

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika sekolah merupakan materi yang diajarkan pada jenjang Pendidikan Dasar hingga Pendidikan Menengah (Suherman, Erman, 2003). Tujuan pendidikan matematika di sekolah adalah untuk membekali siswa dengan pemahaman dasar konsep matematika, keterampilan berpikir logis, dan kemampuan pemecahan masalah yang relevan untuk kehidupan sehari-hari dan berbagai bidang studi (Van de Walle et al., 2022; Walsh et al., 2022). Pada Intinya Matematika sekolah dipilih untuk diajarkan di sekolah untuk menumbuhkan kemampuan matematis siswa. Dalam menumbuhkan kemampuan siswa topik-topik Matematika sekolah dipilih sesuai dengan kemampuan siswa untuk memastikan materi yang diajarkan relevan dan sesuai dengan tingkat pemahaman mereka (Hutauruk & Panjaitan, 2020).

Matematika sekolah membantu dalam membangun kemampuan dan membentuk karakter siswa, serta untuk mengkaitkan dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi (IPTEK) (Yakub et al., 2019). Objek dalam pembelajaran matematika di sekolah meliputi fakta, konsep, prinsip, dan keterampilan. Fakta mencakup simbol-simbol dan aturan-aturan dalam matematika. Konsep menjawab pertanyaan "Apa itu?", sedangkan prinsip menjelaskan "Bagaimana itu bekerja?". Latihan keterampilan memahami fakta, konsep, dan prinsip sangat penting. Objek tak langsung dari pembelajaran matematika di sekolah meliputi pengembangan disiplin diri, keterampilan matematika, apresiasi terhadap matematika, serta kemampuan berpikir matematis secara logis, rasional, dan tepat. Artinya, matematika di sekolah adalah bentuk matematika yang diadaptasi dan dikembangkan sesuai dengan kemampuan siswa, dan berfungsi sebagai alat untuk meningkatkan kemampuan berpikir mereka.

Matematika sekolah memiliki beberapa fungsi, yaitu sebagai alat untuk menyelesaikan masalah, sebagai alat berpikir logis, dan sebagai ilmu pengetahuan (Suherman, Erman, 2003). Peran matematika sekolah penting dalam mengembangkan kemampuan siswa untuk memecahkan masalah dan membuat keputusan yang tepat. Materi matematika yang diajarkan di sekolah mencakup

berbagai topik. Pentingnya matematika sekolah diatur dalam Permendiknas No. 21 tahun 2016 tentang standar isi pendidikan dasar dan menengah. Pada jenjang SMP, materi matematika mencakup bilangan rasional, aljabar, geometri, statistika-peluang, himpunan, dan peluang termasuk metode statistik sederhana. Sementara itu, di jenjang SMA, materi matematika mencakup bilangan real, aljabar, geometri transformasi, trigonometri, limit, matriks, kombinatorik, statistika-peluang, turunan, program linear, geometri ruang, bunga majemuk, angsuran, dan anuitas, pertumbuhan dan peluruhan, matriks dan vektor, induksi matematika, integral, dan logika (Permendiknas Nomor 21 Tahun 2016 tentang Standar Isi Pendidikan Dasar dan Menengah).

Salah satu materi yang sangat esensial dalam materi matematika sekolah adalah perbandingan. Perbandingan disebut pula rasio (Musser, Gary L.; Peterson, Blake E.; Burger, 2014; Ward, 2001), digunakan untuk membandingkan besaran suatu benda dengan benda lainnya. Besaran benda dimaksud dapat berupa panjang, berat, massa, kecepatan, waktu, banyak benda, dan sebagainya. Perbandingan dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan, desimal, atau persentase. Contohnya, perbandingan 2:3 dapat dinyatakan sebagai pecahan $\frac{2}{3}$, desimal 0,67, atau persentase 67%. Perbandingan dapat juga dinyatakan dalam bentuk, seperti 2:3 atau $\frac{1}{4}$, yang menyatakan bahwa untuk setiap 2 bagian, terdapat 3 bagian yang lain, atau untuk setiap 1 bagian, terdapat 4 bagian yang lain.

Menurut Oxford Concise Dictionary of Mathematics (Clements & Sarama, 2014), terdapat dua jenis perbandingan yang umum, yaitu perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai. Perbandingan senilai (*direct proportion*) terjadi ketika dua kuantitas berubah secara proporsional dalam arah yang sama; artinya, jika satu kuantitas meningkat, kuantitas lainnya juga meningkat dengan rasio yang sama. Sebaliknya, perbandingan berbalik nilai (*indirect proportion*) terjadi ketika dua kuantitas berubah secara proporsional tetapi dalam arah yang berlawanan; yaitu, jika satu kuantitas meningkat, kuantitas lainnya menurun, dan sebaliknya, dengan rasio yang tetap.

Perbandingan banyak digunakan dalam membahas topik matematika yang lebih lanjut (Bintara & Suhendra, 2021). Sejalan dengan Lamon, (2007, 2020) bahwa materi perbandingan menjadi dasar untuk mempelajari matematika yang lebih kompleks seperti aljabar, kalkulus, geometri, dan probabilitas. Siswa akan sering menemui dan menggunakan konsep perbandingan tidak hanya materi matematika tapi ilmu matematika lainnya serta menyelesaikan permasalahan nyata di kehidupan sehari-hari (Ojose, 2015; Valverde & Castro, 2012).

Perbandingan merupakan materi ajar dalam kurikulum pendidikan di Indonesia menunjukkan evolusi yang signifikan pada Kurikulum 2013 (Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 24 Tahun 2016) dengan Kurikulum Merdeka (Keputusan K-BSKAP Kemendikbud Ristek No. 008/H/KR/2022). Pada Kurikulum 2013 untuk kelas V, fokus pada perbandingan dua besaran berbeda seperti kecepatan dan debit, serta penggunaan skala melalui denah. Sebaliknya, Kurikulum Merdeka lebih menekankan pemahaman konsep rasio dan proporsi di berbagai fase pendidikan. Fase C (kelas 5-6) memperkenalkan konsep aljabar yang mencakup rasio dan proporsi, sementara fase D (kelas 7-9) memperdalam pemahaman dengan memasukkan faktor skala dan laju perubahan. Fase E (kelas 10) memperluas cakupan dengan perbandingan trigonometri dalam geometri.

Bagi calon guru SMP, penting untuk memfokuskan pengajaran pada materi perbandingan yang relevan dengan fase D dan E pada Kurikulum Merdeka. Pada kelas VII, siswa mempelajari rasio antara dua besaran yang dapat memiliki satuan yang sama atau berbeda, serta memahami perbandingan senilai dan berbalik nilai melalui penggunaan tabel, grafik, dan persamaan. Hal ini memerlukan kemampuan guru untuk menjelaskan konsep dasar rasio dan proporsi, serta bagaimana menerapkannya dalam berbagai konteks praktis. Kelas IX mencakup perbandingan bertingkat, yang menuntut guru untuk memahami dan mengajarkan konsep-konsep kompleks ini secara bertahap dan sistematis. Calon guru juga harus mahir dalam menggunakan berbagai alat bantu visual seperti grafik dan tabel untuk membantu siswa memahami hubungan antara variabel. Melalui pengetahuan dan keterampilan ini, guru dapat membantu siswa mengembangkan kemampuan analitis yang penting dalam memecahkan masalah sehari-hari dan dalam konteks akademis lebih lanjut.

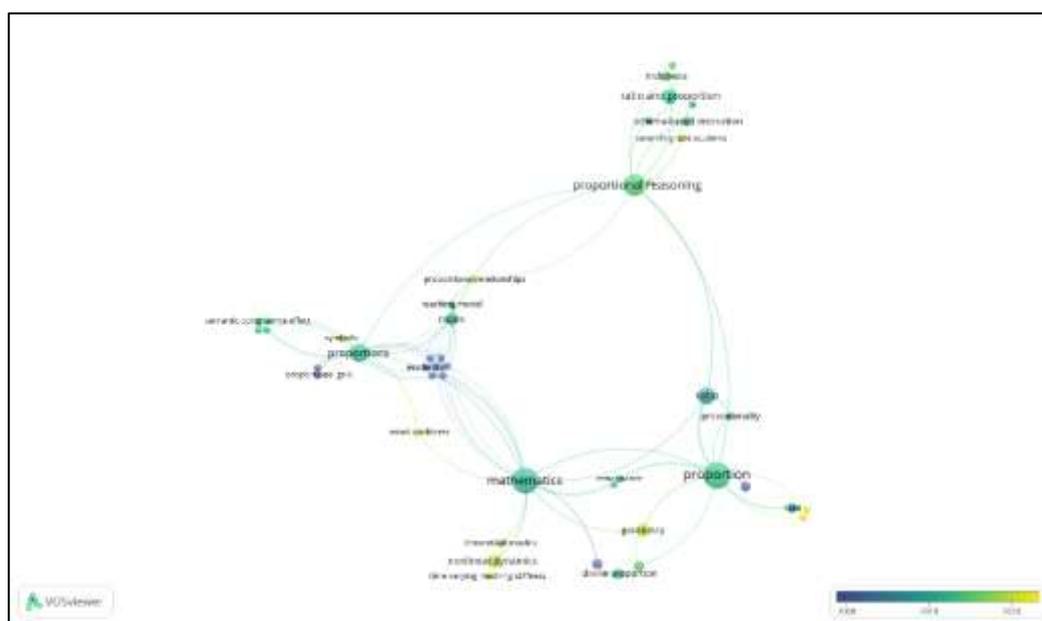
Selain itu, materi perbandingan menjadi topik soal pada standar minimal pada asesmen nasional yaitu Asesmen Kompetensi Minimum (AKM) dalam menguji kemampuan numerasi. Topik perbandingan dalam pengembangan matematika siswa juga ditekankan dalam penilaian internasional skala besar seperti *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) dan *Program for International Student Assessment* (PISA) yang secara khusus mempertimbangkan pemahaman rasio, proporsi, dan hubungan proporsional sebagai tolak ukur kemampuan matematika siswa pada materi perbandingan (Arican, 2018).

Oleh karena itu, pentingnya topik perbandingan untuk diajarkan karena menjadi salah satu asesmen dalam AKM, TIMSS, dan PISA, yang mengindikasikan kebutuhan akan penguasaan konsep ini oleh guru dan calon guru dalam upaya meningkatkan kompetensi profesional mereka. Laporan *Committee on the Undergraduate Program in Mathematics* (CUPM) (Program, 2004; Schumacher & Siegel, 2015), bahwa calon guru matematika harus mampu menguasai materi matematika yang akan diajarkan di sekolah. CUPM (Schumacher & Siegel, 2015) juga menekankan perlunya meningkatkan cara-cara untuk secara efektif menghubungkan mata kuliah utama matematika tingkat sarjana dengan matematika sekolah. Perbaikan dalam kurikulum pendidikan akademik dan profesional harus menjadi fokus reformasi pendidikan saat ini (Budak & Akcay Ozkan, 2022). Guru memiliki efek positif yang signifikan pada prestasi matematika siswa sehingga pengetahuan matematika memberikan dukungan untuk pengembangan profesional guru untuk fokus pada peningkatan pengetahuan matematika guru matematika untuk mengajar (Ekmekci et al., 2019).

Topik perbandingan menjadi salah satu objek penelitian yang menarik karena merupakan salah satu konsep paling sulit diajarkan, paling kompleks dalam matematika, menantang secara kognitif, dan esensial untuk menguasai konsep matematika yang lebih tinggi (Lamon, 2007). Menurut (Arican & Kiyamaz, 2022)), proses berpikir dalam mempelajari konsep perbandingan mempengaruhi keberhasilan siswa dalam mengembangkan pengetahuan dan keterampilan matematika lainnya.

Selain itu, topik penelitian pada data publikasi Scopus konsep perbandingan sudah mulai pada tahun 1998 dan terus berkembang di tahun 2022 dari kata kunci

ratio dan *proportion* dari 232 ke 164 artikel terdapat kata kunci 391 dan divisualisasikan 100 kata kunci pada Gambar 1.1. Mempertimbangkan potensi penelitian yang berkembang di bidang topik perbandingan setiap tahunnya, tampaknya ada peluang yang signifikan untuk melakukan penelitian lebih lanjut pada topik perbandingan, beberapa kajian masalah muncul dalam mempelajari materi perbandingan. Masalah dalam konteks masalah soal cerita menjadi tren topik. Salah satu penelitian yang mengeksplorasi lebih dalam adalah masalah soal cerita, seperti yang telah diteliti oleh Phuong & Loc, 2020.



Gambar 1. 1 Perkembangan Penelitian Materi Perbandingan

Masalah soal cerita merupakan tantangan, yang sering kali akibat kurangnya pemahaman kontekstual dalam mengidentifikasi informasi kunci (Barwell, 2005). Informasi kunci yang menjadi masalah siswa pada pemahaman konseptual, Misalnya hambatan dalam menentukan strategi dalam hubungan perbandingan (Özen Yılmaz, 2019; Riehl & Steinhorsdottir, 2019; Wahyuningrum et al., 2022). Selain itu, menurut Karli & Yildiz, (2022), siswa juga tidak dapat membedakan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai, serta perbandingan yang melibatkan hubungan penjumlahan dan perkalian (Bintara & Suhendra, 2021; Karli & Yildiz, 2022), yang sering kali menyebabkan kebingungan ketika menerapkan konsep ini dalam berbagai konteks (Van Dooren et al., 2013). Dampaknya, siswa menghadapi hambatan dalam menyelesaikan masalah matematika yang berkaitan dengan perbandingan, terutama yang menuntut pemikiran yang kompleks atau

diterapkan dalam situasi nyata (Lamon, 2007). Tantangan tambahan muncul ketika siswa dihadapkan pada konteks soal yang beragam (Norul et al., 2022). Hambatan ini diperparah dalam merepresentasi dalam memahami dan menyelesaikan masalah perbandingan, termasuk kendala dalam membaca dan menginterpretasi grafik atau tabel (Booth & Koedinger, 2012).

Selain itu, *misconceptions* dalam menyelesaikan masalah perbandingan yang menganggapnya serupa dengan operasi aritmetika berpotensi mengganggu pemahaman menyelesaikan soal-soal terkait (Van Dooren et al., 2013). Pengalaman dan latar belakang siswa terhadap matematika secara signifikan mempengaruhi kemampuan mereka memahami konsep perbandingan, dengan siswa yang memiliki pengalaman matematika yang kurang atau negatif cenderung mengalami hambatan lebih besar (Joyner & Reys, 2000). Pengalaman siswa menyelesaikan soal perbandingan dengan menggunakan rumus, namun tidak dapat menjelaskan makna dari prosedur penyelesaian yang mereka gunakan (Diba & Prabawanto, 2019). Siswa-siswi ini hanya mengandalkan prosedur dan rumus tanpa pemahaman, seperti rumus skala pada peta atau rumus hubungan antara jarak dan waktu. Faktanya, siswa hanya dapat memahami masalah yang dicontohkan oleh guru di kelas (Arican, 2015). Dampak dari masalah siswa tentunya dipengaruhi oleh pengetahuan guru dalam mengajar matematika yang belum optimal .

Salah satu masalah utama dalam mengajarkan perbandingan adalah penekanan pada menghafal aturan untuk menyelesaikan masalah tersebut (Izsák & Jacobson, 2013). Frasa standar, seperti, "Ketika satu kuantitas meningkat, kuantitas yang lain juga meningkat, dan jika yang satu menurun, kuantitas yang lain juga menurun" sering digunakan ketika guru menyajikan proporsi yang berbeda; atau dalam kasus perbandingan berbalik nilai, "Ketika yang satu meningkat, yang lain menurun" (Cabero-Fayos et al., 2020).

Identifikasi hambatan siswa juga menimbulkan hambatan belajar pada materi perbandingan. Adanya berbagai hambatan belajar yang diidentifikasi antara lain hambatan ontogenik, epistemologis, dan didaktis (Bintara & Suhendra, 2021; Biori et al., 2022; Wahyuningrum et al., 2019; Wijaya et al., 2019). Pada hambatan epistemologis dialami siswa ketika menerapkan masalah kontekstual pada materi perbandingan (Andini & Jupri, 2017), Selain itu, siswa juga mengalami hambatan

epistemologis dalam memahami konsep, menggunakan prosedur pemecahan masalah, dan teknik operasional untuk menyelesaikan masalah perbandingan (Biori et al., 2022). Di antara ketiga jenis hambatan tersebut, hambatan didaktis teridentifikasi sebagai yang paling dominan, di mana materi pembelajaran yang disajikan di buku teks seringkali bersifat parsial dan tidak mendalam, ditambah lagi dengan kurangnya kemampuan guru dalam menciptakan permasalahan yang efektif (Andini & Jupri, 2017).

Permasalahan pada materi perbandingan ini tidak hanya dialami oleh siswa. Ditemukan hal yang sama dengan masalah guru dalam pembelajaran matematika. Menurut (Izsák & Jacobson, 2013), salah satu masalah utama ketika mengajarkan hubungan perbandingan adalah penekanan pada menghafal aturan untuk memecahkan masalah. Dalam pelajaran perbandingan, terdapat dua isu utama, yakni menemukan nilai yang hilang (*missing value problems*) dan membandingkan dua rasio (*ratio comparison problems*) (Carraher et al., 2018). Dalam mencari nilai yang hilang, diperlukan satu nilai yang memenuhi dari sebuah variabel yang sudah memiliki tiga nilai yang diketahui, dan pasangan nilai dari variabel lainnya harus memenuhi pasangan nilai yang sudah diketahui dari dua variabel tersebut. Dalam menyelesaikan masalah ini, mahasiswa dapat membuat perbandingan yang tepat dan menyelesaikannya dengan menggunakan metode perkalian silang. Namun, kemampuan siswa untuk menjelaskan maksud prosedur penyelesaian yang mereka lakukan tidak selalu sejalan dengan kemampuan mereka dalam menyelesaikan masalah (Arican, 2024).

Menurut Sowder et al., (1998) berpendapat bahwa banyak calon guru dan guru kurang memiliki pengetahuan pedagogis untuk mengajar perbandingan. Guru yang mengeksplorasi perbandingan berbalik nilai, beberapa di antaranya meliputi: (Arican, 2015, 2019a; Arican & Kiyamaz, 2022; Cabero-Fayos et al., 2020; Monteiro, 2003). Menurut (Izsák & Jacobson, 2013), salah satu masalah utama ketika melaksanakan pembelajaran tentang hubungan perbandingan adalah penekanan pada menghafal aturan untuk memecahkan masalah. Ketika seorang guru menyajikan besaran proporsi yang berbeda, biasanya mereka juga menggunakan frase standar, seperti, “Saat satu besaran bertambah, yang lain juga bertambah, dan jika satu berkurang, yang lain juga berkurang”; atau dalam kasus

perbandingan berbalik nilai, “Ketika satu meningkat, yang lain menurun” (Cabero-Fayos et al., 2020).

Kegagalan ini menunjukkan bahwa siswa dan guru tidak memahami istilah perbandingan. Diperlukan penanganan untuk mengatasi masalah tersebut yang dapat dimulai dari Universitas yang menyiapkan calon guru matematika untuk mengembangkan kompetensi profesionalnya. Pengalaman mahasiswa sebelumnya dengan matematika sekolah tidak diragukan lagi mempengaruhi pembelajaran perbandingan mereka. Secara umum, telah banyak penelitian yang mengkaji masalah pada topik perbandingan pada mahasiswa calon guru matematika. Diantaranya adalah temuan Arican (2018) dan Osana & Royea (2011) yang menemukan bahwa mahasiswa calon guru mengalami hambatan dalam merepresentasi rasio serta argumen yang kurang tepat dalam menjelaskan solusinya. Selain itu, mahasiswa mengalami hambatan dalam membedakan hubungan proporsional dengan hubungan non proporsional, bahkan setelah diberikan pembelajaran mengenai hubungan tersebut (Arican, 2019a; Valverde & Castro, 2012). Salah satu penyebab lemahnya konsep perbandingan mahasiswa calon guru adalah karena mereka terbiasa untuk fokus dan menghafal langkah-langkah untuk mencapai hasil penyelesaian suatu masalah (Valverde & Castro, 2012).

Permasalahan utama dalam bidang perbandingan dapat dibagi menjadi dua kategori, yaitu mencari nilai yang tidak diketahui (*missing value problems*) dan membandingkan dua rasio (*ratio comparison problems*) (Carraher et al., 2018). Dalam mencari nilai yang tidak diketahui, diperlukan suatu nilai yang harus memenuhi variabel yang telah memiliki tiga nilai yang diketahui, dan pasangan nilai dari variabel lainnya harus memenuhi pasangan nilai dari dua variabel tersebut. Meskipun banyak mahasiswa yang dapat menyelesaikan permasalahan tersebut dengan membuat perbandingan yang tepat dan menyelesaikannya menggunakan perkalian silang, namun mereka tidak mampu menjelaskan dengan jelas maksud dari prosedur penyelesaian yang mereka gunakan (Arican, 2024).

Menurut hasil penelitian oleh Valverde & Castro (2012), mahasiswa calon guru mampu menemukan solusi untuk masalah yang melibatkan situasi proporsional, namun seringkali tidak dapat menjelaskan alasan mengapa mereka

memilih pendekatan tertentu, mirip dengan pengalaman yang dialami oleh siswa. Valverde & Castro (2012) menyatakan bahwa salah satu faktor penyebab hambatan dalam menyelesaikan masalah perbandingan adalah kecenderungan mereka untuk mengandalkan pola pikir yang terbiasa di sekolah, di mana mereka cenderung fokus pada menghafal langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban dari suatu masalah. Temuan serupa juga terungkap dalam penelitian yang dilakukan oleh Arican (2018), di mana calon guru masih mengalami hambatan dalam memberikan representasi yang tepat untuk rasio dan memberikan argumen yang kurang kuat dalam menjelaskan pendekatan yang mereka gunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut.

Lim, (2020) menemukan bahwa calon guru sekolah dasar dan menengah di Amerika Serikat memiliki masalah ketika menerapkan strategi perbandingan untuk masalah perbedaan konstan, karena mereka menggunakan strategi yang tidak tepat. Demikian pula, (Orrill et al., 2010) Penelitian menunjukkan bahwa guru-guru di sekolah menengah mengalami hambatan dalam mengenali situasi yang membutuhkan pendekatan perbandingan, serta mereka mengalami kebingungan terkait dengan masalah perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai. Ada berbagai strategi yang umum digunakan untuk menyelesaikan masalah perbandingan, seperti strategi unit *rate*, strategi *factor of change*, strategi *fraction*, strategi *building-up*, dan strategi *cross product*. (Cramer et al., 1993; Lamon, 2020). Namun mahasiswa calon guru hanya bisa menggunakan strategi *cross product* (Arican et al., 2023).

Fakta yang ditemukan di lapangan adalah masih ada sebagian mahasiswa yang masih mengalami hambatan dalam belajar matematika (*learning obstacle*). Masalah tersebut salah satunya ditemukan pada studi pendahuluan yang dilakukan pada mahasiswa calon guru matematika pada mata kuliah Kapita Selekt Matematika Sekolah Menengah Pertama mengenai konsep perbandingan di salah satu Universitas swasta di Jawa Barat, ditemukan mahasiswa hanya menggunakan strategi *cross product* hal ini tentunya dapat menimbulkan *learning obstacle* yang mencakup *ontogenic obstacle*, *epistemological obstacle* dan *didactical obstacle* yang dialami oleh mahasiswa pada materi perbandingan. Hasil identifikasi ditemukan pada mahasiswa yaitu: hambatan mahasiswa yang tergolong *ontogenic*

obstacle, mahasiswa tidak memiliki pemahaman terhadap konsep perbandingan dengan memahaminya dengan perkalian silang, hal ini dapat pula dikatakan bahwa mahasiswa masih terbiasa mengerjakan soal yang secara langsung dapat diselesaikan menggunakan perhitungan *strategy cross product* (Arican, 2019b). Strategi ini diawali dengan pembentukan dua rasio yang ekuivalen, kemudian dilakukan prosedur perkalian silang, dan terakhir dilakukan prosedur pembagian. Mahasiswa diberikan persoalan mencari nilai yang hilang (*missing value problems*) pada soal perbandingan senilai tentang laju perubahan pada Gambar 1.2.

Untuk menempuh jarak 125 km, sebuah mobil memerlukan bahan bakar 10 liter. Jika dalam tangki masih tersedia bahan bakar 10 liter dan mobil akan menempuh jarak 300 km, maka bahan bakar minimal yang harus ditambahkan?

Gambar 1. 2 *Task* Perbandingan Senilai

Gambar 1.2 tugas perbandingan senilai dengan menentukan perbandingan antara jarak tempuh mobil dengan bahan bakar dikatakan masih termasuk soal yang sederhana, hasil identifikasi ini diperoleh temuan bahwa masih adanya mahasiswa yang mengalami *ontogenic obstacle* bersifat konseptual dalam menyelesaikan permasalahan dengan menganggap perbandingan sebagai konsep pembagian dan keliru dalam menerapkan konsep perbandingan dari hasil akhir, seperti Gambar 1.3.

$$\frac{125}{100} = \frac{300}{x}$$

$$125x = 30000$$

$$x = \frac{30000}{125}$$

$$300 - 125 = 175 \text{ km}$$

$$\frac{300}{125} \times 10 = 24 \text{ l}$$

Gambar 1. 3 Jawaban Mahasiswa M15 Pada *Task* Perbandingan Senilai

Temuan lainnya mahasiswa belum bisa membedakan mana yang termasuk permasalahan perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai. Hal ini ditemukan dalam mengerjakan soal dengan konteks yang berbeda, misalnya permasalahan yang disajikan dalam bentuk lain pada tugas perbandingan berbalik nilai. Hambatan mahasiswa tidak hanya *ontogenic obstacle* tetapi *epistemological*

obstacle. pada hambatan jenis kedua dan *epistemological obstacle* pada hambatan jenis ketiga muncul masalah nilai yang hilang pada soal perbandingan berbalik nilai tentang pekerja pada Gambar 1.4.

Pak Ujang akan membangun sebuah rumah. Ia memperkirakan rumah tersebut akan selesai selama 15 hari dibangun oleh 8 orang pekerja. Pekerja tersebut mulai bekerja pukul 7 pagi dan selesai pukul 5 sore setiap harinya. Dikarenakan suatu hal, Pak Ujang ingin menyelesaikan rumah tersebut 5 hari lebih cepat. Oleh karena itu, ia menambahkan lagi 8 orang pekerja. Berapa jam pekerja tersebut bekerja setiap harinya agar pekerjaan tersebut selesai tepat waktu?

Gambar 1. 4 *Task* Perbandingan Berbalik Nilai

Pada soal tersebut mahasiswa menghitung banyaknya jam pekerja berdasarkan kondisi 5 hari lebih cepat selesai tepat waktu dengan kondisi awal yang sudah diketahui sebelumnya. Berdasarkan hasil jawaban mahasiswa masih ditemukan yang tidak mampu menyelesaikan soal tersebut seperti Gambar 1.5.

dik: 15 hari
 8 orang
 10 jam
 + 8 orang
 5 hari 7 cepat

dit: berapa jam selesai tepat waktu?

$$\frac{8}{6} = \frac{10}{x}$$

$$8x = 160$$

$$x = 20$$

Jadi agar pekerja selesai tepat waktu
 jam pekerja setiap harinya harus 20 jam per hari

Gambar 1. 5 Jawaban Mahasiswa M110 Pada Soal Perbandingan Berbalik Nilai

Pada Gambar 1.5 mahasiswa berusaha menjawab dengan menggunakan *strategy cross product* namun belum memahami makna pada soal tersebut. Ada yang unik dalam menyelesaikan masalah perbandingan yakni dari 28 mahasiswa, ada satu orang mahasiswa yang menggunakan strategi sistem persamaan linear dua variabel pada Gambar 1.6. Sejalan dengan temuan (Irfan, Nusantara, Subanji, Sisworo, et al., 2019) calon guru yang menggunakan konsep sistem persamaan linear dua variabel untuk memecahkan perbandingan. Calon Guru memerlukan pemahaman konsep perbandingan yang baik agar nantinya dapat menjadi guru yang dapat memahami konsep matematika yang diajarkan (Irfan, Nusantara, Subanji, Sisworo, et al., 2019).

15 hari = 8 orang : 10 jam

Pecena = x
Jamu = y

$$\begin{array}{r} 8x + 10y = 16 \\ 16x + y = 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 8 \\ \hline 128x + 8y = 160 \\ - (16x + y = 20) \\ \hline 112x = 140 \\ x = \frac{140}{112} \\ x = 0.125 \end{array}$$

Gambar 1. 6 Jawaban Mahasiswa M110 Pada Soal Perbandingan Berbalik Nilai

Identifikasi hambatan mahasiswa berdasarkan Gambar 1.3 dan 1.5 , bahwa mahasiswa masih belum paham dalam menentukan rasio dengan benar akibat pemahaman siswa yang terbatas pada konteks masalah (*epistemological obstacle*). Selanjutnya, pada Gambar 1.6 mengindikasikan bahwa mahasiswa belum dapat memahami makna soal, sehingga siswa hambatan dalam menentukan informasi mana yang seharusnya digunakan dalam penyelesaian masalah dan tampak bahwa masih terdapat mahasiswa yang masih belum memahami permasalahan yang seharusnya dikerjakan dengan perbandingan senilai atau berbalik nilai. Selain itu ditemukan pada sajian bahan ajar pada materi perbandingan yang hanya menggunakan rumus perbandingan mengindikasikan adanya *didactical obstacle*.

Uraian bukti empiris di lapangan menunjukkan bahwa kemampuan mahasiswa dalam memahami materi perbandingan senilai dan berbalik nilai masih cukup rendah. Oleh karena itu, masih ditemukan munculnya *learning obstacle*, baik berupa *ontogenic obstacle*, *didactical obstacle*, dan *epistemological obstacle*. Berdasarkan penjelasan temuan *learning obstacle* pada materi perbandingan senilai dan berbalik nilai, dapat disintesis bahwa *obstacle* yang dialami mahasiswa dapat disebabkan oleh beberapa hal, misalnya keragaman bentuk soal yang disajikan untuk mahasiswa kurang beragam, hal ini dapat menyebabkan mahasiswa menjadi kurang memiliki kesempatan maupun pengalaman dalam menghadapi permasalahan yang berbeda sehingga mahasiswa mudah mengalami kebingungan ketika dihadapkan pada jenis permasalahan yang berbeda.

Indikasi munculnya *epistemological obstacle* pada mahasiswa. Dimana, kurangnya ragam tugas soal dan kebermaknaan materi perbandingan juga mengakibatkan mahasiswa menjadi kurang peka untuk membedakan antara

perbandingan senilai dan berbalik nilai, sehingga hal ini berpotensi menimbulkan *didactical obstacle*. Selanjutnya, hambatan mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan dalam konteks yang berbeda dapat dikarenakan oleh pemahaman mahasiswa yang masih parsial, sehingga mahasiswa tidak mampu mengaitkan permasalahan perbandingan dengan konteks lainnya yang masih berhubungan sehingga timbulnya *epistemological obstacle*. Adapun hambatan belajar yang dialami mahasiswa tidak seimbang dengan adanya tuntutan belajar yang harus dihadapi mahasiswa. mahasiswa akan sering kali menemukan dan memanfaatkan perbandingan dalam berbagai kegiatan pada kehidupan sehari-hari.

Learning obstacle mahasiswa juga bisa disebabkan dari sumber referensi dalam mendukung belajar mahasiswa. Berdasarkan hasil survey pada Bulan Oktober 2022 mahasiswa menggunakan sumber bahan ajar hampir semua mahasiswa berasal dari buku ajar yang disusun oleh dosen selain dari Sebagian kecil mahasiswa menggunakan referensi dari buku matematika sekolah. Oleh karena itu, materi perbandingan adalah salah satu topik matematika yang esensial bagi mahasiswa, sebagaimana yang tercantum pada NCTM bahwa perbandingan adalah salah satu topik paling mendasar dalam matematika. Pentingnya pengetahuan perbandingan untuk mahasiswa pada kompetensi profesional. Pengetahuan guru terhadap materi pelajaran dianggap sebagai komponen penting keahliannya dalam mengajar matematika (Ezaki et al., 2024).

Selain dari dokumen bahan ajar, *ontogenic obstacle* dan *epistemological obstacle* berpotensi menimbulkan *didactical obstacle*. *Didactical obstacle* merupakan hambatan belajar yang diakibatkan oleh keadaan desain. Adapun hasil observasi dan wawancara peneliti dengan dosen pengampu mata kuliah, bahwa desain pembelajaran yang didesain hanya pada sumber buku ajar dan penjelasan dosen. Mahasiswa diberikan konsep materi dan latihan tanpa memperhatikan karakteristik dari materi, mahasiswa dan konteks yang dekat dengan mahasiswa. Pada kondisi seperti ini tentunya bisa diindikasikan lemahnya pengetahuan materi perbandingan mahasiswa yang diakibatkan oleh desain pembelajaran perbandingan yang tidak mendukung.

Oleh karena itu, mempelajari hambatan belajar yang dialami calon guru matematika menjadi sangat penting. Pendidikan untuk guru perlu untuk

mengungkap pemahaman awal mereka dan memberikan kesempatan bagi pertumbuhan konseptual yang mendalam. Hal ini penting agar nantinya mereka dapat mengajarkan siswa dengan pemahaman yang efektif. (Brousseau, 2006) mengidentifikasi tiga jenis berpikir yang esensial bagi guru atau calon guru: berpikir sebagai matematikawan yang melibatkan depersonalisasi dan dekontekstualisasi; berpikir sebagai guru yang melibatkan repersonalisasi dan rekontekstualisasi; serta berpikir sebagai siswa yang membutuhkan re-depersionalisasi dan re-dekontekstualisasi. Kesadaran terhadap berbagai cara berpikir ini menjadi dasar untuk mengembangkan keahlian mengajar yang efektif.

Selanjutnya, dalam penelitian ini, *learning obstacle* yang diidentifikasi akan dijadikan pedoman utama dalam menggali hambatan belajar yang dialami oleh mahasiswa calon guru matematika. Fokus penelitian ini adalah mengkaji bagaimana desain didaktik dapat mempengaruhi konstruksi pengetahuan mahasiswa tersebut, khususnya pada mereka yang menghadapi hambatan dalam memahami topik perbandingan. Penting memperhatikan desain pembelajaran yang berfokus pada *learning obstacle* yang juga memperhatikan respon mahasiswa. Desain didaktis pembelajaran mempertimbangkan *learning obstacle* dapat meminimalisir hambatan-hambatan yang dialami oleh mahasiswa calon guru. Menurut (Suryadi, 2010b) keberhasilan desain pembelajaran erat kaitannya dengan desain bahan ajar (desain didaktis) yang dikembangkan pendidik.

Beberapa penelitian tentang desain didaktik dalam pendidikan matematika sekolah telah menjadi topik penting dalam upaya meningkatkan pemahaman konseptual mahasiswa. Beberapa studi, seperti yang dilakukan oleh Prabawanto & Mulyana (2017) tentang pemahaman konsep segitiga, Sumiaty & Dedy (2019) yang fokus pada desain kerja didaktis untuk fungsi variabel kompleks, serta Setiadi dkk (2019) yang mengeksplorasi pembelajaran topik dimensi tiga, telah memberikan wawasan penting tentang pengembangan bahan ajar dan strategi pembelajaran. Penelitian oleh Fitrianna dkk (2019) tentang desain didaktik berbasis pemecahan masalah untuk materi kalkulus, dan Diana dkk (2020) tentang desain didaktik geometri analitik lingkaran, juga menunjukkan pentingnya materi ajar yang dirancang untuk mengatasi *learning obstacle* mahasiswa. Terakhir, Jatisunda dkk (2021) menyoroti pengembangan kompetensi guru dalam melaksanakan

pembelajaran geometri melalui analisis *learning obstacle*, menunjukkan pentingnya penelitian desain didaktik dalam pembelajaran matematika untuk mahasiswa calon guru.

Meskipun banyak penelitian telah dilakukan tentang desain didaktik, masih terdapat celah dalam penelitian terkait desain didaktik untuk pembelajaran matematika bagi mahasiswa calon guru, khususnya dalam materi perbandingan.. Celah ini mengindikasikan kebutuhan mendesak untuk menyusun desain didaktik yang inovatif dan efektif dalam pembelajaran perbandingan, yang dapat mendukung calon guru memahami secara mendalam konsep tersebut.

Pada penelitian desain didaktis pada pembelajaran perbandingan banyak difokuskan di sekolah-sekolah (Fadhilaturrahmi et al., 2021; Muttaqin et al., 2017; Saleem, 2021; Sugiarni et al., 2022; Wardani & Prahmana, 2021). Penelitian tentang calon guru hanya berfokus masalah pemahaman penalaran proposional dan bagaimana calon guru mengenali masalah siswa pada materi perbandingan (Arican, 2019b; Burgos & Godino, 2022; Toluk-Ucar & Bozkus, 2018; Zulkarnain et al., 2020). Hasil penelitian desain perbandingan antara lain dengan konteks soal cerita (Arican, 2019a), penerapan model *Authentic Investigation Activity* (AIA) (Lestari et al., 2019) dan desain pembelajaran berbasis praktek (Pişkin Tunç & Çakıroğlu, 2022) sebagai solusi dalam mengembangkan kemampuan penalaran proporsional pada mahasiswa calon guru. Akan tetapi, peneliti sejauh ini belum menemukan adanya penelitian desain didaktis pada materi perbandingan dengan didahului melakukan analisis *scholarly knowledge*, organisasi *praxeology* dan *learning obstacle* secara komprehensif dan mendalam terkait konsep perbandingan tersebut.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian tentang desain didaktis materi perbandingan bukan penelitian repetisi dan merupakan penelitian baru. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat menjadi salah satu pertimbangan bagi dosen dalam menyusun desain didaktik hipotesis yang lebih efektif, yang tidak hanya mengatasi *learning obstacle* tetapi juga memperkaya proses pembelajaran. Sehingga calon guru matematika dapat melengkapi dengan kompetensi profesional dan pemahaman yang lebih baik, yang pada gilirannya akan membantu mereka menjadi guru yang sukses dalam mendidik siswa mereka nanti. Sebagai kelanjutan dari uraian tersebut, penelitian tentang desain didaktis materi perbandingan untuk

mahasiswa calon guru bukanlah sekadar penelitian baru, melainkan sebuah inovasi penting bagi Perguruan Tinggi dalam mempersiapkan calon guru masa depan. Dari uraian tersebut, penelitian ini menjadi sebuah *novelty* dalam melengkapi dan memperbaharui penelitian terkait desain didaktis.

Penelitian ini dapat direkomendasikan untuk mengatasi *learning obstacle* mahasiswa calon guru matematika pada materi perbandingan bagi Perguruan Tinggi. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat membantu dosen dalam menyusun desain didaktik yang lebih efektif, yang tidak hanya mengatasi *learning obstacle* tetapi juga memperkaya proses pembelajaran. Melalui pendekatan ini, calon guru matematika dapat memperoleh kemampuan profesional dan pemahaman yang lebih baik pada materi perbandingan, yang pada gilirannya akan membantu mereka menjadi guru yang sukses dalam mendidik siswa mereka nanti.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini adalah untuk menghasilkan desain didaktis rekomendasi materi perbandingan pada matematika sekolah yang dapat membantu meminimalisasi *learning obstacle*. Pada desain didaktis yang dimaksud didahului dengan melakukan analisis *scholarly knowledge*, organisasi *praxeology* dan *learning obstacle* oleh peneliti dalam mendukung pengetahuan mahasiswa pada materi perbandingan.

1.3 Pertanyaan Penelitian

Terdapat beberapa pertanyaan penelitian yang diajukan untuk mencapai tujuan penelitian yaitu:

- 1.3.1 Bagaimana karakteristik *learning obstacle* mahasiswa calon guru matematika pada materi perbandingan?
- 1.3.2 Bagaimana susunan *hypothetical learning trajectory* materi perbandingan untuk mahasiswa calon guru matematika?
- 1.3.3 Bagaimana desain didaktis hipotesis materi perbandingan?
- 1.3.4 Bagaimana implementasi desain didaktis hipotesis materi perbandingan?
- 1.3.5 Bagaimanakah desain didaktis rekomendasi materi perbandingan?

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini menghasilkan desain didaktis rekomendasi matematika sekolah pada materi perbandingan yang dapat membantu meminimalisir *learning obstacle* serta memfasilitasi pemahaman didaktis mahasiswa calon guru matematika melalui analisis *scholarly knowledge* dan organisasi *praxeology* sebelumnya oleh peneliti. Adapun manfaat penelitian ini, baik dari aspek teori, kebijakan, maupun praktis, adalah sebagai berikut:

1.4.1 Aspek Teori

Diharapkan bahwa penelitian ini akan memberikan kontribusi teoritis untuk kemajuan penelitian pendidikan matematika, khususnya untuk pengembangan desain didaktis pembelajaran matematika sekolah, khususnya materi perbandingan yang dimaksudkan untuk siswa dan calon guru untuk mengurangi *learning obstacle* dalam upaya untuk meningkatkan pembelajaran matematika.

1.4.2 Aspek Kebijakan

Diharapkan penelitian ini akan memberikan gambaran kepada pemangku kebijakan tentang bagaimana menerapkan penelitian desain didaktik sebagai salah satu desain penelitian yang dapat direkomendasikan dalam upaya untuk meningkatkan pembelajaran matematika sekolah, khususnya materi perbandingan untuk mahasiswa calon guru matematika.. Ini juga akan menjadi inovasi pendidikan untuk meningkatkan kompetensi profesional calon guru matematika.

1.4.3 Aspek Praktis

Diharapkan bahwa penelitian ini akan meningkatkan pengetahuan pendidik tentang merencanakan, menerapkan, dan mengevaluasi pembelajaran matematika sekolah, khususnya materi perbandingan untuk mahasiswa calon guru. Selain itu, dengan mempertimbangkan bagaimana konsep yang diajarkan, kurikulum, dengan memperhatikan karakteristik mahasiswa, penelitian ini akan menambah wawasan tentang proses desain didaktik.

1.5 Definisi Operasional

Untuk memberikan arahan dan menghindari persepsi yang berbeda, maka peneliti memandang perlu mendefinisikan istilah-istilah yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu sebagai berikut:

- 1.5.1 Desain didaktis adalah proses merancang materi dan aktivitas pembelajaran perbandingan dengan mempertimbangkan aspek didaktis dan pedagogis yang disesuaikan dengan analisis *learning obstacles* yang dialami mahasiswa calon guru dan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT).
- 1.5.2 Matematika sekolah merupakan matematika yang diajarkan di sekolah-sekolah mulai dari tingkat dasar hingga menengah. Matematika sekolah ini menjadi salah satu mata kuliah wajib program sarjana pendidikan matematika untuk mempersiapkan mahasiswa calon guru matematika mengembangkan kompetensi profesional dalam menguasai konsep dan prinsip keilmuan matematika sekolah seperti aritmatika, geometri, aljabar, dan statistik khususnya materi perbandingan yang mendukung tugas profesionalnya sebagai pendidik matematika.
- 1.5.3 Mahasiswa calon guru merupakan mahasiswa yang mengikuti program sarjana pendidikan matematika di lingkungan Universitas untuk mempersiapkan diri menjadi seorang pendidik profesional pada tingkat pendidikan dasar atau menengah. Mereka belajar untuk menguasai secara mendalam standar kompetensi pedagogik, kompetensi sosial, kompetensi kepribadian, dan kompetensi profesional, khususnya dalam menguasai secara komprehensif berbagai konsep matematika sekolah sehingga mereka mampu mengajar matematika dengan efektif kepada siswa mereka.
- 1.5.4 Perbandingan adalah hubungan dua atau lebih kuantitas yang dinyatakan dalam bentuk pembagian (:), atau pecahan, atau kata-kata. Jika terdapat dua kuantitas a dan b , dimana a dan b bilangan real, yang dilambangkan $\frac{a}{b}$ atau $a:b$, dan dibaca a banding b . Istilah lain dari perbandingan adalah rasio. Rasio dua atau lebih kuantitas sejenis disebut rasio murni. Misalnya, jika ada 10 buku dan 5 pensil, rasio buku terhadap pensil adalah 10:5, atau bisa disederhanakan menjadi 2:1, sedangkan rasio dua kuantitas yang berbeda disebut dengan *rate*. Misalnya jika sebuah mobil menempuh jarak

120 kilometer dalam 2 jam, maka *rate* adalah $\frac{120 \text{ kilometer}}{2 \text{ jam}} = 60$ kilometer per jam (km/jam). *Rate* sering digunakan untuk menggambarkan kecepatan, debit, harga per unit, atau pengukuran lainnya yang melibatkan dua unit yang berbeda.

- 1.5.5 Proporsi adalah pernyataan bahwa dua buah rasio yang diberikan ekuivalen. Jika a, b, c dan d bilangan rasional dan $b \neq 0$ maka $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ jika dan hanya jika $ad = bc$. Proporsi dibagi menjadi dua yakni perbandingan senilai (proporsi langsung atau searah), dan perbandingan berlaik nilai (proporsi terbalik)
- 1.5.6 Perbandingan senilai adalah perbandingan antara dua kuantitas terjadi ketika perubahan kuantitatif pada keduanya terjadi secara seragam. Artinya, jika kuantitas a dikalikan dengan faktor m , maka kuantitas b , juga harus dikalikan dengan m , yang merupakan faktor konstan. Dalam hal ini, hasil bagi (rasio) antara dua kuantitas pertama identik dengan hasil bagi (rasio) pasangan kedua. Dalam notasi matematika: Proporsi langsung terjadi ketika, diberikan empat variabel, a, b, c , dan d ($a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$) maka $a/b = c/d$. Artinya, jika $c = a \times m$ (a dikalikan dengan faktor $m, m \neq 0$) $\rightarrow d = b \times m$ (b juga dikalikan dengan m), atau jika $c = a : m$ (a dibagi dengan faktor $m, m \neq 0$) $\rightarrow d = b : m$ (b juga dibagi dengan m).
- 1.5.7 Perbandingan berbalik nilai adalah perbandingan antara dua kuantitas terjadi ketika perubahan kuantitatif pada kedua kuantitas tersebut terjadi secara seragam namun berlawanan arah (dikalikan vs. dibagi). Artinya, jika kuantitas a dikalikan dengan faktor $m, m \neq 0$, maka kuantitas b harus dibagi dengan m (m adalah faktor konstan). Dalam hal ini, hasil kali dari dua kuantitas pertama identik dengan hasil kali dari pasangan kuantitas kedua. Dalam notasi matematika: Proporsi terbalik terjadi ketika, diberikan empat variabel, a, b, c , dan d ($a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$) maka $a/c = b/d$. Artinya, jika $c = a \times m$ (a dikalikan dengan faktor $m, m \neq 0$) $\rightarrow d = b : m$ (b dibagi oleh m), atau jika $c = a : m, m \neq 0 \rightarrow d = b \times m$.