

BAB I

PENDAHULUAN

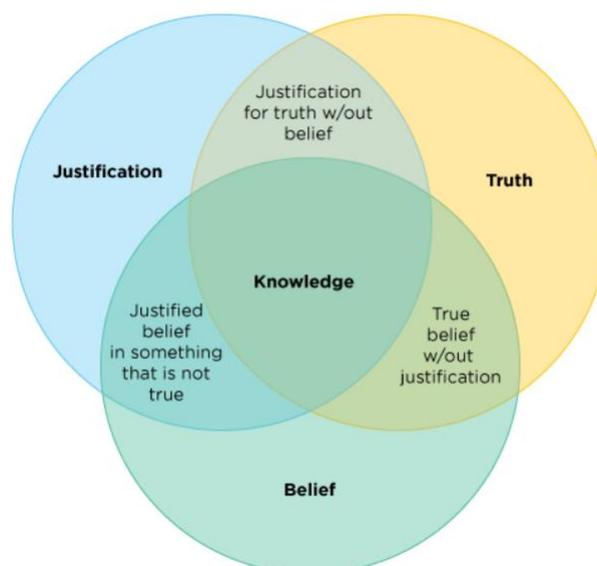
1.1. Latar Belakang Masalah

Tujuan akhir dari proses pembelajaran, sebagaimana dibahas oleh Robinson (2006), yaitu memperoleh pengetahuan baru, yang merupakan aspek kunci dari epistemologi. Kelly (2016) lebih lanjut menekankan bahwa pembelajaran merupakan suatu bentuk perubahan adaptif, yang mencakup serangkaian proses mulai dari menghafal hingga pengembangan kemampuan dan teori baru. Percy (1989), O'Toole dan Welt (1994) keduanya menyoroti sifat aktif pembelajaran, yang melibatkan penggunaan pengetahuan yang ada untuk memperoleh pengetahuan baru, memfasilitasi perubahan, dan memecahkan masalah. Hal ini menggarisbawahi sifat proses pembelajaran yang dinamis dan beragam.

Pengetahuan baru yang diperoleh melalui proses pembelajaran tidak terbatas hanya untuk pengetahuan yang benar-benar baru. Karena pada dasarnya pengetahuan memiliki sifat dinamis dan dapat direvisi, dikembangkan, atau dihilangkan (Oseledchik *dkk.*, 2017; Taylor, 2008). Pembelajaran sendiri dapat melibatkan penambahan pengetahuan baru, pengisian kesenjangan, atau perubahan konseptual (Chi, 2008). Di lain sisi, pengetahuan yang ada mempengaruhi proses pembelajaran, sedangkan pengetahuan pribadi mempengaruhi peningkatan pengetahuan (Dörfler, 2010). Pembelajaran seumur hidup dan perkembangan teori pembelajaran semakin menekankan sifat dinamis pengetahuan. Salah satunya yaitu teori pembelajaran konstruktivis yang menyoroti peran pengetahuan sebelumnya dalam penciptaan pengetahuan (Jaleel & Verghis, 2015).

Klasifikasi pengetahuan sebagaimana dibahas Zagzebski (2017) meliputi *propositional knowledge*, *ability knowledge*, and *acquaintance knowledge*. *Propositional knowledge*, yang mencakup pengetahuan tentang fakta dan hubungan, sangat relevan dalam konteks matematika (Williams, 2008). Jenis pengetahuan ini berbeda dengan *ability knowledge*, yang berkaitan dengan keterampilan dan keahlian praktis, dan *acquaintance knowledge*, yang melibatkan keakraban dengan orang, tempat, atau benda.

Sejarah filsafat sejak masa Yunani klasik dapat dikatakan sebagai pencarian makna pengetahuan (*propositional knowledge*) yang tiada henti. Levi (2011) dan Various (2015) sama-sama mengkritik definisi tradisional tentang pengetahuan sebagai "keyakinan sejati yang dibenarkan", dengan menyoroti keterbatasan dan subjektivitasnya. Bolisani dan Bratianu (2018) dan Oeberst *dkk.* (2016) mengeksplorasi lebih jauh aspek sosial dan kolaboratif dari pengetahuan, menantang fokus individualistis dari epistemologi tradisional. Shamshiri (2016) dan Chisholm (1977) membahas parameter pengetahuan, termasuk keyakinan, kebenaran, dan membenaran, serta perdebatan yang sedang berlangsung tentang definisinya. Ayers dan Antognazza (2019) memberikan perspektif sejarah, menelusuri perbedaan antara pengetahuan dan keyakinan dari Plato hingga Locke. Losee (2014) menawarkan gambaran komprehensif tentang komponen pengetahuan, termasuk keyakinan, kebenaran, dan membenaran, serta penerapannya dalam studi empiris. Perbedaan ini memperkenalkan perbedaan penting lainnya antara pandangan pengetahuan dalam epistemologi tradisional dan pandangan teori penciptaan pengetahuan.



Gambar 1.1 Pengetahuan sebagai *Justified True Belief*

Penelitian ini mengikuti epistemologi tradisional dan mengadopsi definisi pengetahuan sebagai *justified true belief*. Namun perlu dicatat bahwa meskipun argumen epistemologi tradisional berfokus pada “*truthfulness*” sebagai atribut

penting dari pengetahuan, untuk tujuan saat ini penting untuk mempertimbangkan pengetahuan sebagai keyakinan pribadi, dan menekankan pentingnya pembenaran pengetahuan (Pritchard, 2018).

Sumber pembentukan pengetahuan, khususnya pengetahuan proposisional bagi anak-anak, sebagian besar dibangun melalui sistem pendidikan. Paavola dan Hakkarainen (2005) lebih lanjut menekankan peran penciptaan pengetahuan dalam pembelajaran, menyoroti pengembangan kolaboratif objek aktivitas umum. Pendekatan pembelajaran triologis, yang menekankan kerja kolaboratif dengan artefak dan praktik pengetahuan, juga menggarisbawahi pentingnya mengintegrasikan pengetahuan pribadi dan kolektif (Paavola & Hakkarainen, 2014). Dalam konteks pengajaran, transformasi pengetahuan pendidikan pribadi merupakan aspek kunci pembentukan pengetahuan (Wieser, 2016).

Pendidikan matematika adalah bidang multifaset yang melampaui pengembangan pengetahuan matematika, memainkan peran penting dalam membentuk kemampuan berpikir analitis, kritis, dan kreatif bagi peserta didik (Walshaw & Anthony, 2008). Selain itu, pendidikan matematika tidak hanya berkaitan dengan mengajarkan keterampilan komputasi, tetapi juga mengacu pada pengembangan pemahaman konseptual yang mendalam dan kemampuan berpikir matematis yang kuat. Oleh karena itu, penting bagi kita untuk menjalankan pendidikan matematika dengan metode yang efektif dan inovatif agar peserta didik dapat memahami matematika dengan lebih baik. Efektivitas proses belajar-mengajar dalam pendidikan matematika sangat bergantung pada kemampuan dan perilaku pendidik (Atalar & Ergun, 2018). Salah satu elemen utama yang memiliki dampak besar pada efisiensi proses ini adalah kualifikasi pendidik (Rosas & Campbell, 2010). Menurut Petrou dan Goulding (2011) pengetahuan matematika guru merupakan faktor kunci dalam pengajaran yang efektif.

Pentingnya memahami kompetensi guru dalam pendidikan matematika tidak hanya terletak pada kualifikasi akademik yang diperoleh melalui pendidikan tinggi program sarjana atau program diploma empat. Menurut Kunter *dkk.* (2013) memahami kompetensi guru dalam pendidikan matematika sangat penting untuk pengajaran yang efektif dan pengembangan peserta didik. Guru sebagai seorang

pendidik harus memiliki setidaknya tingkat kompetensi dasar agar dapat melaksanakan otoritas dan tugas mereka secara efektif. Kompetensi guru mencakup berbagai aspek, termasuk pengetahuan, keterampilan, dan tanggung jawab terhadap peserta didiknya, yang semuanya sangat penting untuk menjalankan peran mereka sebagai pendidik dengan baik. Sejumlah penelitian telah mengeksplorasi sifat kompetensi guru yang beragam, dan menekankan pentingnya kompetensi guru dalam menciptakan lingkungan belajar yang positif (Vats, 2020). Hal ini mencakup kompetensi terkait materi pelajaran, pengembangan kurikulum, keterampilan komunikasi, dan pemanfaatan teknologi (Vats, 2020).

Kompetensi seorang guru merupakan aset yang tak ternilai dalam mengelola pendidikan dan pengajaran. Secara garis besar, ada dua jenis kompetensi yang harus dimiliki oleh seorang guru, yaitu kualifikasi akademik dan kompetensi akademik. Kualifikasi akademik mencakup pemahaman yang mendalam tentang mata pelajaran yang diajarkan, seperti matematika dalam hal ini, serta kemampuan untuk mengajarkannya dengan jelas dan efektif kepada peserta didik. Di sisi lain, kompetensi akademik mencakup keterampilan dalam merencanakan pembelajaran, mengelola kelas, berkomunikasi dengan peserta didik dan orang tua, serta kemampuan untuk terus belajar dan berkembang sebagai seorang pendidik yang efektif. Dengan memiliki kedua jenis kompetensi ini, seorang guru dapat memberikan pendidikan matematika yang berkualitas dan membantu peserta didik mencapai potensi maksimal mereka dalam mata pelajaran ini.

Selain itu, sebagai seorang guru juga harus memenuhi keempat kompetensi guru yang telah ditetapkan dalam Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 14 Tahun 2005 Tentang Guru dan Dosen, yang kemudian dijelaskan secara operasional dalam Peraturan Direktur Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Nomor 2626/B/HK.04.01/2023 Tentang Model Kompetensi Guru. Keempat kompetensi tersebut meliputi kompetensi pedagogik, kompetensi kepribadian, kompetensi sosial, dan kompetensi profesional. Semua ini merupakan standar kompetensi yang wajib dimiliki oleh guru untuk memastikan mereka dapat mengajar dengan baik dan benar.

Pentingnya kompetensi guru dalam konteks pendidikan matematika juga terletak pada pemahaman bahwa mengajar matematika di sekolah bukan hanya sebatas *transfer of knowledge*, melainkan juga *transfer of values* dan *transfer of skills* (An dkk., 2004). Dalam *transfer of values* dan *transfer of skills*, guru berperan penting dalam merancang pengalaman belajar yang mengajarkan nilai-nilai tertentu kepada siswa. Nilai-nilai seperti ketekunan, kejujuran akademik, kolaborasi, dan rasa ingin tahu ilmiah dapat ditanamkan melalui pendekatan pengajaran yang dirancang dengan baik. Transfer nilai ini lebih efektif dilakukan melalui perencanaan (*by design*) yang sistematis dan bukan hanya sebagai respons terhadap perubahan lingkungan. Pengetahuan matematika yang diterima peserta didik tidak hanya menjadi *school of knowledge*, tetapi dapat dipahami dan diresapi makna konsep-konsep keilmuannya agar menjadi *inner of knowledge*. Dengan demikian, matematika menjadi bagian yang melekat dalam pemikiran dan tindakan peserta didik, yang berperan dalam membentuk cara mereka berpikir dan bertindak dalam kehidupan sehari-hari sebagai bentuk *action of knowledge*. Pemahaman ini harus menjadi fokus penting dalam pendidikan matematika bagi mahasiswa pendidikan matematika selama masa studi sarjana mereka. Domain pengetahuan dan kompetensi profesional pendidik matematika tidak hanya terbatas pada keterampilan individu mereka, tetapi juga sangat terkait dengan pendidikan dan pelatihan yang mereka terima (Atalar & Ergun, 2018).

Sistem pendidikan Indonesia menghadirkan sebuah dinamika menarik dalam persiapan lulusan yang ingin menjadi pengajar matematika di sekolah. Secara umum, lulusan dari jurusan matematika murni dapat menjadi calon guru matematika setelah mengikuti program Pendidikan Profesi Guru (PPG) Prajabatan. Namun, yang menarik adalah adanya jurusan khusus, yaitu pendidikan matematika yang dirancang secara spesifik untuk menghasilkan calon pendidik matematika di sekolah. Meskipun demikian, lulusan pendidikan matematika tidak secara otomatis memiliki lisensi untuk mengajar matematika di sekolah, kecuali mereka juga menyelesaikan program PPG. PPG, seperti yang dijelaskan dalam Pasal 1 butir 5 Peraturan Menteri Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi Nomor 55 Tahun 2017 tentang Standar Pendidikan Guru, adalah program pendidikan yang diadakan

setelah program sarjana atau sarjana terapan. Tujuannya adalah untuk mempersiapkan calon guru yang kompeten di berbagai tingkat pendidikan, mulai dari anak usia dini hingga pendidikan menengah. PPG Prajabatan bertujuan untuk menghasilkan guru yang profesional, berilmu, adaptif, kreatif, inovatif, dan berkontribusi pada perkembangan pendidikan di Indonesia.

Jika meneliti kurikulum PPG, sulit untuk mengabaikan fakta bahwa materi yang diajarkan dalam program ini sebenarnya telah dipelajari oleh lulusan pendidikan matematika selama kuliah mereka. Mereka telah memperoleh pemahaman yang mendalam tentang teori-teori pendidikan, termasuk metode pembelajaran matematika, perencanaan pengajaran, dan evaluasi pembelajaran, yang telah menjadi bagian integral dari kurikulum mereka sejak awal perkuliahan. Di sisi lain, lulusan matematika murni mungkin tidak mendapatkan persiapan serupa dalam teori-teori pendidikan tersebut selama kuliah mereka. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa lulusan pendidikan matematika telah mendapatkan landasan pendidikan yang lebih kuat dalam hal metode pengajaran dan pedagogi. Namun, dalam hal pengetahuan tentang matematika ilmiah, sangat mungkin bahwa lulusan 'matematika murni' memiliki keunggulan dibandingkan dengan lulusan 'pendidikan matematika'. Kesimpulan ini menyoroti perbedaan penting dalam persiapan lulusan yang ingin menjadi guru matematika di Indonesia.

Saat kita mempertimbangkan dinamika transfer pengetahuan dalam pembelajaran seperti yang dijelaskan oleh Suryadi (2019a), disadari atau tidak, pembelajaran merupakan peristiwa transfer pengetahuan dari satu generasi ke generasi berikutnya. Transfer ini sering kali terjadi secara turun temurun, dan karena hal ini, seorang pendidik sering kali memiliki keyakinan bahwa pengetahuan yang diajarkan adalah sesuatu yang bersifat permanen. Dalam pandangan ini, peran seorang pendidik sering kali terlihat hanya sebagai pengajar yang menghubungkan proses pewarisan pengetahuan dari satu generasi ke generasi berikutnya. Namun, pandangan ini menunjukkan adanya permasalahan mendasar dalam proses pendidikan saat ini. Hal yang menarik dalam konteks ini adalah bahwa permasalahan ini tidak hanya berlaku untuk pendidik matematika dari lulusan matematika murni, tetapi juga lulusan pendidikan matematika. Ini adalah kasus di

mana pendidik dari departemen yang berbeda mengajar mata pelajaran yang sama namun dengan pendekatan yang berbeda dalam menyampaikan kurikulum kepada peserta didik. Dalam hal ini, perbedaan pendekatan ini dapat dijelaskan terutama melalui *anthropological theory of the didactic* (ATD) yang dikemukakan oleh Chevallard pada tahun 1992.

Teori ATD menyajikan pendekatan yang memahami bahwa pembelajaran dan pengajaran tidak hanya terkait dengan transfer pengetahuan secara mekanis, tetapi juga dipengaruhi oleh aspek-aspek budaya, sosial, dan psikologis. Dalam konteks pendidikan matematika, ATD menggambarkan bagaimana pendidikan matematika dapat berbeda dalam implementasinya berdasarkan pemahaman budaya, cara berpikir peserta didik, dan konteks sosial tempat pembelajaran berlangsung. Oleh karena itu, ATD dapat membantu menjelaskan mengapa pendidik matematika, baik yang berasal dari lulusan matematika murni maupun pendidikan matematika dapat mengadopsi pendekatan yang berbeda dalam mengajar matematika dan mengkomunikasikan kurikulum kepada peserta didik. Teori ini mengingatkan kita bahwa pendidikan tidak hanya tentang mentransfer pengetahuan, tetapi juga tentang memahami konteks dan budaya yang mempengaruhi cara peserta didik belajar dan memahami matematika.

Teori ATD adalah sebuah kerangka kerja yang berguna untuk menganalisis praktik matematika di berbagai institusi pendidikan. ATD bertujuan untuk menyediakan pendekatan ilmiah dalam memahami sistem pendidikan dan didaktik, dengan dasar asumsi bahwa pengetahuan matematika yang menjadi objek pengajaran dalam sistem pendidikan sering kali memiliki sejarah pra-eksistensi yang disebut sebagai *scholarly knowledge*. Konsep ini mengacu pada "kumpulan pengetahuan, bukan pengetahuan itu sendiri" seperti yang dijelaskan oleh Chevallard (1992). Pengetahuan tersebut berkisar dari pengetahuan murni hingga yang memiliki karakteristik mirip ilmiah atau bahkan ilmiah semu. Dalam konteks ATD, terdapat istilah yang relevan yaitu 'transposisi didaktik.' Istilah ini merujuk pada proses transmudasi yang dialami oleh suatu item atau kumpulan pengetahuan sejak pengetahuan tersebut diproduksi, digunakan, dipilih, hingga akhirnya diajarkan di suatu lembaga pendidikan tertentu (Chevallard & Bosch, 2020). Ini

menggambarkan perjalanan pengetahuan dari sumbernya hingga menjadi bagian dari kurikulum sekolah. Dengan demikian, ATD menggarisbawahi bahwa apa yang diajarkan di sekolah bukanlah sesuatu yang muncul secara acak, melainkan dibentuk oleh lembaga-lembaga lain, disusun dengan praktik konkret, dan terdiri dari kelompok-kelompok pengetahuan tertentu (Kang & Kilpatrick, 1992). Konsep ATD membantu kita memahami bagaimana pengetahuan matematika menjadi bagian integral dari kurikulum pendidikan dan mengapa berbagai pendekatan pengajaran matematika dapat berbeda di berbagai konteks pendidikan.

Dalam konteks pembelajaran matematika, seperti halnya mata pelajaran lainnya, pengetahuan yang diajarkan kepada peserta didik, praktik konkret yang digunakan dalam pembelajaran, dan materi yang dianggap relevan untuk dipelajari di sekolah berasal dari domain yang dikenal sebagai pengetahuan ilmiah. Pengetahuan ilmiah ini umumnya diproduksi dan dikembangkan oleh matematikawan serta lembaga ilmiah lainnya (Chevallard & Bosch, 2020). Perlu dicatat bahwa terdapat perbedaan mendasar antara pengetahuan matematika "asli" yang ditemukan dan dikembangkan oleh matematikawan dalam bidang penelitian murni dan pengetahuan "yang diajarkan" yang dirancang untuk disampaikan dalam kurikulum sekolah.

Dalam istilah sederhana, objek pengetahuan matematika yang dipersembahkan dalam lingkungan sekolah merupakan hasil dari transformasi yang dilakukan oleh berbagai pihak, seperti perancang kurikulum dan guru, pada pengetahuan matematika ilmiah. Tujuan transformasi ini adalah untuk membuat materi pelajaran matematika menjadi sesuatu yang dapat diajarkan, dipahami, dan bermanfaat bagi peserta didik. Proses adaptasi ini penting untuk memastikan bahwa materi matematika yang kompleks dapat diakses dan dimengerti oleh para peserta didik dengan berbagai tingkat pemahaman. Dengan demikian, pemahaman tentang peran pengetahuan matematika ilmiah dan transformasinya menjadi kurikulum sekolah membantu kita menghargai kompleksitas dalam pengajaran dan pembelajaran matematika, serta mengapa guru dan perancang kurikulum memiliki peran penting dalam membawa pengetahuan ini ke dalam kelas-kelas yang bermakna bagi peserta didik.

Menurut Chevallard (1992), sering kali terdapat perbedaan yang signifikan antara objek pengetahuan yang dihasilkan oleh para matematikawan dalam konteks penelitian murni dan pengetahuan yang disiapkan untuk diajarkan dalam pendidikan formal. Ia memperkenalkan konsep transposisi didaktis untuk menggambarkan pekerjaan yang dilakukan selama proses transformasi pengetahuan, mulai dari *scholarly knowledge* (pengetahuan ilmiah) hingga *knowledge to be taught* (pengetahuan yang akan diajarkan) dan *knowledge taught* (pengetahuan yang sebenarnya diajarkan), hingga pada akhirnya menjadi *learned knowledge* (pengetahuan yang dipelajari oleh peserta didik). Dalam konteks transposisi didaktik, objek pengetahuan ilmiah yang muncul dalam penelitian, seperti yang ditemukan dalam literatur matematika, mengalami serangkaian tahap transformasi. Tahap pertama melibatkan pembentukan pengetahuan ilmiah tersebut, yang biasanya terjadi dalam konteks penelitian matematika (Achiam, 2014; Jatisunda *dkk.*, 2021). Kemudian, pengetahuan ini diseleksi dan diatur ulang dalam konteks sosial untuk menjadi bagian dari kurikulum sekolah formal. Proses selanjutnya melibatkan transformasi pengetahuan ini menjadi sesuatu yang benar-benar diajarkan dalam konteks instruksi di kelas, di mana guru mengkomunikasikan materi tersebut kepada peserta didik. Pada akhirnya, pengetahuan ini diserap oleh peserta didik, menjadi pengetahuan yang mereka pelajari (Arzarello *dkk.*, 2014).

Perbedaan mendasar antara matematika perguruan tinggi dan matematika sekolah terletak pada prinsip-prinsip dasar yang mengatur perkembangan pengetahuan. Sementara dalam matematika perguruan tinggi, pengembangan pengetahuan didorong oleh masalah-masalah teoritis dan eksplorasi konsep-konsep baru, matematika sekolah berkembang melalui interaksi dialektis antara materi yang telah ada ("lama") dan materi yang baru diperkenalkan ("baru") dalam kurikulum sekolah. Ini menggarisbawahi peran penting transposisi didaktis dalam mengubah pengetahuan matematika menjadi bentuk yang dapat diajarkan dan dipahami oleh peserta didik dalam konteks pendidikan formal.

Secara singkat, teori transposisi didaktik merupakan suatu kerangka kerja yang melibatkan berbagai elemen seperti epistemologi ilmu pengetahuan, teori ilmu kognitif, pendidikan didaktik, dan teori-teori sosial. Kerangka kerja ini bertujuan

untuk memahami, mengatur, dan mempelajari mekanisme yang mengatur proses transformasi pengetahuan yang muncul dalam konteks penelitian ke dalam konteks akademik, dari sana ke dalam buku teks, dan akhirnya dari buku teks ke dalam ruang kelas dalam sekolah formal (de Mello, 2017). Dalam konteks teori transposisi didaktik, perhatian utama adalah pada bagaimana pengetahuan yang muncul di lingkungan akademik (*scholarly knowledge*) dapat disesuaikan, diadaptasi, dan ditransformasikan menjadi pengetahuan ilmiah yang dapat diajarkan di dalam ruang kelas. Dengan kata lain, teori ini membahas masalah bagaimana pengetahuan yang berasal dari luar konteks sekolah dapat di-"transpose" atau dipindahkan ke dalam lingkungan sekolah sehingga dapat diajarkan kepada peserta didik.

Dalam konteks teori transposisi didaktis, hubungan antar berbagai institusi menunjukkan bahwa guru memiliki peran penting dalam mengadaptasi pengetahuan ilmiah dari *knowledge to be taught* yang dikembangkan oleh *noosphere* menjadi *taught knowledge*. Namun, pada kenyataannya, terdapat kecenderungan di lapangan di mana guru sering kali mengadopsi pendekatan kredulistik dalam melakukan transfer pengetahuan. Mereka cenderung hanya mengikuti apa yang telah diatur dalam kurikulum atau buku teks tanpa melakukan evaluasi yang cukup mendalam terkait dengan keakuratan dan relevansi *knowledge to be taught*. Dalam kerangka teori transposisi didaktis, perlu diperhatikan bahwa guru, yang bertindak sebagai penyelenggara dari *taught knowledge*, harus memiliki kemampuan untuk merancang desain didaktis yang sesuai dan efektif untuk peserta didik tertentu. Hal ini penting agar peserta didik dapat mengembangkan *learned knowledge* yang dipelajarinya dengan baik sehingga peserta didik mampu mengonstruksi pengetahuan secara mandiri. Selain itu, guru juga harus mendorong sikap skeptisisme dalam penyusunan desain didaktis. Ini berarti tidak hanya mengikuti kurikulum atau buku teks yang ada secara dogmatis, tetapi juga melakukan evaluasi kritis terhadap materi yang diajarkan, sehingga proses pembelajaran menjadi lebih relevan dan efektif. Dengan demikian, guru memainkan peran kunci dalam memastikan bahwa pengetahuan yang diajarkan di sekolah sesuai dengan pengetahuan ilmiah dan kebutuhan peserta didik.

Penelitian ini bertujuan untuk merancang sebuah desain didaktis yang dapat digunakan oleh calon pendidik profesional (CPP) untuk memperkuat peran mereka sebagai pengembang desain didaktis bagi peserta didik. Melalui tinjauan literatur yang teliti, peneliti tidak menemukan penelitian sebelumnya yang secara khusus mengeksplorasi aspek ini. Ini mencakup kurangnya penelitian yang mendalam dalam mengkonseptualisasikan justifikasi penyusunan desain didaktis secara menyeluruh. Peneliti juga menekankan bahwa penelitian ini tidak hanya fokus pada fenomena transposisi didaktis di berbagai institusi, tetapi juga mempertimbangkan aspek filsafat pengetahuan yang mendasarinya. Dengan demikian, penelitian ini mengeksplorasi wilayah yang belum dijelajahi sebelumnya, dan diharapkan akan memberikan wawasan baru yang berharga bagi praktisi pendidikan dan peneliti di bidang ini.

Secara umum, tujuan dari studi desain didaktik yang telah dilakukan adalah untuk menciptakan desain didaktik yang dapat membantu menjembatani kesenjangan *concept image* atau *learning obstacle* pada peserta didik. Penelitian ini berbeda dari penelitian sebelumnya karena selain menghasilkan desain pembelajaran yang berguna bagi CPP dalam konteks pendidikan matematika, penelitian ini juga menciptakan desain didaktis berupa modul ajar tentang materi himpunan yang dikembangkan oleh CPP. Pengembangan desain didaktis oleh CPP didasarkan pada kerangka kerja *didactical design research* (DDR) yang dikembangkan oleh Suryadi (2010). Dengan kata lain, penelitian ini memiliki dua aspek penting: pertama, mengembangkan desain didaktis untuk membantu CPP dalam proses transposisi didaktis, dan kedua, CPP menciptakan desain didaktis yang dapat digunakan untuk mengatasi *learning obstacle* yang dialami oleh peserta didik.

DDR sendiri merupakan sebuah jenis penelitian desain yang didasarkan atas sifat didaktik sebagai seni, sains, dan epistemologi dalam konteks difusi dan akuisisi pengetahuan dengan tujuan untuk memandirikan peserta didik dalam menghasilkan pengetahuan baru sebagai *justified true belief*. Dalam konteks DDR, upaya seseorang untuk menghasilkan sebuah desain didaktis sama artinya dengan upaya seseorang melakukan transposisi dari *knowledge to be taught* yaitu melalui

kajian kurikulum dan materi dari buku ajar menjadi *taught knowledge* atau rancangan desain yang siap untuk diajarkan. Adanya keterlibatan guru dan peserta didik sebagai bagian dari sistem didaktik, menunjukkan bahwa transposisi didaktis merupakan konsep yang berkaitan erat dengan *didactical relation* dalam konteks pembelajaran.

Didactical relation adalah hubungan atau relasi yang terbentuk antara tiga entitas utama dalam konteks pembelajaran, yaitu guru, peserta didik, dan pengetahuan yang diajarkan (materi). Ini adalah hubungan yang kompleks dan dinamis yang mencakup interaksi, pemahaman, dan proses pengajaran dan pembelajaran. Pengajaran dan pembelajaran memiliki perbedaan mendasar dalam peran dan tujuan masing-masing. Pengajaran merupakan proses transmisi pengetahuan dari guru kepada siswa, sedangkan pembelajaran adalah proses pencarian dan pemahaman pengetahuan oleh siswa melalui penerapan, refleksi, dan interaksi. Pengajaran adalah metode yang digunakan dalam pembelajaran, sedangkan pembelajaran adalah kegiatan yang menghasilkan pengetahuan pada siswa.

Hubungan siswa-materi (Hubungan Didaktis – HD) dan hubungan guru-siswa (Hubungan Pedagogis – HP), dapat menciptakan suatu situasi didaktis maupun pedagogis yang tidak sederhana bahkan sering kali terjadi sangat kompleks. HD dan HP tidak bisa dipandang secara parsial melainkan perlu dipahami secara utuh karena pada kenyataannya kedua hubungan tersebut dapat terjadi secara bersamaan. Dengan demikian, seorang guru pada saat merancang sebuah situasi didaktis, sekaligus juga perlu memikirkan prediksi respons peserta didik atas situasi tersebut serta antisipasinya sehingga tercipta situasi didaktis baru. Antisipasi tersebut merupakan Antisipasi Didaktis dan Pedagogis (ADP) yang tidak hanya menyangkut hubungan siswa-materi, akan tetapi juga hubungan guru-siswa baik secara individu maupun kelompok.

Berkenaan dengan transposisi didaktik, telah banyak penelitian yang dilakukan oleh peneliti sebelumnya, diantaranya Jamilah *dkk.* (2020) yang meneliti tentang transposisi didaktik dari *scholarly knowledge* ke matematika sekolah pada teori himpunan, Kang dan Kilpatrick (1992), Ricardo dan Pietrocola (2011), yang

meneliti tentang transposisi didaktik pada buku teks matematika, Postelnicu (2017) mengkaji transposisi didaktis tentang materi persamaan garis sejajar dan tegak lurus, Henriksen (2022) melakukan riset tentang transposisi didaktik pada pembahasan bilangan asli, Akar dan İşıksal-Bostan (2022) mengkaji transposisi didaktik pada materi segi empat. Sedangkan baru-baru ini DDR telah digunakan dalam banyak penelitian. Penelitian Nurrahmi *dkk.* (2016) menghasilkan desain didaktik untuk pembelajaran sifat-sifat segi empat, penelitian Istiqomah *dkk.* (2016) menghasilkan desain didaktis untuk pembelajaran perbandingan segmen garis, penelitian Nopriana *dkk.* (2018) menghasilkan desain didaktis untuk konsep penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, Nurhamid dan Suryadi (2017) melakukan penelitian tentang soal cerita operasi hitung campuran, Prabawanto *dkk.* (2018) tentang pembelajaran bilangan bulat, Setiadi *dkk.* (2017) tentang materi sudut, Ruli *dkk.* (2019) tentang fungsi kuadrat, Putri *dkk.* (2020) tentang jarak antara titik dan garis dalam bentuk tiga dimensi, Maknun *dkk.* (2020) tentang grafik fungsi, Rahayu *dkk.* (2021) tentang konsep jarak pada geometri, dan Oktaviani *dkk.* (2022) tentang materi aplikasi turunan.

Selain mempertimbangkan *learning obstacle*, proses pengembangan desain juga harus merujuk pada teori yang bersifat epistemik seperti *theory of didactical situations* (TDS) serta teori lain yang relevan karena ada kaitannya dengan karakteristik desain yang dikembangkan. TDS dalam matematika merupakan suatu kerangka kerja yang menawarkan konsep-konsep ilmiah untuk membantu peneliti dan guru memahami dan memprediksi berbagai fenomena didaktis yang berkaitan dengan matematika. Hal ini berlaku dalam situasi apapun di mana ada niat untuk mengajarkan seseorang tentang konsep matematika tertentu, terlepas dari apakah pengajaran tersebut berhasil atau tidak.

Teori lain yang penting dipertimbangkan dalam membuat desain didaktis yaitu teori *praxeology* (bagian dari kerangka penelitian *anthropological theory of the didactic*). Istilah *praxeology* berasal dari kombinasi dua kata Yunani, yang merujuk pada bagian praktik dari aktivitas dan pengetahuannya. *Praxeology* mengandung dua elemen: *praxis* dan *logos*. Elemen *praxis* berkaitan dengan "tindakan" dan keterampilannya, sedangkan *logos* berkaitan dengan "penjelasan".

Blok praksis terdiri dari dua bagian yaitu *task* (T) dan teknik (τ). T mengacu pada permasalahan yang diberikan pada peserta didik. Dalam konteks pembelajaran di kelas, sumber dari *task* dapat diambil dari bahan ajar berupa buku dalam materi tertentu. Peserta didik membutuhkan τ untuk menyelesaikan T (Nazlı & Övez, 2018). Sementara itu, blok *logos* atau pengetahuan mengacu pada pemikiran dan bagaimana menyampaikan justifikasinya. Komponen logos juga terdiri dari bagian, yaitu teknologi (θ) dan teori (Θ). Teknologi mengacu pada justifikasi terhadap teknik (τ) yang digunakan oleh peserta didik untuk menyelesaikan T . Sedangkan, materi yang diajarkan berperan sebagai teori (Θ) untuk menjelaskan teknologi (θ). Keempat elemen tersebut digunakan sebagai model untuk mempelajari pengetahuan yang dimiliki manusia (Santos & Farias, 2022). Umumnya, T dapat diselesaikan menggunakan berbagai macam teknik (τ), dan teknologi (θ) dapat menggunakan berbagai macam teknik. Teknologi biasanya menjustifikasi berbagai teknik untuk berbagai jenis *task*, lalu menjadi *local organisation*. Karena teori (Θ) biasanya digunakan dalam berbagai macam teknologi, maka hal tersebut disebut sebagai *regional organization* (Szalek, 2016).

Berkaitan dengan objek materi, peneliti memilih materi himpunan sebagai fokus kajian dalam penelitian ini. Dua alasan utama yang menjadi dasar pemilihan materi himpunan sebagai objek penelitian ini yaitu pertama, himpunan mendasari sebagian besar cabang matematika. Lipschutz (1986) dalam kata pengantar bukunya, mengungkapkan bahwa “*the theory of sets lies at the foundations of mathematics. Concepts in set theory, such as functions and relation, appear explicitly in every branch of mathematics*”. Oleh karenanya, himpunan menjadi bagian dari materi matematika yang harus dipelajari di sekolah. Dalam matematika sekolah, materi himpunan merupakan salah satu objek dasar sekaligus prasyarat untuk mempelajari materi lain, seperti aljabar, relasi dan fungsi, dan materi lainnya.

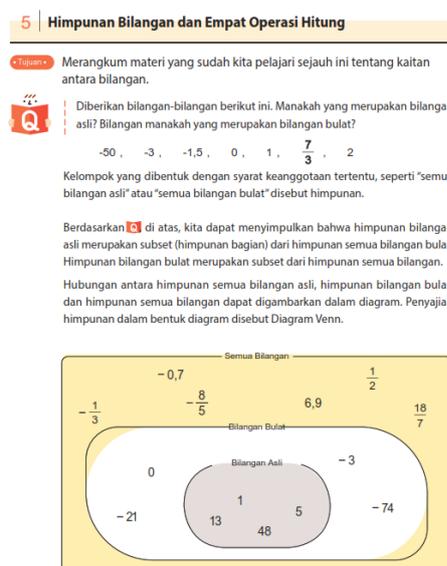
Alasan kedua adalah karena perlunya kajian berkelanjutan pada materi himpunan. Studi Linchevski dan Vinner (1988) mendokumentasikan kesalahpahaman guru dalam mengkontekstualisasikan himpunan, seperti: (1) unsur-unsur suatu himpunan harus memiliki sifat yang sama; (2) satu unsur tidak dapat membentuk suatu himpunan; (3) suatu himpunan tidak dapat menjadi elemen

dalam himpunan lain; (4) elemen berulang dianggap sebagai elemen yang berbeda; (5) jika dua himpunan memiliki jumlah elemen yang sama, maka keduanya sama. Temuan ini serupa dengan hasil penelitian Fischbein dan Baltsan (1999), serta ditemukan juga bahwa peserta didik dan guru menolak gagasan tentang satu himpunan mungkin kosong.

Sebuah penelitian juga dilakukan oleh Zazkis dan Gunn (1997) tentang pemahaman guru terhadap himpunan dan konsep terkait himpunan termasuk elemen himpunan, kardinalitas, sub himpunan dan himpunan kosong. Studi ini melaporkan adanya kesulitan guru terhadap konsep-konsep ini. Temuan menunjukkan bahwa, ketika suatu elemen adalah himpunan itu sendiri, elemen ini sering dianggap sebagai himpunan bagian. Guru juga mengalami kesulitan untuk menentukan kardinalitas suatu himpunan. Misalnya, ditanyai tentang jumlah elemen himpunan $\{5,7, \{5\}, \{5,7, \{7\}\}\}$, dan jawabannya bervariasi dari 2 hingga 8; 23 dari 46 guru memberikan jawaban yang benar yaitu 4. Riset terbaru oleh Bingolbali *dkk.*, (2021) mengungkap fenomena didaktik pada pengetahuan himpunan yang menunjukkan bahwa baik pada kurikulum, buku teks matematika sekolah, pengajaran guru, dan pemahaman mahasiswa didik calon guru dan peserta didik, himpunan selalu dimaknai sebagai kumpulan yang memuat elemen yang mempunyai sifat umum (*common property*), sedangkan himpunan yang memuat elemen dengan sifat yang tidak umum (*no common property*) tidak dianggap sebagai sebuah himpunan.

Lebih lanjut, peneliti melakukan studi awal dan menemukan juga adanya masalah dalam pembelajaran konsep himpunan di Indonesia melalui kajian analisis *praxeology* terhadap perangkat pembelajaran yang ada, kajian yang telah dilakukan yaitu kajian terhadap buku ajar dan instrumen pengajaran (RPP) pada materi himpunan. Pada buku ajar matematika kelas 7 SMP kurikulum 2013 (K-13) yang diterbitkan oleh Kemendikbud, materi himpunan disampaikan pada bab ke-2 sebelum materi bentuk aljabar dan sesudah materi bilangan. Sementara di Kurikulum Merdeka (KM), materi himpunan tidak dispesifikkan menjadi suatu capaian pembelajaran. Namun, berdasarkan hasil wawancara dengan guru, materi himpunan tetap perlu disampaikan kepada peserta didik dan akan diajarkan di kelas

9 SMP. Meskipun oleh guru dinyatakan bahwa pengenalan materi himpunan secara eksplisit diajarkan di kelas 9, penggunaan kata "himpunan" dan bahkan "definisi himpunan" telah muncul di kelas 7 untuk mengajarkan materi lain dalam domain yang sama (lihat Gambar 1.2).



Gambar 1.2 Kemunculan Istilah “Himpunan” Pertama pada Buku Ajar Matematika Kelas 7 KM

Sajian materi himpunan pada buku ajar KM dapat menjadi pemicu terjadinya *learning obstacle* berupa *ontogenic obstacle* dan *didactical obstacle* karena urutan materi yang disajikan tidak disusun secara terstruktur. Salah satu penyebab eksternal terjadinya hambatan belajar yaitu buruknya aktualisasi dari desain didaktik yang disajikan. Hal serupa juga menjadi temuan dalam penelitian Septyawan *dkk.* (2019) yang menunjukkan bahwa tahapan dan urutan materi konsep fungsi yang tidak sesuai untuk memfasilitasi pemahaman peserta didik tentang konsep fungsi menunjuk pada hambatan belajar didaktis (*didactical obstacle*). Selanjutnya, Maulida *dkk.* (2019) dalam penelitiannya menemukan bahwa adanya *didactical obstacle* di kelas yang disebabkan karena alur belajar atau cara penyajian guru yang kurang tepat. Isnawan *dkk.* (2022) mengidentifikasi bahwa peserta didik mengalami *didactical obstacle*, keterbatasan dalam memaknai pecahan karena hanya mampu memaknai pecahan sebagai rasio atau bilangan rasional dan pecahan sebagai bagian dari keseluruhan yang disebabkan karena guru matematika yang mengajar pecahan sebelumnya keliru dalam memaknai pecahan.

Temuan Akar & İşıksal-Bostan (2022) mengungkapkan bahwa ada perbedaan yang signifikan antara pengetahuan yang akan diajarkan dan konten yang ditawarkan oleh pendidik sehingga menjadi penyebab terjadinya *learning obstacle*. Lebih khusus, Penelitian Jamilah *dkk.* (2020) pada materi himpunan menunjukkan adanya kesenjangan *concept image* (CI) peserta didik dengan *formal concept definition* pada *scholarly knowledge*, bahkan dengan *taught knowledge* dan *knowledge to be taught*. Kesenjangan CI ini disebabkan karena adanya *ontogenic obstacle*, *didactical obstacle*, dan *epistemological obstacle* yang disebabkan oleh ketidaktepatan sajian materi maupun situasi didaktik yang dihadirkan.

Sebagai materi dasar, seharusnya konsep himpunan sudah dipahami oleh peserta didik sebelum mempelajari materi-materi lainnya. Merujuk pada pernyataan ini, penempatan materi himpunan pada K-13 di awal semester kelas 7 lebih relevan. Namun, bagaimana sajian materi himpunan pada buku ajar K-13 masih perlu banyak perbaikan.

Pemaknaan himpunan selalu identik dengan ‘kumpulan objek’ baik dalam K-13 (Gambar 1.3) maupun KM (Gambar 1.2). Fischbein dan Baltsan (1999) berpendapat bahwa menganggap himpunan sebagai kumpulan objek dapat menjelaskan semua kesalahpahaman ini: jika himpunan dianggap sebagai kumpulan objek, sulit untuk menerima himpunan kosong dan himpunan dengan satu elemen sebagai himpunan; secara intuitif, elemen himpunan diharapkan memiliki properti umum, dan ini dapat menyebabkan seseorang menolak himpunan yang terdiri dari elemen yang tidak terkait.

 <p>Kegiatan 2.1 <i>Konsep Himpunan</i></p> <p>Konsep Himpunan</p> <p>Di dalam kehidupan sehari-hari, kata himpunan ini dipadankan dengan kumpulan, kelompok, grup, atau gerombolan. Dalam biologi misalnya, kita mengenal kelompok flora dan kelompok fauna. Di dalamnya, masih ada lagi kelompok vertebrata, kelompok invertebrata, kelompok dikotil, dan kelompok monokotil. Dalam kehidupan sehari-hari, kalian juga mengenal suku Jawa, suku Madura, suku Sasak, suku Dayak, suku Batak, dan lain-lain. Semua itu merupakan kelompok. Istilah kelompok, kumpulan, kelas, maupun gerombolan dalam matematika dikenal dengan istilah <i>himpunan</i>. Namun, tidak semua kumpulan termasuk himpunan. Contohnya kumpulan siswa yang pandai, kumpulan siswa yang berbadan tinggi. Mengapa demikian? Untuk menemukan jawabannya coba lakukan kegiatan berikut ini</p>	<p>Coba amati beberapa kumpulan yang termasuk himpunan dan bukan himpunan di bawah ini</p> <p>Kumpulan yang termasuk himpunan</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Kumpulan siswa yang lahir pada bulan Agustus 2. Kumpulan siswa laki-laki 3. Kumpulan buah-buahan yang diawali dengan huruf <i>M</i> 4. Kumpulan nama kota di Indonesia yang diawali dengan huruf <i>S</i> 5. Kumpulan binatang yang berkaki dua 6. Kumpulan negara di Asia Tenggara <p>Kumpulan yang termasuk bukan himpunan</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Kumpulan kota-kota besar di Indonesia 2. Kumpulan orang kaya di Indonesia 3. Kumpulan siswa yang pandai di sekolahmu 4. Kumpulan gunung yang tinggi di Indonesia 5. Kumpulan pelajaran yang disenangi siswa 6. Kumpulan makanan yang lezat
--	---

Gambar 1.3 Pengantar Materi Himpunan dalam Buku Ajar Matematika Indonesia

Melalui Gambar 1.3 diketahui bahwa formulasi harapan pada awal penyajian yang sesuai dengan simpulan yaitu agar peserta didik memahami banyak istilah untuk padanan ‘himpunan’ dalam konteks kehidupan sehari-hari. Namun, buku K-13 tersebut secara spesifik menyebutkan bahwa padanan ‘himpunan’ terbatas pada kata kumpulan, kelompok, grup, atau gerombolan. Ini dapat menjadi penyebab terjadinya *didactical obstacle*, di mana seharusnya masih banyak kata padanan lain yang dapat digunakan untuk menyatakan himpunan. Kemudian, penggunaan contoh tentang ‘kelompok vertebrata, invertebrata, monokotil, dan dikotil’ tidak sesuai dengan tingkat pemahaman peserta didik kelas 7 SMP dan jauh dari contoh realitas kehidupan sehari-hari yang dapat ditemui peserta didik. Hal ini tentunya dapat menjadi penyebab peserta didik mengalami *ontogenic obstacle*. Selain itu, contoh yang diberikan tidak dapat mewakili seluruh kata padanan yang disebutkan sebelumnya, di mana contoh yang diberikan hanya dan selalu menggunakan kata padanan ‘kelompok’ saja, yang memungkinkan dapat menjadi penyebab *epistemological obstacle* pada peserta didik.

Jenis τ yang digunakan pada analisis awal ini mengadopsi dari temuan Takeuchi dan Shinno (2020) yang terdiri dari empat jenis teknik yaitu *perceptual* (τ_1), *physical* (τ_2), *operational* (τ_3) dan *algebraic* (τ_4). τ_1 merupakan penyelesaian T yang menggunakan penilaian visual berdasarkan tampilan bentuk yang disajikan; τ_2 penyelesaian T yang dilakukan melalui alat bantu fisik seperti penggaris, jangka, atau alat peraga pembelajaran lainnya termasuk melakukan validasi atau diskusi; τ_3 penyelesaian T yang mengarahkan peserta didik untuk melakukan penyelidikan atau penemuan dengan mengembangkan pemahaman mereka; dan τ_4 penyelesaian T yang dilakukan dengan menggunakan ekspresi matematis.

Praxis block pengenalan ‘himpunan’ pada buku K-13 disajikan dalam 6 (enam) *type of task* (T_1, T_2, \dots, T_6) yang terbagi dalam 2 kategori yaitu mengenal definisi himpunan (T_1, T_2, T_3, T_4) dan mengenal notasi keanggotaan himpunan (T_5, T_6) – lihat Tabel 1.1.

Tabel 1.1 Analisis *Praxis Block* Pada Buku Teks Kurikulum 2013

Type of Tasks (T)	Technique (τ)	Description of Technique of each Textbook
T_1 : Coba pikirkan mengapa kumpulan kota yang diawali dengan huruf S termasuk himpunan, sedangkan kumpulan kota besar bukan termasuk himpunan?	τ_3	Menggunakan aksi mental untuk menarik sebuah formulasi tentang makna himpunan dan bukan himpunan berdasarkan hasil dari proses perseptual sebelumnya (memorial).
T_2 : Apa perbedaan kumpulan yang merupakan himpunan dan kumpulan yang bukan himpunan?	τ_3	Menggunakan aksi mental untuk menarik sebuah formulasi tentang makna himpunan dan bukan himpunan berdasarkan hasil dari proses perseptual sebelumnya (memorial).
T_3 : Coba tulis 3 contoh kumpulan yang termasuk himpunan dan 3 contoh kumpulan yang bukan termasuk himpunan. Berikan alasan masing-masing	τ_3	Menggunakan aksi mental untuk menarik sebuah formulasi tentang makna himpunan dan bukan himpunan berdasarkan hasil dari proses perseptual sebelumnya (memorial).
T_4 : Tukarkan jawaban kalian dengan teman sebangku dan periksalah contoh dan bukan contoh himpunan yang dibuat teman sebangkumu, serta diskusikan jika ada perbedaan pendapat	τ_2	Merefleksi temuan hasil dari proses perseptual dan memorial serta melakukan validasi temuan tentang makna himpunan dan bukan himpunan melalui interaksi antar siswa (introspective) dengan tujuan menghasilkan sebuah simpulan yang valid mengenai definisi himpunan (a priori)
T_5 : Kalian tadi sudah mengamati anggota dan bukan anggota dari suatu himpunan, coba buatlah pertanyaan yang berkaitan dengan anggota dan bukan anggota dari suatu himpunan Contoh: Sebutkan anggota ikan?	τ_3	Menggunakan aksi mental untuk menarik sebuah formulasi tentang anggota dan bukan anggota dari suatu himpunan berdasarkan hasil dari proses perseptual sebelumnya (memorial).
T_6 : Buncis adalah ... dari himpunan sayuran, dapat dikatakan buncis adalah ... dari himpunan sayur-sayuran dan dilambangkan dengan ... Lele adalah ... dari bumbu dapur, dapat dikatakan lele ... dari himpunan bumbu dapur dan dilambangkan dengan ...	τ_3	Melakukan aksi berupa meletakkan kata "anggota" atau "bukan anggota", "elemen" atau "bukan elemen" dan simbol " \in " atau " \notin " untuk memahami penggunaan notasi keanggotaan dalam himpunan berdasarkan proses perseptual sebelumnya (memorial).

Secara keseluruhan, *praxis block* yang digunakan mulai dari T_1 sampai T_6 cenderung didominasi oleh τ_3 . Umumnya, *task* (T) dapat diselesaikan menggunakan berbagai macam teknik (τ), dan teknologi (θ) dapat menggunakan berbagai macam teknik. Ini menunjukkan bahwa *task design* dalam mengenalkan konsep himpunan banyak menggunakan verifikasi (pengamatan dan pengembangan pengetahuan peserta didik yang diperoleh sebelumnya) untuk membentuk pengetahuan baru. Aksi mengamati dan memverifikasi pengetahuan melalui contoh-contoh kontekstual mendominasi *task design* yang disajikan, sehingga tidak adanya kesempatan untuk mengonstruksi pengetahuannya melalui sebuah investigasi yang berakibat pada kurangnya kesempatan belajar peserta didik. Wijaya (2015) berpendapat bahwa kurangnya kesempatan belajar dalam buku teks matematika Indonesia dapat menyebabkan peserta didik Indonesia kesulitan dalam menyelesaikan tugas. Dilain sisi, dalam buku teks Indonesia,

banyak tugas yang menuntut peserta didik untuk menemukan solusi tanpa memberikan prosedur (Hidayah & Forgasz, 2020).

Komponen *logos block* meliputi teknologi (θ) dan teori (Θ), θ merupakan alat atau metode untuk menjustifikasi suatu τ sedangkan Θ merupakan sebuah simpulan dalam bentuk pengetahuan teoritis yang berfungsi untuk mengeneralisir dari keseluruhan proses T, θ, Θ . Tiga jenis T pertama (T_1, T_2, T_3) untuk memahami makna himpunan dan bukan himpunan dari suatu kelompok diatur dengan θ_1 (kumpulan objek yang anggotanya dapat terdefinisi dengan jelas merupakan himpunan). θ_1 ini memberikan justifikasi terhadap τ_3 yang digunakan karena penyelesaian T didasarkan pada aksi mental untuk menghubungkan proses perseptual dengan mengembangkan pengetahuan yang dimiliki. T_4 sebagai bentuk validasi untuk menghasilkan sebuah simpulan dari T_1, T_2, T_3 melalui τ_2 yang dibenarkan oleh θ_1 . Secara keseluruhan *type of task* (T_1, T_2, T_3, T_4) menghasilkan sebuah Θ_1 (himpunan adalah kumpulan dari objek dengan karakteristik yang dapat didefinisikan dengan jelas). Dua T terakhir (T_5, T_6) saling berkaitan, namun Θ yang dihasilkan berbeda. T_5 menghasilkan Θ_2 (objek-objek dalam himpunan disebut anggota himpunan, dan objek-objek lainnya bukan anggota himpunan) dan T_6 menghasilkan Θ_3 (\in notasi untuk “anggota/elemen himpunan” dan \notin notasi “bukan anggota/bukan elemen himpunan”). T_5 dan T_6 diatur dengan θ_2 (gunakan salah satu “kata: anggota/bukan anggota/elemen/bukan elemen” atau “notasi: \in atau \notin ”). θ_2 menjustifikasi τ_3 yang digunakan, karena penyelesaian T didasarkan pada kegiatan menghubungkan proses perseptual.

T_1, T_2 , dan T_3 memiliki karakteristik τ yang sama yaitu τ_3 untuk membentuk sebuah teori (definisi himpunan) yang kemudian disempurnakan dengan T_4 melalui τ_2 . Formulasi yang diharapkan berupa Θ_1 . Namun, *task design* T_1, T_2, T_3 , dan T_4 hanya menekankan pemahaman pada makna kelompok yang merupakan himpunan dan kelompok yang bukan himpunan. Kata kunci dari Θ_1 adalah ‘terdefinisi dengan jelas’. Tidak semua peserta didik mampu untuk mencapai formulasi harapan menggunakan pemahaman yang terbentuk oleh T_1, T_2, T_3 , dan T_4 tersebut. Karena setiap peserta didik memiliki tingkat kecerdasan yang berbeda-beda (Guez *dkk.*,

2018) yang memungkinkan ketidakmampuan peserta didik dalam mengajukan sebuah simpulan dari definisi himpunan. Ini menunjukkan bahwa T_1 sampai T_4 tidak memberikan peserta didik kesempatan untuk menggunakan dan mengembangkan kemampuan *perceptual*, *memorial*, dan *introspective* mereka dalam mengonstruksi pengetahuan baru berupa Θ_1 , sehingga secara keseluruhan karakteristik teknik yang dikembangkan tidak membentuk sebuah *learning trajectory* yang terstruktur.

Karakteristik justifikasi atas τ_3 pada T_1 , T_2 , dan T_3 tidak mempertimbangkan bahwa peserta didik memiliki pengetahuan, pengalaman belajar, cara berpikir, dan potensi belajar yang beragam. Selain itu, tidak adanya sebuah verifikasi kevalidan akan pengetahuan baru yang diperoleh peserta didik sebagai *justified true belief* dari hasil temuan peserta didik. Harapan dari T_5 dan T_6 adalah kemampuan peserta didik dalam mengidentifikasi anggota dari suatu himpunan serta memahami penggunaan notasi dari anggota dan bukan anggota. τ_3 yang digunakan pada T_5 berupa pengajuan pertanyaan oleh peserta didik berdasarkan pengetahuan yang diperoleh sebelumnya. Kemudian dilanjutkan τ_3 pada T_6 dengan menempatkan kata “anggota/bukan anggota” dan notasi “ \in atau \notin ” pada tempat yang telah disediakan di mana sebelumnya telah ditujukan dengan contoh yang sejenis. *Task design* T_5 dan T_6 relevan dengan formulasi harapan di mana τ_3 yang digunakan sesuai dan saling berkaitan untuk membangun pemahaman peserta didik terhadap teori.

Teknik yang digunakan untuk menyelesaikan tugas didominasi oleh teknik operasional yang diintegrasikan dengan permasalahan kontekstual. Pengungkapan objek melalui aktivitas yang familier diketahui anak, memberikan sentuhan kedekatan tersendiri (Hong & Choi, 2018). Namun, hasil pemahaman peserta didik tidak diaplikasikan kepada permasalahan matematis. *Textbook* yang hanya memberikan konteks sederhana mungkin bagus dan mendasar, namun demikian dinilai sulit dan tidak masuk pada kategori penguasaan kognitif level sedang ataupun tinggi (Sianturi *dkk.*, 2021). Ini dapat menjadi penyebab terjadinya *epistemological obstacle* ketika peserta didik dihadapkan pada permasalahan matematika yang memerlukan kemampuan kognitif lebih tinggi untuk menyelesaikannya (Fuadiah *dkk.*, 2019).

Selanjutnya, dalam membentuk Θ_2 dan Θ_3 hanya menggunakan dan mengembangkan kemampuan *perceptual* melalui duplikasi terhadap *display* yang ada. Tidak adanya aksi dalam membentuk pengetahuan ini. Dalam teori situasi didaktis, belajar senantiasa diawali dengan situasi aksi (Suryadi, 2019b). Situasi ini sangat penting untuk memberikan ruang bagi peserta didik menggunakan pengalaman serta pengetahuan sebelumnya, sehingga terjadinya *perception of environment* dan *action on environment* dapat terjadi dengan baik dan proses enkapsulasi dalam pembentukan objek mental baru dapat terfasilitasi. Kurangnya kesempatan belajar yang ada tersebut dapat menyebabkan peserta didik Indonesia kesulitan dalam menyelesaikan tugas yang lebih sulit atau berbeda dengan yang dicontohkan. Sebagaimana pendapat Tümay (2016) yang menyatakan kesulitan belajar terjadi karena kekeliruan dalam penyajian sehingga menimbulkan miskonsepsi dalam membangun pengetahuan.

Diketahui bahwa buku ini menjadi rujukan nasional dan sebagai sumber pembelajaran utama bagi banyak peserta didik di Indonesia. Oleh karenanya dilakukan analisis lebih lanjut berkaitan dengan bagaimana guru mengajarkan konsep himpunan ini. Analisis dilakukan dengan melihat dokumen rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) yang dibuat oleh guru. RPP dianggap sebagai dokumen yang dapat menggambarkan bagaimana guru mengajar di kelas, karena RPP didesain sendiri oleh guru untuk setiap pertemuan dan di dalamnya memuat materi yang diajarkan untuk pertemuan tersebut. Setelah memeriksa RPP dari salah satu sekolah negeri di Kota Surakarta, terlihat bahwa materi pembelajaran tentang himpunan yang diajarkan kepada peserta didik merujuk pada sumber belajar yang sama, yaitu buku ajar yang telah dianalisis sebelumnya. Hal ini menunjukkan adanya potensi masalah yang hampir serupa dengan yang telah diidentifikasi sebelumnya. Dalam konteks ini, penting untuk memahami bahwa masalah dalam proses transposisi didaktik dapat terjadi secara seragam di berbagai sekolah jika sumber belajar dan kurikulum yang digunakan seragam atau memiliki kesamaan.

Pendapat Suryadi (2019a) berkaitan dengan hal ini yaitu permasalahan materi ajar yang merupakan bagian dari hubungan *tripartite* (hubungan guru, siswa, dan materi), penting untuk dikaji dalam konteks pembelajaran setidaknya dilihat dari

lima aspek. *Pertama*, materi yang disajikan dalam bentuk buku umumnya tidak dikembangkan berdasarkan hasil penelitian, sehingga banyak materi yang menimbulkan dampak kesulitan bagi peserta didik, secara turun temurun masih digunakan sampai saat ini. *Kedua*, desain didaktis yang banyak digunakan baik dalam buku ajar maupun proses pembelajaran, cenderung menciptakan situasi serupa yaitu penjelasan konsep, penyajian contoh-contoh, dan latihan penyelesaian soal sesuai contoh yang diberikan. *Ketiga*, desain didaktis yang dikembangkan sering kali kurang mempertimbangkan alur belajar baik secara struktural (keterkaitan konsep) maupun fungsional (kesinambungan berpikir). *Keempat*, desain didaktis banyak yang tidak memberikan ruang bagi anak untuk berkembangnya kemandirian melalui proses individual dan interaksi sesama anak, serta proses pencapaian kemampuan lebih tinggi dengan bantuan guru. *Kelima*, proses abstraksi belum menjadi orientasi dalam pembelajaran.

Selain itu, desain didaktis haruslah mengedepankan upaya untuk menciptakan keyakinan tertinggi dalam mengonstruksi pengetahuan. Pembentukan pengetahuan sebagai keyakinan dapat dikategorikan sebagai *episteme*, *doxa*, atau *hoax*, tergantung pada proses pembentukannya (Small, 2003). *Episteme* atau pengetahuan, dibentuk melalui perolehan keyakinan persepsi, memorial, dan introspektif, disertai dengan konstruksi pembenaran atas kebenaran yang diyakini (Dretske, 1983). *Doxa* atau kepercayaan sejati, dibangun melalui proses kredulisi-testimonial, sering kali didasarkan pada kepercayaan pada sumber otoritas tanpa pembenaran yang kuat (Jones, 2002). *Hoax* adalah keyakinan yang tidak memiliki nilai kebenaran atau didasarkan pada informasi yang salah dan menyesatkan (Small, 2003). Perbedaan antara kategori-kategori ini penting untuk memahami hakikat pengetahuan dan pembentukannya.

Berdasarkan seluruh rangkaian pemaparan yang telah diuraikan di atas, maka pada kesempatan ini, penelitian yang dilakukan mengangkat judul “Desain Didaktis Materi Himpunan: Studi *Didactical Design Research* dalam Pendampingan Transposisi Didaktis Internal Bagi Calon Pendidik Profesional”

1.2. Tujuan Penelitian

Tujuan utama penelitian ini yaitu menghasilkan desain didaktis empiris yang dapat membantu CPP dalam melakukan proses transposisi didaktis sehingga dapat menghasilkan desain didaktis berupa modul ajar untuk peserta didik. Lebih khusus, penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengkaji secara mendalam fenomena transposisi didaktis materi himpunan dari *scholarly knowledge* ke *knowledge to be taught* pada desain yang sudah ada.
2. Mengkaji fenomena transposisi didaktik materi himpunan dari *knowledge to be taught* ke *taught knowledge* terhadap guru matematika.
3. Mengkaji dampak desain didaktis yang sudah ada terhadap pembentukan *learning obstacle* peserta didik.
4. Menganalisis pemahaman CPP pada materi himpunan.
5. Mendeskripsikan kemampuan CPP dalam penyusunan desain pembelajaran (RPP atau modul ajar).
6. Mendeskripsikan bentuk pengetahuan (*episteme*, *doxa*, atau *hoax*) yang diwariskan dalam proses transposisi didaktis dari *knowledge to be taught* hingga ke *learned knowledge*.
7. Menyusun *hypothetical learning trajectory* (HLT) untuk CPP dalam melakukan transposisi didaktis.
8. Melaksanakan pendampingan untuk CPP dalam melakukan proses transposisi didaktis internal sehingga menghasilkan desain didaktis materi himpunan untuk peserta didik dan mendeskripsikan hasil implementasi desain didaktis hipotesis.
9. Mendeskripsikan pengetahuan yang dihasilkan CPP dari proses transposisi didaktis yang telah dilakukan.
10. Melakukan refleksi dan evaluasi terhadap desain didaktis hipotesis.
11. Merumuskan desain didaktis empirik.

1.3. Pertanyaan Penelitian

Dari penjelasan yang telah disampaikan dalam latar belakang masalah dan tujuan penelitian di atas, peneliti merumuskan pertanyaan penelitian sebagai berikut:

1. Bagaimana hasil kajian tentang fenomena transposisi didaktik materi himpunan dari *scholarly knowledge* ke *knowledge to be taught* pada desain yang sudah ada?
2. Bagaimana hasil kajian tentang fenomena transposisi didaktik materi himpunan dari *knowledge to be taught* ke *taught knowledge*?
3. Bagaimana hasil kajian tentang fenomena transposisi didaktik materi himpunan dari *teaching institution* ke *group of students* (dampak desain terhadap *learning obstacle* yang dialami peserta didik)?
4. Bagaimana hasil temuan tentang deskripsi pemahaman CPP pada materi himpunan?
5. Bagaimana hasil analisis RPP atau modul yang disusun CPP sebelum implementasi desain didaktis hipotesis oleh peneliti?
6. Bagaimana deskripsi bentuk pengetahuan yang ditransposisikan ke peserta didik dalam fenomena transposisi didaktis yang telah terjadi?
7. Bagaimana rangkaian *hypothetical learning trajectory* untuk CPP dalam melakukan transposisi didaktis?
8. Bagaimana deskripsi implementasi desain didaktis hipotetis untuk CPP?
9. Bagaimana pengetahuan yang dihasilkan CPP dari proses transposisi didaktis yang telah dilakukan?
10. Bagaimana hasil refleksi dan evaluasi desain didaktis hipotetis yang telah dilakukan pada CPP?
11. Bagaimana rumusan desain didaktis empirik yang dihasilkan?

1.4. Manfaat Penelitian

Temuan penelitian ini diharapkan bermanfaat baik dari segi teori, kebijakan, praktis, maupun isu serta aksi sosial, yaitu:

1. Dari segi teori

Perkembangan teoritis dalam penelitian pendidikan matematika, terutama dalam pengembangan desain pembelajaran matematika di lingkungan perguruan tinggi, diharapkan akan mendapat manfaat dari temuan penelitian ini. Penelitian ini juga berperan dalam memberikan kontribusi penting terhadap pengembangan berbagai konsep seperti DDR, Transposisi Didaktis, Teori *Praxeology*, dan TDS. Selain itu, penelitian ini diharapkan dapat mengurangi *learning obstacle* yang dialami oleh peserta didik dalam memahami materi himpunan dan sekaligus meningkatkan kualitas pembelajaran himpunan itu sendiri.

2. Dari segi kebijakan

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan pandangan yang komprehensif kepada pembuat kebijakan mengenai cara memanfaatkan penelitian desain didaktis untuk meningkatkan pembelajaran matematika. Selain itu, penelitian ini juga diharapkan dapat memberikan masukan berharga kepada para pengembang kurikulum dalam proses transposisi didaktis, serta membantu CPP menjadi lebih terampil dalam melaksanakan transposisi didaktis melalui penggunaan strategi pembelajaran yang inovatif.

3. Dari segi praktis

Penelitian ini diharapkan akan meningkatkan pemahaman dosen tentang perencanaan, pelaksanaan, dan evaluasi pembelajaran matematika, terutama dalam konteks pemahaman dosen matematika terhadap perencanaan, pelaksanaan, dan evaluasi pembelajaran matematika yang terjadi pada CPP. Selain itu, dengan mempertimbangkan kesesuaian antara karakteristik konsep yang diajarkan, kurikulum pendidikan, dan karakteristik peserta didik, penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan yang lebih dalam kepada CPP mengenai proses transposisi didaktis dan perencanaan desain didaktis. Dengan demikian, penelitian ini memiliki potensi untuk meningkatkan

kompetensi dosen dan calon pendidik profesional dalam mengembangkan pembelajaran matematika yang lebih efektif dan relevan.

4. Dari segi isu dan aksi sosial

Melalui penelitian ini diharapkan bahwa CPP akan memiliki keterampilan yang lebih baik dalam mendesain pembelajaran dan mengkomunikasikan konsep-konsep matematika kepada peserta didik. Hal ini dapat meningkatkan pemahaman peserta didik terhadap matematika, mengurangi *learning obstacles*, dan memperbaiki hasil belajar peserta didik. Selain itu, penelitian ini juga berpotensi berkontribusi pada pengembangan teori dan metodologi dalam pendidikan matematika, serta menciptakan generasi peserta didik yang lebih percaya diri dan mampu dalam matematika.