BAB VI
PENUTUP

Pada bab ini berisi pemaparan kesimpulan yang sudah diperoleh dari hasil penelitian yang dibahas pada pada bab sebelumnya.

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan penelitian mengenai ruang barisan Orlicz yang diperumum, diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Pendefinisian ruang barisan Orlicz dengan memodifikasi norma Luxemburg yang asalnya adalah infimum dari $\left\{k > 0 : \sum_{n=1}^{\infty} \Phi\left(\frac{|x_n|}{k}\right) \leq 1\right\}$ menjadi infimum dari $\left\{k > 0 : \sum_{n=1}^{\infty} \Phi\left(\frac{|x_n|}{k}\right) \leq k\right\}$, hasil yang diperoleh yaitu untuk $k > 1$ maka ruang $\ell_{\Phi}^{*}(\mathbb{R})$ lebih luas dari ruang $\ell_{\Phi}(\mathbb{R})$. Dalam perbandingan normanya, yang paling jelas terlihat yaitu pada keberlakuan ketaksamaan segitiga. Pada ruang $\ell_{\Phi}(\mathbb{R})$ tidak berlaku ketaksamaan segitiga sedangkan pada $\ell_{\Phi}^{*}(\mathbb{R})$ berlaku.
2. Pendefinisian perumuman ruang barisan Orlicz dengan definisi norma yang serupa pada ruang $\ell_{\Phi}^{*}(\mathbb{R})$. Namun, mengganti fungsi Young menjadi fungsi Young-s sebagaimana yang didefinisikan penulis pada Definisi 5.2.1.1. Hasil yang diperoleh yaitu, ruang barisan Orlicz diperumum $\ell_{\Phi_s}^{*}(\mathbb{R})$ pada Definisi 5.2.1.1 untuk $k > 1$, lebih luas dari ruang barisan Orlicz diperumum $\ell_{\Phi_s}(\mathbb{R})$, hal ini disampaikan pada Lema 5.2.1.4. Lebih jauh, jika Φ adalah fungsi konveks dan $\Phi(x) = 0$ maka Φ adalah fungsi konveks-s. Akibatnya ruang $\ell_{\Phi_s}(\mathbb{R})$ merupakan perumuman dari ruang barisan Orlicz $\ell_{\Phi}(\mathbb{R})$ ketika $s = 1$. Selanjutnya, lema-lema yang digunakan untuk membuktikan norma Fréchet terdefinisi dengan baik pada $\ell_{\Phi_s}^{*}(\mathbb{R})$ serupa dengan lema-lema yang diperoleh untuk membuktikan norma terdefinisi dengan baik pada ruang barisan Orlicz diperumum $\ell_{\Phi_s}(\mathbb{R})$.
3. Syarat cukup dan perlu sifat inklusi pada $\ell_{\Phi}^{*}(\mathbb{R})$ diperoleh dengan memanfaatkan norma barisan karakteristik. Berdasarkan hasil penelitian mengenai sifat inklusi pada ruang $\ell_{\Phi}^{*}(\mathbb{R})$ diperoleh kesimpulan yaitu untuk

suatu konstanta $C > 0$ dan sembarang $t > 0$, kondisi $\Phi_1(t) \leq \Phi_2(Ct)$ menjadi syarat cukup sifat inklusi pada ruang $\ell_\Phi^*(\mathbb{R})$. Lebih jauh, jika $t > 0$ maka kondisi ini menjadi syarat cukup dan perlu sifat inklusi pada ruang $\ell_\Phi^*(\mathbb{R})$. Hal ini termuat dalam Akibat 5.1.3.5 mengenai syarat cukup dan perlu sifat inklusi pada ruang $\ell_\Phi^*(\mathbb{R})$.

4. Syarat cukup dan perlu sifat inklusi pada $\ell_{\Phi_s}^*(\mathbb{R})$ diperoleh dengan memanfaatkan norma barisan karakteristik. Hasil penelitian mengenai sifat inklusi pada $\ell_{\Phi_s}^*(\mathbb{R})$ yaitu untuk suatu konstanta $C > 0$ dan sembarang $t > 0$, kondisi $\Phi_{s_1}(t) \leq \Phi_{s_2}(Ct)$ menjadi syarat cukup sifat inklusi pada ruang $\ell_{\Phi_s}^*(\mathbb{R})$. Lebih jauh, jika $t > 0$ maka kondisi ini menjadi syarat cukup dan perlu sifat inklusi pada ruang $\ell_{\Phi_s}^*(\mathbb{R})$. Hal ini termuat dalam Akibat 5.2.3.5 mengenai syarat cukup dan perlu sifat inklusi pada ruang $\ell_{\Phi_s}^*(\mathbb{R})$.

6.2 Saran

Berdasarkan proses dan hasil penelitian yang telah dilakukan, berikut saran yang dapat dipertimbangkan untuk penelitian lanjutan mengenai topik serupa, karena penelitian ini masih dapat dikembangkan mengingat sedikitnya yang mengkaji topik ini. Salah satu saran penulis adalah dengan mengkaji ruang barisan $\ell_\Phi^*(\mathbb{R})$ dan $\ell_{\Phi_s}^*(\mathbb{R})$ dengan domain himpunan bilangan kompleks.