

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penalaran menjadi bagian konsep sentral dalam pendidikan matematika (Kollosche, 2021), hal tersebut dapat dijumpai dalam praktik pembelajaran matematika di kelas ataupun dalam penelitian pendidikan matematika (Hjelte et al., 2020). Penalaran juga banyak diterapkan dalam aspek kehidupan sehari-hari manusia (Lu et al., 2023). Hal tersebut mengarahkan agar penalaran dilibatkan dalam pembelajaran dan harus dikuasai dengan baik oleh siswa. Secara sederhana, penalaran didefinisikan sebagai proses untuk mencari alasan dengan menggunakan argumen untuk menarik kesimpulan (Khan & Ullah, 2010). Selain itu, penalaran juga dapat didefinisikan sebagai alur berpikir untuk mencapai kesimpulan dalam menyelesaikan tugas ataupun masalah (Sidenvall et al., 2015). Proses memperoleh kesimpulan didasarkan pada premis-premis yang telah ada (Chen et al., 2020). Penjelasan tersebut mengarahkan bahwa penalaran sangat esensial untuk dikuasai oleh siswa dalam menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari ataupun untuk menarik kesimpulan yang tepat didasarkan pada fakta atau pengetahuan yang benar.

Penalaran yang berkaitan dengan objek matematika disebut dengan penalaran matematis. Hal tersebut sesuai dengan Hasanah et al. (2019) yang mengungkapkan bahwa penalaran matematis merupakan suatu aktivitas dalam proses untuk memperoleh kesimpulan berdasarkan premis logis matematis yang diyakini valid. Penalaran matematis telah menjadi tujuan penting dalam domain pembelajaran matematika (Hjelte et al., 2020). Bahkan, penalaran matematis telah menjadi standar pengajaran matematika di seluruh dunia (Smit et al., 2022). Pernyataan itu dipertegas oleh NCTM (2000) yang mengungkapkan bahwa penalaran termasuk dari lima standar proses dalam pembelajaran matematika. Selain itu, pengembangan penalaran matematis merupakan tujuan dari beberapa kurikulum dan merupakan elemen penting riset pendidikan matematika (Jeannotte & Kieran, 2017). Siswa dengan penalaran matematis yang baik memungkinkan dapat dengan logis dalam menyelesaikan tugas yang menantang baik dalam kelas ataupun di luar lingkungan kelas (Mukuka et al., 2023).

Penalaran proporsional termasuk dalam jenis penalaran yang fundamental untuk dikembangkan dalam pembelajaran matematika (Arican, 2019). Memaknai penalaran proporsional dapat melalui pemaknaan mengenai penalaran dan proporsional. Pernyataan tersebut sejalan dengan Nugraha et al. (2016) yang mengungkapkan bahwa penalaran proporsional merupakan jenis penalaran matematis yang berkaitan dengan situasi proporsional. Konsep proporsional tersebut berhubungan dengan konsep rasio dan proporsi (Livy & Herbert, 2013; Prayitno et al., 2018). Dalam matematika, rasio menyatakan perbandingan dari dua besaran, nilai atau ukuran dalam bentuk $a : b$ atau $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$, sedangkan proporsi menyatakan persamaan dari dua rasio dalam bentuk $a : b = c : d$ atau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (Son, 2013; Tourniaire & Pulos, 1985). Berdasarkan penjelasan tersebut, proporsional mengacu pada hubungan atau perbandingan antara dua atau lebih komponen, di mana perubahan pada salah satu komponen akan diikuti oleh perubahan yang sepadan pada komponen lainnya, sehingga mempertahankan kesesuaian di antara elemen-elemen tersebut (Beckmann & Izsák, 2015).

Kemampuan penalaran proporsional dapat dipandang sebagai kemampuan untuk mengetahui hubungan perkalian atau multiplikatif antara rasio sehingga situasi proporsional dapat diterapkan (Dole et al., 2012), oleh karena itu kemampuan penalaran proporsional memerlukan pemahaman untuk melihat hubungan multiplikatif atau perkalian antara dua kuantitas atau rasio dan memperluas hubungan multiplikatif tersebut ke pasangan kuantitas lainnya (Im & Jitendra, 2020). Kemampuan penalaran proporsional juga dapat dimaknai sebagai proses dalam memahami hubungan multiplikatif (Muttaqin et al., 2017), sedemikian sehingga jika satu kuantitas berubah, maka yang lain juga ikut berubah. Prosedur perubahan kedua kuantitas tersebut akan tepat sama yang dipengaruhi oleh suatu kuantitas lain yang disebut sebagai konstanta proporsionalitas. Lebih rinci, Cramer et al., (1993) menyatakan bahwa masalah proporsional dapat berupa “*missing value problems, numerical comparison problems, dan qualitative reasoning problems*”. Selanjutnya, Lamon (2007) menambahkan, siswa dengan kemampuan penalaran proporsional yang baik selain harus dapat menyelesaikan

berbagai masalah proporsional, siswa juga harus mampu membedakan masalah proporsional dengan masalah non proporsional.

Kemampuan penalaran proporsional mempunyai peranan penting dan memiliki beberapa fungsi praktis (Ekawati et al., 2015). Kontribusi ini dapat dijumpai dalam berbagai disiplin ilmu, terutama dalam mata pelajaran matematika tetapi juga meluas ke berbagai bidang akademik lainnya. Selain itu, dampak dari kontribusi ini tidak terbatas pada bidang akademik, karena memuat pula aspek kehidupan sehari-hari (Ayuningtyas, 2019). Ini menjadikan proporsionalitas menjadi salah satu topik yang paling intensif dipelajari pada penelitian pendidikan matematika (Wijayanti & Winslow, 2017). Pemaparan itu mengarahkan pentingnya siswa dalam penguasaan penalaran proporsional yang mahir, karena keterampilan ini memainkan peran penting dalam memfasilitasi kemampuan mereka untuk secara efektif mengatasi tantangan matematika dalam lingkungan akademik, serta dalam mengatasi berbagai masalah kehidupan nyata yang dihadapi setiap hari.

Kemampuan untuk terlibat dalam penalaran proporsional menjadi faktor krusial dalam perolehan pengetahuan matematika, karena proporsional merupakan konsep kunci dalam pembelajaran matematika dasar hingga perguruan tinggi (Ahl, 2016). Pentingnya kemampuan penalaran proporsional juga diakui dalam dokumen kebijakan kurikulum matematika (Weiland et al., 2021). Penalaran proporsional sering kali menitikberatkan pada siswa untuk mengevaluasi situasi perbandingan dalam bentuk hubungan antara dua rasio (Keersmaeker et al., 2023). Selain itu, banyak topik matematika yang memerlukan pengetahuan dan pemahaman mengenai rasio dan proporsi, misalnya kegiatan pemecahan masalah pada topik skala, persentase, peluang, aljabar (Dole et al., 2012), kecepatan, trigonometri, kesebangunan, pengukuran, dan geometri (Misnasanti et al., 2017). Selain itu, penilaian internasional berskala besar seperti “*Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)*” dan “*Program for International Student Assessment (PISA)*” juga menitikberatkan pentingnya kemampuan penalaran proporsional sebagai tolak ukurnya (Arican, 2018, 2019). Oleh karena itu, penalaran proporsional adalah salah satu kemampuan matematis fundamental yang harus dicapai siswa (Ayan & Isiksal-Bostan, 2019).

Selanjutnya, penalaran proporsional juga berkaitan dengan mata pelajaran lain. Contohnya, pada mata pelajaran kimia lebih khususnya dalam permasalahan yang melibatkan besaran dalam reaksi kimia atau yang biasa disebut dengan stoikiometri (Ramful & Narod, 2014). Penalaran proporsional dalam bidang fisika juga sangat terkait, misalnya berkaitan dengan penyajian besaran-besaran rasio baru secara berurutan, seperti kecepatan, percepatan, mekanika, medan listrik, beda potensial, dan frekuensi (Boudreaux et al., 2020).

Kemampuan penalaran proporsional juga mempunyai fungsi yang penting dalam konteks aktivitas keseharian. Misalkan pada kemasan produk beras dinyatakan setiap 100 gram beras memerlukan 400 CC air untuk menghasilkan nasi pulen, untuk dapat menyatakan kebutuhan air yang harus dipakai agar diperoleh nasi pulen dengan jumlah yang berbeda sesuai petunjuk dalam porsi lain seseorang perlu memandang hubungan rasio beras dan air dengan tepat. Selain itu, aktivitas dalam membuat suatu makanan atau minuman berdasarkan suatu resep (Vanluydt et al., 2021), dan mengenai pengambilan keputusan keuangan yang baik dalam hidup juga memerlukan penalaran proporsional (Sawatzki et al., 2019). Penalaran proporsional juga penting pada saat melakukan pembelian bahan makanan dengan menghitung pembelian terbaik berdasarkan harga satuan suatu bahan makanan (Im & Jitendra, 2020). Lebih spesifik kemampuan penalaran proporsional juga mempunyai peran yang fundamental kepada banyak profesi, misalnya sebagai perawat dalam perhitungan dosis, frekuensi, konversi antar unit yang berbeda, dan pengaturan kecepatan infus (Dubovi et al., 2018).

Penalaran proporsional adalah kemampuan penting yang harus dikuasai oleh siswa agar berhasil dalam matematika tingkat tinggi (Wynkoop, 2022), namun penelitian secara konsisten menunjukkan bahwa banyak siswa masih mengalami kesulitan dalam mengembangkan kemampuan penalaran proporsional (Son, 2013).. Penelitian yang dilakukan Zulkarnaen (2017) yang dilakukan di sekolah menengah atas (SMA) dengan subjek siswa kelas X, dengan tujuan melakukan analisis kemampuan penalaran proporsional siswa dengan menggunakan instrumen tiga soal uraian penalaran proporsional dengan tipe “*missing value problem, numerical comparison problem, dan qualitative prediction and comparison problem*”. Hasil penelitiannya menunjukkan bawah capaian siswa kelas X SMA dalam kemampuan

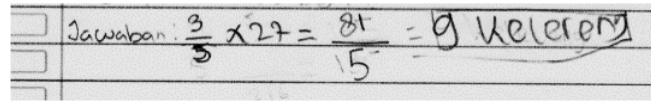
penalaran proporsional masih rendah dan siswa masih dominan dalam melakukan kesalahan berupa *comprehension error* dan *transformation error*.

Kemudian penelitian yang dilakukan Yuliani et al. (2021) dengan memberikan enam soal tes kemampuan penalaran proporsional menunjukkan bahwa kemampuan penalaran proporsional siswa sekolah menengah pertama (SMP) kelas VII topik perbandingan masih tergolong rendah yang hanya memperoleh skor rata-rata 48,46%. Kemampuan penalaran proporsional diukur melalui tiga indikator yaitu mengidentifikasi masalah dengan merumuskan perubahan multiplikatif dengan rata-rata 69,98%, mengidentifikasi perbandingan senilai maupun berbalik nilai dengan rata-rata 34,26%, dan menyelesaikan masalah melalui pengelompokan atau penyatuan data dengan rata-rata 42,13%.

Selain itu, Mujib & Sulistiana (2023) juga melakukan penelitian mengenai penalaran proporsional dengan subjek penelitian siswa SMP kelas VII menurut Langrall & Swafford (2000) yang membedakan penalaran siswa ke dalam empat level yaitu “level 0: *nonproportional reasoning*, level 1: *informal reasoning about proportional reasoning*, level 2: *quantitative rasoning*, dan level 3: *formal proportional reasoning*”. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa sebagian besar kemampuan penalaran proporsional siswa pada kelas VII SMP hanya mencapai di level 0, siswa terbatas untuk membuat dugaan semata-mata melalui proses coba-coba, tanpa menunjukkan kemampuannya dalam menggunakan penalaran proporsional berdasarkan kriteria yang sesuai.

Banyak siswa terus berjuang untuk memahami konsep proporsionalitas, bahkan ketika akhir pendidikan sekolah menengah kesulitan siswa dalam memahami konsep proporsionalitas masih terus berlanjut (Castillo & Fernández, 2022). Vysotskaya et al. (2021) menjelaskan faktor-faktor yang membuat konsep proporsionalitas sangat rumit bagi siswa yaitu hubungan multiplikatif dibalik konsep berbasis proporsionalitas, dan hambatan didaktis yang ditimbulkan oleh proses pengajaran yang berupa intervensi dengan pengetahuan sebelumnya. Penelitian Mardika & Mahmudi (2021) menunjukkan siswa kesulitan dalam mencari hubungan multiplikatif yang terdapat pada soal penalaran proporsional, kesulitan dalam memahami nilai perbandingan berbalik nilai, dan kesulitan dalam menjelaskan penyelesaian yang diperoleh dari masalah. Berikut ini merupakan

salah satu contoh kesalahan siswa dalam menyelesaikan permasalahan mengenai penalaran proporsional dengan soal “Kelereng Andi dan Budi perbandingannya adalah 3 : 5. Jika jumlah kelereng Budi adalah 27, berapa jumlah kelereng Budi?.



Jawaban: $\frac{3}{5} \times 27 = \frac{81}{5} = 9$ kelereng

Gambar 1.1 Contoh Kesalahan Siswa (Andini & Jupri, 2017)

Pada jawaban di atas siswa telah menggunakan hubungan perbandingan. Akan tetapi siswa masih salah dalam menyatakan model matematika. Siswa belum memahami bilangan-bilangan yang sebanding atau hubungan antar perbandingan, serta siswa masih melakukan kesalahan dalam operasi matematika. Selanjutnya, temuan penelitian yang dilakukan oleh Tjoe & Torre (2014) mengungkapkan bahwa siswa menunjukkan penguasaan yang lebih baik dalam memecahkan masalah tipe *missing value problem* dibandingkan dengan masalah yang memerlukan diferensiasi antara konteks proporsional dan non proporsional, serta masih dijumpai beberapa siswa yang menggunakan strategi aditif dalam menyelesaikan *missing value problem*. Sayangnya, diungkapkan bahwa siswa dengan kesulitan matematika akan terus mengalami kesulitan tersebut dan harus berjuang lebih keras di kelas-kelas selanjutnya (Nelson & Powell, 2018).

Selain memiliki kemampuan penalaran proporsional, penting bagi siswa untuk memiliki keyakinan atas kapasitas yang dimiliki untuk mempengaruhi tindakan mereka sendiri dan lingkungannya, konsep tersebut disebut dengan istilah *self-efficacy* atau efikasi diri. Bandura (1997) mendefinisikan *self-efficacy* sebagai keyakinan diri yang dimiliki individu dalam kapasitas mereka untuk merencanakan dan melaksanakan kegiatan untuk mencapai tujuan tertentu. Sejalan dengan hal tersebut, Bishara & Kaplan (2022) menegaskan bahwa *self-efficacy* berkaitan dengan cara individu mengevaluasi atau menilai kapasitas ataupun kemampuan mereka untuk melaksanakan tugas atau tindakan tertentu dan menghasilkan hasil tertentu.

Self-efficacy secara efektif mempengaruhi tindakan, upaya yang diterapkan, ketekunan dalam menghadapi kesulitan, dan pengaruh negatif, serta tingkat pencapaian (Bandura, 1995). Individu yang menunjukkan *self-efficacy* yang tinggi

cenderung akan bersikap positif karena mampu menyelesaikan tugas yang diberikan dengan sukses (Bishara & Kaplan, 2022). Individu yang menunjukkan tingkat *self-efficacy* tinggi cenderung mengerahkan upaya yang lebih besar dalam menyelesaikan tugas, memiliki keyakinan yang kuat pada kemampuan mereka untuk mencapai kesuksesan dalam tugas-tugas tersebut, dan menunjukkan ketahanan dengan bertahan dalam menghadapi tantangan atau tidak mudah menyerah (Wäschle et al., 2014; Ziegler & Opdenakker, 2018).

Self-efficacy berperan penting dalam menentukan keberhasilan belajar, termasuk pada pembelajaran matematika (Alves et al., 2016; Ayotola & Adedeji, 2009). *Mathematics self-efficacy* adalah faktor yang mempengaruhi tingkat usaha, ketekunan, dan kemampuan siswa untuk bangkit kembali yang ditunjukkan siswa ketika dihadapkan dengan masalah atau aktivitas matematika (Mozahem et al., 2021). Lebih dari itu, *mathematics self-efficacy* berkorelasi positif dengan prestasi matematika, siswa yang menunjukkan tingkat *mathematics self-efficacy* yang baik menunjukkan kinerja unggul dalam matematika (Hackett & Betz, 1989; Liu, 2009; Pampaka et al., 2011). Sebagai upaya untuk menumbuhkan *self-efficacy*, Bandura (1997) menyatakan bahwa cara yang mungkin dilakukan adalah mengidentifikasi kekuatan dan kemampuan siswa, meningkatkan kesadaran akan hal tersebut, dan mengembangkan keyakinan siswa pada diri sendiri. Siswa yang mempunyai keyakinan dapat mengerjakan soal matematika dengan baik, mereka dapat memahami materi tersulit yang disajikan, mengerjakan tugas dengan baik, dan cenderung memiliki prestasi matematika yang lebih unggul.

Pentingnya konteks *mathematics self-efficacy* belum mendapatkan bukti yang memuaskan pada kondisi lapangan. Penelitian yang dilakukan oleh Sayekti et al. (2019) difokuskan pada pemeriksaan *mathematics self-efficacy* siswa dengan melibatkan 174 siswa kelas VIII SMP. Penelitian tersebut menggunakan angket tertutup yang berjumlah 30 pernyataan, mengungkapkan bahwa *mathematics self-efficacy* siswa masih menempati kategori rendah. Demikian pula, penelitian yang dilakukan oleh Pratiwi & Imami (2022) dengan tujuan yang sama yaitu menganalisis *mathematics self-efficacy* dengan subjek siswa kelas VII SMP dengan menggunakan teori Bandura (1997) yang melibatkan tiga dimensi meliputi: 1) *magnitude*; 2) *generality*; dan 3) *strenght*. Hasil dari penelitian tersebut

mengungkapkan bahwa *mathematics self-efficacy* berada pada kategori sedang, meskipun demikian, masih ada siswa yang memiliki *mathematics self-efficacy* rendah, ini menunjukkan ada kebutuhan dalam meningkatkan *mathematics self-efficacy* siswa.

Jika kedua penelitian di atas dilakukan pada jenjang SMP, penelitian yang dilakukan oleh Putri & Prabawanto (2019) melibatkan siswa kelas X SMA, hasil penelitian tersebut mengungkapkan bahwa *mathematics self-efficacy* siswa masih tergolong rendah, karena kurangnya kepercayaan diri di antara mayoritas siswa ketika dihadapkan dengan pemecahan masalah matematika dan terlibat dalam wacana kelas selama proses belajar matematika. Siswa yang mempunyai tingkat *self-efficacy* tinggi biasanya menunjukkan antusiasme dan memiliki dorongan motivasi yang kuat, dan dapat mengatasi kesulitan dengan lebih baik, akan tetapi penelitian yang telah ditunjukkan menunjukkan arah sebaliknya yaitu *self-efficacy* siswa belum cukup baik. Tentu hal ini menunjukkan perlunya solusi untuk mengatasi rendahnya *mathematics self-efficacy* siswa untuk menuju ke arah perbaikan.

Penelitian yang dilakukan oleh Rahmah & Soro (2022) telah mengungkapkan bahwa perbedaan kategori *mathematics self-efficacy* mengarahkan pada disparitas kemampuan matematis di antara siswa. Selain itu, Kingston & Lyddy (2013) mengungkapkan bahwa *mathematics self-efficacy* mempunyai hubungan yang kuat dengan kemampuan penalaran proporsional siswa. Oleh karena itu, seorang siswa dengan *mathematics self-efficacy* yang tinggi cenderung mengarahkan siswa mempunyai kemampuan penalaran proporsional yang tinggi juga. Lebih spesifik lagi, penelitian yang dilakukan oleh Nurlela et al. (2022) mengungkapkan bahwasanya setiap kategori *mathematics self-efficacy* mempunyai tingkat kemampuan penalaran proporsional yang berbeda-beda.

Berdasarkan pemaparan yang telah disajikan, terlihat jelas bahwa kemampuan penalaran proporsional dan *mathematics self-efficacy* merupakan kemampuan fundamental untuk dimiliki oleh siswa. Akan tetapi, hal yang terjadi adalah menunjukkan bahwa kedua kemampuan tersebut belum tercapai secara optimal. Tentunya siswa memerlukan bimbingan dari pendidikan dalam peran fasilitatif untuk meningkatkan capaian kemampuan penalaran proporsional dan

mathematics self-efficacy. Guru sebagai fasilitator dapat memfasilitasi siswa dengan mengimplementasikan pembelajaran yang memfasilitasi siswa untuk dapat lebih mengoptimalkan kedua kemampuan siswa tersebut.

Pembelajaran yang sering diimplementasikan dalam upaya meningkatkan kemampuan penalaran proporsional (Aryvaty & Saputra, 2013; Ayuningtyas, 2019; Ben-Chaim et al., 2012; Hali, 2016; Misnasanti et al., 2017; Nurhayati & Kusumah, 2019) dan mengembangkan *mathematics self-efficacy* (Dunlap, 2005; Hidayat & Taufiqurrahman, 2022; Masitoh & Fitriyani, 2018; Risnawati et al., 2019; Smith & Hung, 2017; Syarafina et al., 2018) yaitu *problem-based learning*. Pada pelaksanaan *problem-based learning* dimulai dengan masalah yang harus diselesaikan oleh siswa dengan menggunakan pengetahuan yang mereka miliki (Kazemi & Ghoraiishi, 2012). *Problem-based learning* menekankan pembelajaran berdasarkan eksplorasi suatu permasalahan yang berkaitan dengan masalah kontekstual kehidupan sehari-hari (Ajai & Imoko, 2015). Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa *problem-based learning* terbukti dapat meningkatkan kemampuan penalaran proporsional dan mengarahkan siswa mempunyai *mathematics self-efficacy* yang lebih baik.

Merujuk kembali pada rendahnya capaian kemampuan penalaran proporsional siswa, kesalahan yang dilakukan oleh siswa selama proses penyelesaian masalah penalaran proporsional, kesulitan siswa dalam membedakan situasi proporsional dan non proporsional, dan rendahnya *mathematics self-efficacy* serta melihat adanya hubungan yang kuat antara *mathematics self-efficacy* dengan kemampuan penalaran proporsional, *error analysis-based learning* atau pembelajaran berbasis analisis kesalahan mempunyai peluang besar dalam meningkatkan kemampuan penalaran proporsional dan mengembangkan *mathematics self-efficacy* secara bersamaan. Alih-alih menganggap kesalahan sebagai peristiwa negatif dalam kemajuan siswa, kesalahan justru dapat dianggap sebagai alat yang berguna dan penting dalam pembelajaran (Mallue, 2018). Penjelasan mengenai siswa dapat belajar dari kesalahan adalah hal yang umum (Bray, 2013), namun penelitian menunjukkan bahwa guru masih terbatas dalam penggunaan kesalahan selama pembelajaran matematika (Santagata, 2005; Bray, 2011).

Guru dapat menggunakan analisis kesalahan dalam beberapa cara, untuk mendiagnosis kesalahpahaman, memulai diskusi, dan sebagai titik awal dalam mengungkap kesalahpahaman (Mallue, 2018). Analisis kesalahan dapat menghasilkan interaksi yang kaya di antara siswa yang membantu menumbuhkan ketekunan dan memberi siswa peluang untuk menghilangkan kesalahpahaman dengan cara yang bermakna. Hal tersebut ditambahkan oleh Khasawneh et al. (2023) bahwa memasukkan kesalahan matematika pada proses pembelajaran matematika memiliki potensi untuk secara positif mempengaruhi sikap siswa terhadap kegagalan dan motivasi mereka terhadap kemampuan konsep matematis, meningkatkan kemampuan penalaran, dan melatih *self-regulation* dan *self-interpretation* untuk menilai apakah langkah-langkah penyelesaiannya benar atau salah. Selain itu, penekanan pada pembelajaran dari kesalahan dapat mengantisipasi kesalahan dan merespons kesalahan tersebut dengan cara yang produktif secara matematis dan berkorelasi dengan partisipasi dalam wacana matematika yang lebih merata (Bray, 2013).

Error analysis-based learning yaitu pendekatan pembelajaran yang mendorong siswa untuk memperoleh pengetahuan dari proses analisis kesalahan. *Error analysis-based learning* dimaknai sebagai suatu lingkungan belajar yang dicirikan dengan penggunaan aktivitas matematika di mana berisi contoh-contoh yang salah beserta solusi yang benar, dan mendorong siswa untuk mencari kesalahan matematika, untuk memberi alasan dan menjelaskan penyebabnya dan untuk mengatasinya (Khasawneh et al., 2022). Dalam konteks penalaran proporsional, *error-analysis based learning* mampu mendorong siswa untuk mengidentifikasi hingga memperbaiki kesalahan mengenai pemahaman dan penerapan penalaran proporsional.

Berkaitan dengan konteks kegiatan analisis kesalahan, Rach et al. (2013) menyatakan bahwa penanganan kesalahan yang konstruktif sebagai faktor penting untuk proses pembelajaran. Terdapat empat praktik yang dapat dilakukan dalam pembelajaran dari kesalahan yaitu; 1) identifikasi kesalahan atau kesadaran kesalahan; 2) analisis kesalahan dalam arti menjelaskan kesalahan; 3) koreksi kesalahan; dan 4) pencegahan kesalahan dalam arti menggunakan strategi yang menghindari terulangnya kesalahan di masa mendatang. Selain itu, kegiatan analisis

kesalahan mengarahkan siswa untuk memahami masalah dan tekun dalam menyelesaikannya serta memperhatikan ketelitian (Rushton, 2018). Terdapat beberapa tahapan yang bisa diimplementasikan oleh guru dalam memanfaatkan potensi kesalahan matematis di kelas menurut Bray (2013), yaitu pemilihan tugas matematika yang sesuai, perencanaan dan pembelajaran, saat siswa mengerjakan tugas, dan saat diskusi kelompok.

Beberapa penelitian mengenai *error analysis-based learning*, Rushton (2018) menyelidiki penggunaan analisis kesalahan pada pembelajaran matematika pada siswa kelas VII SMP pada bab persamaan dan pertidaksamaan menggunakan desain penelitian *mixed method*. Data kuantitatif penelitian tersebut mengungkapkan bahwa terdapat perbedaan secara signifikan pada *posttest* tertunda. Selain itu, guru dan siswa pada penelitian tersebut secara umum berpendapat bahwa penggunaan analisis kesalahan bermanfaat dalam proses pembelajaran, selain itu sebanyak 86% siswa menyatakan bahwa penggunaan analisis kesalahan dalam pembelajaran bermanfaat dalam membantu siswa mengenali kesalahan dan memahami bagaimana memperbaiki kesalahan tersebut.

Selanjutnya yaitu penelitian yang dilakukan oleh Khasawneh et al. (2022) dengan melibatkan 45 siswa kelas VII SMP di Jordania dengan pendekatan *quasi-experimental*. Hasil penelitian tersebut mengungkapkan bahwa *error analysis-based learning* terbukti signifikan dalam meningkatkan kemampuan penalaran proporsional siswa. Lebih dari itu, *error analysis-based learning* juga berkontribusi dalam menyajikan pengalaman positif dalam perolehan pengetahuan matematika, dan penguasaan dalam menyelesaikan permasalahan terkait dengan penalaran proporsional. Pada tahun selanjutnya, Khasawneh et al. (2023) juga melakukan penelitian terkait *error analysis-based learning*, fokusnya mengenai dampak lingkungan belajar matematika yang didukung oleh kegiatan analisis kesalahan terhadap interaksi kelas. Temuan penelitian tersebut mengungkapkan bahwa terdapat perbedaan interaksi kelas yang signifikan dari kedua kelas. Selain itu, hasil analisis kualitatif menunjukkan bahwa analisis kesalahan matematika berkontribusi dalam peningkatan interaksi guru-siswa, siswa-siswa dan siswa-konten. Penelitian ini juga menunjukkan bahwa aktivitas kelas yang didukung dengan analisis kesalahan dapat meningkatkan kualitas respons siswa, membuat

siswa lebih terlibat dalam pembelajaran, meningkatkan diskusi kelas, dan mendukung interaksi siswa-konten melalui analisis kesalahan. *Error analysis-based learning* sangat jarang diterapkan, studi literatur peneliti menunjukkan bahwa khususnya di Indonesia pembelajaran ini belum secara eksplisit diterapkan dalam pembelajaran matematika.

Berdasarkan paparan yang diuraikan, penelitian ini berusaha untuk menguji penerapan *error analysis-based learning* sebagai upaya untuk meningkatkan kemampuan penalaran proporsional siswa dan perubahan *mathematics self-efficacy* siswa. Tujuan utamanya adalah untuk menilai dampak *error analysis-based learning* pada kemampuan penalaran proporsional siswa dan *mathematics self-efficacy* siswa. Sebagai pembanding dalam melihat peningkatan kemampuan penalaran proporsional dan perubahan *mathematics self-efficacy*, peneliti mencoba melaksanakan pembelajaran yang berbeda pada kelompok kelas lainnya yaitu melalui *problem-based learning* yang pada bagian sebelumnya diungkapkan dapat meningkatkan kemampuan penalaran proporsional dan pengembangan *mathematics self-efficacy* siswa. Pada penelitian ini *problem-based learning* akan disebut sebagai *learning not based on error analysis*, karena fokus utamanya adalah untuk mengidentifikasi bagaimana kemampuan penalaran proporsional dan *mathematics self-efficacy* siswa yang memperoleh intervensi analisis kesalahan dan siswa yang tidak memperoleh analisis kesalahan. Selanjutnya, peneliti juga menganalisis bagaimana pengaruh interaksi antara pembelajaran yang diimplementasikan kepada siswa dan kategori perubahan *mathematics self-efficacy* siswa terhadap peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa. Dengan demikian, peneliti termotivasi untuk melaksanakan penelitian dengan judul “Peningkatan Kemampuan Penalaran Proporsional dan Perubahan *Mathematics Self-Efficacy* Siswa SMP dengan Pendekatan *Error Analysis-Based Learning*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan dan dibahas pada bagian sebelumnya, penelitian ini mengangkat rumusan masalah sebagai berikut.

1. Apakah peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* lebih tinggi daripada siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis*?

2. Apakah perubahan *mathematics self-efficacy* siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* lebih baik daripada siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis*?
3. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* dan siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis* ditinjau dari kategori perubahan *mathematics self-efficacy*?
4. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis* antara siswa dengan kategori perubahan *mathematics self-efficacy* yang berbeda?
5. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* antara siswa dengan kategori perubahan *mathematics self-efficacy* yang berbeda?
6. Apakah terdapat pengaruh interaksi antara pembelajaran yang digunakan dengan kategori perubahan *mathematics self-efficacy* terhadap peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan, penelitian ini mempunyai tujuan sebagai berikut.

1. Menganalisis perbandingan peningkatan kemampuan penalaran proporsional antara siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* dan siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis*;
2. Menganalisis perbandingan perubahan *mathematics self-efficacy* antara siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* dan siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis*;
3. Menganalisis perbandingan peningkatan kemampuan penalaran proporsional antara siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* dan siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis* ditinjau dari kategori perubahan *mathematics self-efficacy*;

4. Menganalisis perbandingan peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis* antara siswa dengan kategori perubahan *mathematics self-efficacy* yang berbeda;
5. Menganalisis perbandingan peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* antara siswa dengan kategori perubahan *mathematics self-efficacy* yang berbeda; dan
6. Menganalisis pengaruh interaksi antara pembelajaran yang digunakan dengan kategori perubahan *mathematics self-efficacy* terhadap peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat sebagai sumber yang informatif yang menawarkan hasil penelitian mengenai peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa dan pengembangan *mathematics self-efficacy* siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* dan siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis* baik ditinjau secara keseluruhan maupun ditinjau dari kategori perubahan *mathematics self-efficacy*. Dalam praktiknya, penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut.

1. Jika hasil penelitian mengungkapkan bahwa peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* lebih tinggi daripada siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis*, maka praktisi pendidikan dapat mengimplementasikan *error analysis-based learning* sebagai salah satu alternatif pembelajaran dalam upaya meningkatkan kemampuan penalaran proporsional siswa;
2. Jika hasil penelitian mengungkapkan bahwa perubahan *mathematics self-efficacy* siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* lebih baik daripada siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis*, pendidikan kemudian dapat menggunakan *error analysis-based learning* sebagai alternatif pilihan untuk memfasilitasi pengembangan *mathematics self-efficacy* siswa;
3. Jika hasil penelitian mengungkapkan bahwa terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* dan siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis*

pada seluruh kategori perubahan *mathematics self-efficacy*, maka *error analysis-based learning* dimungkinkan untuk dipilih sebagai pembelajaran yang mengakomodasi beragam karakteristik siswa dalam meningkatkan kemampuan penalaran proporsional;

4. Jika hasil penelitian ini mengungkapkan bahwa terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *learning not based on error analysis* pada tiap kategori perubahan *mathematics self-efficacy*, maka hasil ini dapat membantu guru dalam memilih pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan individu siswa;
5. Jika hasil penelitian ini mengungkapkan bahwa terdapat perbedaan peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa yang memperoleh *error analysis-based learning* pada tiap kategori perubahan *mathematics self-efficacy* maka hasil ini dapat membantu guru dalam memilih pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan individu siswa; dan
6. Jika hasil penelitian ini mengungkapkan bahwa terdapat pengaruh interaksi antara pembelajaran yang digunakan dengan perubahan *mathematics self-efficacy* terhadap peningkatan kemampuan penalaran proporsional siswa, maka penelitian ini memungkinkan pengembangan teori dalam bidang pendidikan mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi proses pembelajaran dan perkembangan siswa.

1.5 Definisi Operasional

Definisi operasional diuraikan dalam penelitian ini sebagai komponen penting yang bertujuan untuk secara jelas dan tepat dalam memaknai istilah spesifik yang digunakan untuk mendefinisikan variabel dalam penelitian. Definisi operasional yang digunakan dalam penelitian ini diuraikan sebagai berikut.

1. Kemampuan penalaran proporsional adalah proses kognitif yang melibatkan hubungan multiplikatif dalam mengatasi masalah mengenai hubungan proporsional dan membutuhkan pembedaan antara situasi proporsional dan non proporsional. Dalam penelitian ini, indikator kemampuan penalaran proporsional yaitu sebagai berikut: 1) mengidentifikasi hubungan proporsional tipe *missing-value problem* yang termasuk dalam *directly proportional*; 2) mengidentifikasi hubungan proporsional tipe *missing-value*

- problem* yang termasuk dalam *indirectly proportional*; 3) mengidentifikasi hubungan proporsional tipe *numerical comparison problem*; 4) mengidentifikasi hubungan proporsional tipe *qualitative reasoning*; dan 5) membedakan hubungan proporsional dengan hubungan non proporsional.
2. *Mathematics self-efficacy* merupakan penilaian diri siswa terhadap kemampuan yang dimiliki siswa dalam menyelesaikan masalah matematika untuk mencapai tujuan pembelajaran matematika. Indikator *mathematics self-efficacy* didasarkan pada tiga dimensi *self-efficacy* yaitu: “*magnitude, strength, dan generality*”.
 3. *Error analysis-based learning* adalah pendekatan pembelajaran yang mendorong siswa untuk memperoleh pengetahuan dari proses analisis kesalahan. Langkah *error analysis-based learning* dalam penelitian ini yaitu: “1) *the phase of a solution including errors*; 2) *the phase of discussion*; 3) *the phase of evaluation*; dan 4) *the phase of final remark*”.
 4. *Learning not based on error analysis* merupakan kegiatan pembelajaran matematika yang berisi contoh-contoh dengan solusi yang benar dan tidak memungkinkan penggunaan analisis kesalahan matematika di dalam kelas. Pada penelitian ini menggunakan model *problem-based learning*. Langkah *problem-based learning* dalam penelitian ini yaitu: “1) mengorientasikan siswa pada masalah; 2) mengorganisir siswa untuk belajar; 3) membimbing penyelidikan masalah; 4) mengembangkan dan menyajikan hasil pemecahan masalah; dan 5) menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah”.