

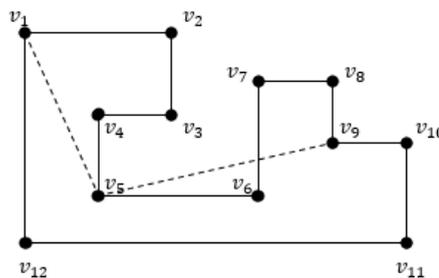
### BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini, akan dijelaskan mengenai deskripsi masalah, langkah penyelesaian serta ilustrasinya dan validasi dari penelitian yang dilakukan untuk menjawab rumusan masalah pada penelitian ini.

#### 3.1 Deskripsi Masalah

Permasalahan dalam menentukan jumlah penjaga minimum yang mencakup interior suatu ruangan dengan  $n$ -simpul merupakan permasalahan yang dikenal dengan istilah *art gallery problem*. Pada penelitian ini ruangan direpresentasikan sebagai sebuah poligon ortogonal dan kemudian digunakan *art gallery theorem* pada poligon ortogonal untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Pada *art gallery problem*, akan ditentukan jumlah minimum dan letak penjaga agar seluruh area dapat terawasi dengan baik. Suatu simpul dikatakan terawasi apabila terdapat diagonal interior poligon antara simpul (penjaga) dengan simpul lainnya.

Konsep terawasi dan tidak terawasi dalam penempatan penjaga sangat penting untuk memastikan keamanan dan efisiensi pengawasan dalam suatu area. Dengan memahami area yang terawasi, kita dapat mengoptimalkan penempatan penjaga untuk mencakup seluruh area dengan jumlah minimal, memastikan setiap sudut terpantau dan mengurangi risiko keamanan. Sebaliknya, dengan mengidentifikasi area yang tidak terawasi, kita dapat menemukan celah pengawasan yang perlu ditangani, baik melalui penambahan penjaga atau teknologi pengawasan tambahan.



Gambar 3.1.1 Contoh simpul terawasi dan tidak terawasi

Pada Gambar 3.1.1, simpul  $v_1$  dapat mengawasi simpul  $v_5$  karena garis diagonal yang ditarik berada di dalam poligon. Sedangkan pada simpul  $v_5$  tidak dapat mengawasi simpul  $v_9$  karena garis diagonal yang ditarik berada di luar poligon.

Salah satu pendekatan lainnya dalam menyelesaikan *art gallery problem* yaitu dengan menggunakan program dinamis. Program dinamis membantu menyelesaikan *art gallery problem* dengan langkah-langkah yang lebih terstruktur dengan membagi persoalan menjadi suatu tahapan-tahapan sehingga perhitungannya lebih teratur (Rachman, 2018).

Dalam penelitian ini, peneliti akan menyelesaikan masalah penempatan pegawai di toko buku dengan menggunakan program dinamis untuk menyelesaikan *art gallery problem* melalui perhitungan manual. Ruangan pada toko buku dengan dinding yang saling tegak lurus, membentuk sudut ruangan yang berukuran 90 derajat atau 270 derajat serta rak-rak buku akan direpresentasikan menjadi bentuk poligon ortogonal  $P_n$ . Poligon ortogonal  $P_n$  ini yang akan digunakan dalam menyelesaikan *art gallery problem* dengan menggunakan program dinamis.

### 3.2 Penyelesaian *Art Gallery Problem* pada Poligon Ortogonal berdasarkan *Art Gallery Theorem*

Couto dan De Souza (2007) menjelaskan model matematika dari *art gallery problem* pada poligon ortogonal dimana  $a_{ij}$  merupakan banyaknya poligon dan  $x_j$  merupakan simpul yang berada pada poligon, kemudian dengan mendiskretkan poligon  $P$  menjadi sekumpulan titik  $D(P)$  dan menggunakan model penyederhanaan sebagai berikut

$$z = \min \sum_{j \in V} x_j$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in V} a_{ij} x_j \geq 1, \forall p_i \in D(P) \quad (1)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in V \quad (2)$$

dimana

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika } p_i \in V(j) \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$
$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{jika } j \text{ termasuk dalam solusi} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

$V$  merupakan himpunan simpul dari poligon  $P$  dan himpunan  $Z = \{j \in V \mid x_j = 1\}$  disebut himpunan solusi. Batasan (1) menyatakan bahwa setiap simpul  $p_i \in D(P)$  terlihat setidaknya oleh satu posisi penjaga yang dipilih dalam solusi dan fungsi objektif meminimalkan kardinalitas  $z$  dari himpunan solusi  $Z$ .

Penyelesaian *art gallery problem* pada poligon ortogonal dijelaskan dalam Teorema 2.10.1. Pembuktian teorema tersebut digunakan untuk melakukan penentuan penempatan penjaga pada suatu poligon ortogonal  $P_n$  yang mewakili penempatan penjaga di dalam sebuah ruangan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Merepresentasikan ruangan menjadi poligon ortogonal  $P_n$ .
2. Mengkonstruksi segi empat (*quadrilateral*) dari poligon ortogonal  $P_n$  dengan melakukan quadrangulasi.
3. Mengkonstruksi garis diagonal sehingga setiap segiempat (*quadrilateral*) merupakan sebuah graf lengkap  $K_4$ .
4. Graf lengkap  $K_4$  memiliki bilangan kromatik  $\chi(K_4) = 4$  sedemikian sehingga setiap segiempat (*quadrilateral*) diwarnai dengan empat warna yang berbeda.
5. Periksa jumlah pemakaian warna yang paling minimum untuk menentukan banyaknya penjaga serta simpul tempat penjaga untuk mengawasi keseluruhan area.

### 3.3 Penyelesaian *Art Gallery Problem* dengan Program Dinamis pada Poligon Ortogonal

Implementasi penyelesaian *art gallery problem* pada poligon ortogonal  $P_n$  dengan menggunakan program dinamis pada toko buku agar seluruh area ruangan terawasi dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Merepresentasikan ruangan menjadi poligon ortogonal  $P_n$ .
2. Mengkonstruksi segi empat (*quadrilateral*) dari poligon ortogonal  $P_n$  dengan melakukan quadrangulasi (Elvina, 2012).
3. Memberikan nomor pada setiap simpul yang diawali dengan nomor 1 dan memberikan nomor selanjutnya pada simpul tetangga dari simpul sebelumnya hingga nomor  $n$  dengan memperhatikan urutan ketetanggaan (Elvina, 2012).
4. Memberikan arah dari nomor simpul kecil menuju nomor simpul yang lebih besar (Elvina, 2012).
5. Mengkonstruksi garis diagonal yang saling berpotongan pada setiap segiempat (*quadrilateral*) yang terbentuk.
6. Membuat graf multistap yang didasarkan pada nomor simpul yang diberikan di langkah 3 dan arah yang ditentukan pada langkah 4 (Elvina, 2012). Tahap pertama pada graf multistap dimulai dari simpul nomor 1, kemudian dilanjutkan dengan arah yang ditunjukkan oleh simpul nomor 1 menuju simpul dengan nomor yang lebih besar untuk tahap 2. Proses ini berlanjut hingga mencapai simpul  $n$ , di mana simpul  $n$  akan menjadi tahap terakhir pada graf multistap.
7. Membentuk tabel yang memperlihatkan pewarnaan setiap tahapan dari graf multistap (Elvina, 2012). Tabel tahap 1 akan memperlihatkan pewarnaan simpul pada tahap 1, yaitu simpul 1. Pada tabel tahap 2, akan diperlihatkan pewarnaan simpul yang telah didapat pada tahap 1, serta pewarnaan simpul pada tahap 2. Hal ini terus dilakukan hingga tabel tahap  $n$ . Jadi, jumlah tabel bergantung pada jumlah tahapan yang didapat pada langkah 6.

Baris pertama pada tabel merupakan simpul-simpul yang akan

diberi warna dan dinotasikan sebagai  $S_n$  di mana  $S$  direpresentasikan sebagai simpul, sehingga  $S_n$  merupakan simpul ke- $n$ . Baris kedua berisi warna yang akan digunakan pada setiap simpul. Kolom pertama berisi keterangan warna-warna yang digunakan dan dinotasikan sebagai  $W$ , dengan 4 warna yang digunakan untuk pewarnaan quadrangular:  $W_a$  merupakan warna  $a$ ,  $W_b$  merupakan warna  $b$ ,  $W_c$  merupakan warna  $c$ , dan  $W_d$  merupakan warna  $d$ . Penggunaan warna akan dimulai dari warna  $a, b, c$ , hingga ke warna  $d$ .

Pemberian warna pada setiap simpul akan memperhatikan keterhubungan dengan simpul lainnya. Apabila suatu simpul tidak dapat diberi warna  $a, b, c$ , atau  $d$ , maka akan diberikan tanda  $X$  pada baris warna tersebut. Untuk lebih jelasnya, dapat dilihat ilustrasi pada Tabel 3.3.1 berikut.

**Tabel 3.3.1** Ilustrasi Tabel Tahap Pewarnaan

	$S_1$	$S_2$	$\dots$	$S_n$
$W$	$W_a$	$W_b$		
$W_a$		$X$		
$W_b$				
$W_c$				
$W_d$				

- Periksa jumlah pemakaian warna yang paling minimum untuk menentukan banyaknya penjaga serta simpul tempat penjaga untuk mengawasi keseluruhan area (Elvina, 2012).

### 3.4 Analisis Kesesuaian Hasil dengan Teorema

Hasil penyelesaian program dinamis untuk menyelesaikan *art gallery problem* pada poligon ortogonal perlu dianalisis terlebih dahulu kesesuaiannya dengan teorema. Hal ini dilakukan dengan menghitung

Naila Raima Fauziah, 2024

*Implementasi Art Gallery Theorems dengan Program Dinamis untuk Menyelesaikan Masalah Penempatan Pegawai*

kesesuaian jumlah minimum penjaga yang didapat dari perhitungan menggunakan program dinamis dengan *art gallery theorem* pada poligon ortogonal dimana himpunan penjaga  $g(n) \leq \lfloor \frac{n}{4} \rfloor$ . Kemudian, daerah pengawasan penjaga diberi warna berbeda untuk mengetahui daerah pengawasan setiap penjaga.

### 3.5 Kesimpulan

Pada penelitian ini, akan dilakukan implementasi *art gallery theorem* dengan menggunakan program dinamis untuk menentukan jumlah pegawai yang cukup untuk mengawasi keseluruhan area di toko buku. Penarikan kesimpulan dilakukan dengan melihat kesesuaian hasil jumlah minimum penjaga yang didapat dari perhitungan menggunakan program dinamis dengan *art gallery theorem* pada poligon ortogonal dimana himpunan penjaga  $g(n) \leq \lfloor \frac{n}{4} \rfloor$ . Kesesuaian tersebut membuktikan bahwa penggunaan program dinamis dapat digunakan untuk menyelesaikan *art gallery problem* pada poligon ortogonal.