

NIP. 198207282005012001

Mengetahui

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Kartika Yulianti, M.Si.

NIP. 198207282005012001

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa skripsi dengan judul “Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf *Lollipop* dan Graf Hasil Operasi *Comb* antara Graf Bintang dan Graf Siklus” ini beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya saya sendiri. Saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung risiko atau sanksi apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran etika keilmuan atau ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya saya ini.

Bandung, Juli 2024

Yang membuat pernyataan,

Siti Aini

NIM 2008711

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur Penulis panjatkan ke hadirat Allah *Subhanahu Wa Ta'ala*, karena atas rahmat dan hidayah-Nya, Penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf *Lollipop* dan Graf Hasil Operasi *Comb* antara Graf Bintang dan Graf Siklus”.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Pendidikan Indonesia. Penelitian dalam skripsi ini bertujuan untuk menerapkan konsep pelabelan dalam cabang ilmu matematika yaitu Teori Graf.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih memuat kekurangan dan keterbatasan. Oleh karena itu, Penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun untuk perbaikan di masa yang akan datang. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan kontribusi yang positif bagi pengembangan ilmu pengetahuan, serta memberi inspirasi bagi para pembaca yang berminat untuk melakukan penelitian lebih lanjut.

Bandung, Juli 2024

Penulis

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah Subhanahu Wa Ta'ala yang telah memberikan rahmat serta karunia, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini tepat pada waktunya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak dapat diselesaikan dengan baik tanpa adanya bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak/Ibu dosen pembimbing: Prof. H. Yaya S. Kusumah, M.Sc., Ph.D. dan Dr. Kartika Yulianti, M.Si., atas bimbingan, arahan, dan kesabaran dalam memberikan petunjuk serta masukan yang sangat berharga selama proses penyusunan skripsi ini;
2. keluarga, yang telah memberikan doa, dukungan, dan motivasi yang tak terhingga dalam setiap langkah perjalanan Penulis menyelesaikan skripsi ini;
3. teman-teman, yang telah memberikan dukungan moral dan semangat dalam menghadapi setiap tantangan yang timbul selama proses penelitian dan penulisan; dan
4. semua pihak yang telah memberikan kontribusi dalam bentuk apapun, baik secara langsung maupun tidak langsung, dalam membantu kelancaran penyelesaian skripsi ini.

**PELABELAN $L(3, 1)$ PADA GRAF *LOLLIPOP*
DAN GRAF HASIL OPERASI *COMB*
ANTARA GRAF BINTANG DAN GRAF SIKLUS**

Siti Aini

NIM. 2008711

ABSTRAK

Penelitian ini mengkaji pelabelan $L(3,1)$ pada graf *Lollipop* $L_{m,n}$ dan graf hasil operasi *comb* antara graf bintang dan graf siklus ($S_q \triangleright C_r$). Pelabelan $L(3,1)$ merupakan salah satu jenis pelabelan pada graf yang melibatkan pemberian label pada simpul-simpul graf yang memenuhi aturan $|f(u) - f(v)| \geq 3$, jika $d(u, v) = 1$ dan $|f(u) - f(v)| \geq 1$, jika $d(u, v) = 2$, untuk $u, v \in V(G)$. Label terbesar dalam pelabelan graf disebut *span*. Untuk menentukan rumus dalam mencari nilai minimum *span* pelabelan $L(3,1)$ pada graf *Lollipop* $L_{m,n}$ dan graf $S_q \triangleright C_r$, digunakan metode pendeteksian pola. Metode ini mencari pola nilai minimum label terbesar (*span*) untuk semua graf *Lollipop* $L_{m,n}$ serta $S_q \triangleright C_r$ dengan jumlah simpul tertentu. Selanjutnya rumus tersebut dibuktikan secara matematis. Dari hasil penelitian ini, diperoleh nilai minimum *span* untuk pelabelan $L(3,1)$ pada graf *Lollipop* $L_{m,n}$ dengan $m \geq 3$ dan n adalah suatu bilangan bulat positif, yaitu $\lambda_{3,1}(L_{m,n}) = 3m - 3$. Untuk pelabelan $L(3,1)$ pada graf $S_q \triangleright C_r$ dengan $q \geq 3$ dan $r \geq 3$, diperoleh nilai minimum *span*:

$$\lambda_{3,1}(S_q \triangleright C_r) = \begin{cases} 8, & \text{jika } q = r = 3, \\ q + 4, & \text{jika } q \geq 4 \text{ atau } r \geq 4. \end{cases}$$

Kata Kunci: Pelabelan $L(3,1)$, Graf *Lollipop*, Graf Bintang, Graf Siklus, Operasi *Comb*, Pelabelan Graf

***L(3, 1)-LABELING ON LOLLIPOP GRAPHS
AND THE PRODUCT OF COMB OPERATION
BETWEEN STAR GRAPHS AND CYCLE GRAPHS***

Siti Aini

NIM. 2008711

ABSTRACT

This research studies the $L(3,1)$ -labeling on Lollipop graph $L_{m,n}$ and the product of comb operation between star graphs and cycle graphs ($S_q \triangleright C_r$). $L(3,1)$ -labeling is a type of labeling on graphs that involves the labeling of the vertices of the graph satisfying the rules $|f(u) - f(v)| \geq 3$, if $d(u, v) = 1$ and $|f(u) - f(v)| \geq 1$, if $d(u, v) = 2$, for $u, v \in V(G)$. The largest label in a graph labelling is called span. To determine the formula for finding the minimum span value of $L(3,1)$ -labeling in Lollipop graphs $L_{m,n}$ and $S_q \triangleright C_r$ graphs, the pattern detection method is utilized. This method is used to find the largest minimum label value (span) pattern for all Lollipop graphs $L_{m,n}$ and $S_q \triangleright C_r$ graphs in a given number of vertices. Furthermore, the formula is proven mathematically. From the result of this research, the minimum span value for $L(3,1)$ labeling on Lollipop graphs $L_{m,n}$ with $m \geq 3$ and n is a positif integer, is $\lambda_{3,1}(L_{m,n}) = 3m - 3$. For the $L(3,1)$ -labeling on the $S_q \triangleright C_r$ graphs with $q \geq 3$ and $r \geq 3$, the minimum span value is:

$$\lambda_{3,1}(S_q \triangleright C_r) = \begin{cases} 8, & \text{if } q = r = 3, \\ q + 4, & \text{if } q \geq 4 \text{ or } r \geq 4 \end{cases}$$

Keyword: *$L(3,1)$ -Labeling, Lollipop Graphs, Star Graphs, Comb Product, Graph Labeling*

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN.....	i
LEMBAR PERNYATAAN.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
UCAPAN TERIMA KASIH	iv
ABSTRAK.....	v
ABSTRACT.....	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL.....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	x
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Graf	5
2.2 Jarak dan Lintasan Graf	6
2.3 Jenis-jenis Graf	7
2.3.1 Graf Lintasan.....	7
2.3.2 Graf Siklus	7
2.3.3 Graf Lengkap	7
2.3.4 Graf Bipartit	8
2.3.5 Graf Bintang.....	8
2.3.6 Graf <i>Lollipop</i>	9
2.4 Operasi <i>Comb</i>	9
2.5 Pelabelan Graf	10
2.6 Pelabelan $L(h, k)$	11
2.7 Pelabelan $L(3,1)$	11
2.8 Hasil Penelitian Sebelumnya	12

BAB III METODOLOGI PENELITIAN	14
3.1 Jenis Penelitian.....	14
3.2 Metode Penelitian	14
3.3 Tahapan Penelitian	14
3.3.1 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf <i>Lollipop</i>	14
3.3.2 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf Hasil Operasi <i>Comb</i> antara Graf Bintang dan Graf Siklus.....	15
BAB IV PEMBAHASAN.....	16
4.1 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{m,n}$	16
4.1.1 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,n}$	17
4.1.1.1 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,1}$	17
4.1.1.2 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,2}$	18
4.1.1.3 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,3}$	19
4.1.2 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,n}$	23
4.1.2.1 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,1}$	23
4.1.2.2 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,2}$	24
4.1.2.3 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,3}$	26
4.2 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_q \triangleright C_r$	31
4.2.1 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_r$	32
4.2.1.1 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_3$	32
4.2.1.2 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_4$	34
4.2.1.3 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_5$	36
4.2.2 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_r$	41
4.2.2.1 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_3$	41
4.2.2.2 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_4$	43
4.2.2.3 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_5$	45
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	54
5.1 Kesimpulan	54
5.2 Saran.....	54
DAFTAR PUSTAKA.....	55

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Hasil Pelabelan $L(3,1)$ pada Beberapa Jenis Graf	12
Tabel 4.1 Hasil Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,n}$	21
Tabel 4.2 Hasil Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,n}$	28
Tabel 4.3 Hasil Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{5,n}$	29
Tabel 4.4 Hasil Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{m,n}$	30
Tabel 4.5 Hasil Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_r$	38
Tabel 4.6 Hasil Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_r$	47
Tabel 4.7 Hasil Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_5 \triangleright C_r$	50
Tabel 4.8 Hasil Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_q \triangleright C_r$	50

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf G	5
Gambar 2.2 Graf Lintasan.....	7
Gambar 2.3 Graf Siklus	7
Gambar 2.4 Graf Lengkap.....	8
Gambar 2.5 (a) Graf Bipartit, (b) Graf Bipartit Lengkap.....	8
Gambar 2.6 Graf Bintang.....	9
Gambar 2.7 Graf Lollipop: (a) $L_{3,2}$, (b) $L_{5,3}$	9
Gambar 2.8 (a) Graf Siklus C_3 , (b) Graf Bintang S_4 , (c) Graf Operasi $Comb$ $C_3 \triangleright S_4$	10
Gambar 2.9 (a) Graf Bintang S_4 , (b) Graf Siklus C_3 , (c) Graf Operasi $Comb$ $S_4 \triangleright C_3$	10
Gambar 2.10 Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf P_4	11
Gambar 4.1 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{3,1}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,1}$ Dimulai dari Graf K_3	17
Gambar 4.2 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{3,1}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,1}$ Dimulai dari Graf P_1	18
Gambar 4.3 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{3,2}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,2}$ Dimulai dari Graf K_3	18
Gambar 4.4 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{3,2}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,2}$ dengan $g(u_1) = \{0\}$	19
Gambar 4.5 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{3,2}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,2}$ dengan $g(u_2) = \{0\}$	19
Gambar 4.6 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{3,3}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,3}$ Dimulai dari Graf K_3	20
Gambar 4.7 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{3,3}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,3}$ dengan $g(u_1) = \{0\}$	21
Gambar 4.8 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{3,3}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,3}$ dengan $g(u_2) = \{0\}$	21

Gambar 4.9 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{3,3}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{3,3}$ dengan $g(u_3) = \{0\}$	21
Gambar 4.10 Notasi Pelabelan Graf <i>Lollipop</i> $L_{3,n}$	22
Gambar 4.11 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{4,1}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,1}$ Dimulai dari Graf K_4	23
Gambar 4.12 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{4,1}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,1}$ Dimulai dari Graf P_1	24
Gambar 4.13 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{4,2}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,2}$ Dimulai dari Graf K_4	25
Gambar 4.14 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{4,2}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,2}$ dengan $g(u_1) = \{0\}$	25
Gambar 4.15 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{4,2}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,2}$ dengan $g(u_2) = \{0\}$	25
Gambar 4.16 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{4,3}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,3}$ Dimulai dari Graf K_4	26
Gambar 4.17 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{4,3}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,3}$ dengan $g(u_1) = \{0\}$	27
Gambar 4.18 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{4,3}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,3}$ dengan $g(u_2) = \{0\}$	27
Gambar 4.19 (a) Notasi Pelabelan Graf $L_{4,3}$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $L_{4,3}$ dengan $g(u_3) = \{0\}$	27
Gambar 4.20 Notasi Pelabelan Graf <i>Lollipop</i> $L_{4,n}$	28
Gambar 4.21 Notasi Pelabelan Graf <i>Lollipop</i> $L_{m,n}$	30
Gambar 4.22 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_3$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_3$ Dimulai dari Simpul Berderajat 5	33
Gambar 4.23 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_3$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_3$ Dimulai dari Simpul Berderajat 3	33
Gambar 4.24 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_3$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_3$ Dimulai dari Simpul Berderajat 2	34

Gambar 4.25 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_4$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_4$ Dimulai dari Simpul Berderajat 5	35
Gambar 4.26 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_4$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_4$ Dimulai dari Simpul Berderajat 3	35
Gambar 4.27 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_4$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_4$ Dimulai dari Simpul Berderajat 2	36
Gambar 4.28 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_5$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_5$ Dimulai dari Simpul Berderajat 5	37
Gambar 4.29 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_5$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_5$ Dimulai dari Simpul Berderajat 3	37
Gambar 4.30 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_5$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_3 \triangleright C_5$ Dimulai dari Simpul Berderajat 2	38
Gambar 4.31 Notasi Pelabelan Graf $S_3 \triangleright C_r$	39
Gambar 4.32 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_3$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_3$ Dimulai dari Simpul Berderajat 5	42
Gambar 4.33 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_3$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_3$ Dimulai dari Simpul Berderajat 3	42
Gambar 4.34 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_3$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_3$ Dimulai dari Simpul Berderajat 2	43
Gambar 4.35 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_4$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_4$ Dimulai dari Simpul Berderajat 5	44
Gambar 4.36 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_4$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_4$ Dimulai dari Simpul Berderajat 3	44
Gambar 4.37 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_4$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_4$ Dimulai dari Simpul Berderajat 2	45
Gambar 4.38 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_5$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_5$ Dimulai dari Simpul Berderajat 5	46
Gambar 4.39 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_5$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_5$ Dimulai dari Simpul Berderajat 3	46
Gambar 4.40 (a) Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_5$, (b) Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf $S_4 \triangleright C_5$ Dimulai dari Simpul Berderajat 2	47

Gambar 4.41 Notasi Pelabelan Graf $S_4 \triangleright C_r$	48s
Gambar 4.42 Notasi Pelabelan Graf $S_q \triangleright C_r$	51

DAFTAR PUSTAKA

- Accardi, L., Ghorbal, A. B., Obata, N. (2004). Monotone Independence, Comb Graphs and Bose-Einstein Condensation. *Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics*, 7(3), 419-435.
- Amri, Z., Aulia, A., Syella, A., Pratamal, H., & Ramadhani, S. (2018). Pelabelan Harmonis Ganjil pada Graf $2S_n(C_4, n)$. *EduTech: Jurnal Ilmu Pendidikan dan Ilmu Sosial*, 4(1), 87-91.
- Bondy, J. A., Murty, U. S. R. (1976). *Graph Theory with Applications*. New York: Elsevier Science Publishing Co.
- Buhaerah, Busrah, Z., Sanjaya, H. (2021). *Teori Graf dan Aplikasinya*. Makassar: LSQ.
- Christianti, A. (2015). *Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Tanpa Loop*. (Skripsi Sarjana, Universitas Lampung)
- Damayanti, R. T. (2011). Automorfisme graf bintang dan graf lintasan. *CAUCHY: Jurnal Matematika Murni dan Aplikasi*, 2(1), 35-40.
- Febryani, F. (2023). *Pelabelan Titik $L(3,1)$ pada Graf Supercycle*. (Skripsi Sarjana, Universitas Pendidikan Indonesia).
- Fernandez, C., Flores, A., Tomova, M., & Wyels, C. (2008). The Radio Number of Gear Graphs. *arXiv preprint arXiv:0809.2623*.
- Firmansah, F., Syaifuddin, M. W. (2016). Pelabelan Harmonis Ganjil pada Graf Kincir Angin Double Quadrilateral. In *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY 2016* (pp. 53-58).
- Ghosh, S., Pal, A. (2016). $L(3,1)$ -Labeling of Some Simple Graphs. *AMO - Advanced Modelling and Optimization*, 18, 243 - 248.
- Griggs, J. R., & Yeh, R. K. (1992). Labeling graphs with a condition at distance 2. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 5(4), 586-595.

- Harris, J. M., Hirst, J. L., & Moshinghoff, M. J. (2008). *Combinatorics and Graph Theory Second Edition*. New York: Springer.
- Ilyas, M., Yundari, Y., Pasaribu, M. (2021). Pelabelan *Graceful* dan Skolem *Graceful* pada Graf U-Bintang dan Graf $S_{n,3}$. *Bimaster*, 10(2), 219-228.
- Komarullah,, H. *Pelabelan $L(2, 1)$ pada Graf Buku Segitiga, Graf Kerucut, Graf Tadpole dan Graf Dumbbell Serta Graf Hasil Identifikasi Titik Dari Graf Buku Segitiga dan Graf Lintasan* (Skripsi Sarjana, Universitas Jember).
- Kustanti, K. (2017). *Pelabelan $(2,1)$ pada Graf Hasil Operasi comb Graf Lingkaran dan Graf Bintang*. (Skripsi Sarjana, UIN Sunan Gunung Djati).
- Morissan (2017). *Metode Penelitian Survei*. Jakarta: Kencana.
- Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung.
- Natalia, R., Sudarsana, I. W., & Musdalifah, S. (2018). Pelabelan $L(d, 2, 1)$ pada Operasi Komplemen dan Korona Graf Lintasan dan Siklus. *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan*, 15(1), 11-19.
- Rahayuningsih, S. (2011). *Teori Graf dan Penerapannya*. Malang: Universitas Wisnuwardhana Press.
- Rosyidah, N. M., Zahidah, S., Purwati, U. D., Susilowati, L. (2021). On *Comb Product Graphs with Respect to the Complement Metric Dimension*. *AIP Conference Proceedings*, 2329(1).
- Roza, I., Narwen, N., & Zulakmal, Z. (2016). Graf garis (*line graph*) dari graf siklus, graf lengkap dan graf bintang. *Jurnal Matematika UNAND*, 3(2), 1-4.
- Sagala, Y. C., Susiana. (2018). Pelabelan $L(2,1)$ pada Graf Sierpinski $S(n,k)$. *Junal Sains Indonesia* , 42(1), 22 - 24.

- Saputro, S. W., Mardiana, N., & Purwasih, I. A. (2013). The metric dimension of *comb* product graphs. In *Graph Theory Conference in Honor of Egawa's 60th Birthday, September* (Vol. 10).
- Septiana Eka, R., & Rahadjeng, B. (2012). Dimensi Metrik Pada Graf Lintasan, Graf Komplit, Graf Sikel, Graf Bintang dan Graf Bipartit Komplit. *Teorema*, 3, 3.
- Shao, Z., Yeh, R. K., Zhang, D. (2008). The (2,1)-Labelling on Graphs and Frequency Assignment Problem. *Applied Mathematics Letters*, 21, 37-41.
- Siregar, M. K. (2018). *Matematika Diskrit*. Lampung: Perahu Litera,
- Umam, I. A. (2021). *Pelabelan $L(2,1)$ pada Graf Lollipop $L_{m,n}$* . (Skripsi Sarjana, Universitas Jember)
- Vijayan, A., dan T. Nagarajan. 2015. Vertex-Edge Domination Polynomials of Lollipop Graphs. *International Journal of Scientific and Innovative Mathematical Research*, 3(4), 39-44.
- Weisstein, E. W. (2007). *Lollipop Graph*. Wolfram Mathworld. <https://mathworld.wolfram.com/LollipopGraph.html>