

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Penelitian

Kalkulus merupakan mata kuliah yang wajib diambil oleh mahasiswa di berbagai universitas. Mahasiswa diharapkan mampu mengaplikasikan kalkulus dalam menyelesaikan masalah di beragam bidang ilmu pengetahuan. Dengan mahasiswa memahami konsep dasar kalkulus, mereka akan lebih siap mempelajari mata kuliah matematika lanjutan atau mata kuliah lainnya yang memerlukan kalkulus sebagai prasyarat (Burns, 2014). Selain itu, konsep dasar fungsi, limit, turunan fungsi, dan integral merupakan fondasi dari kalkulus yang dapat mengembangkan keterampilan substansial yang dibutuhkan mahasiswa dalam belajar matematika universitas.

Studi mengenai bagaimana mahasiswa memahami konsep turunan fungsi dan kesulitan yang mereka hadapi dalam mempelajarinya merupakan hal yang penting untuk diinvestigasi. Mahasiswa diharapkan dapat memahami turunan fungsi dalam beragam konteks yang berbeda. Sánchez-Matamoros dkk. (2008) menyatakan bahwa terdapat tiga konteks dalam pengembangan konsep turunan fungsi, yaitu: (1) dalam hubungannya dengan konsep laju perubahan (*the rate of change*), (2) perbandingan antara selisih nilai  $y$  dengan selisih nilai  $x$  (*difference quotient*), dan (3) dalam hubungan antara fungsi dan turunan fungsi tersebut di suatu titik. Kontras dengan ekspektasi tersebut, beberapa penelitian terdahulu menemukan bahwa banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep turunan fungsi (Orhun, 2012; Ubuz, 2007), dan definisi turunan fungsi sebagai limit (Zandieh, 1998). Orton (1983) dalam studinya menemukan bahwa banyak mahasiswa yang tidak mampu menghubungkan konsep turunan fungsi pada suatu titik dengan konsep kemiringan garis tangen, begitu pula limit dari kemiringan garis *secant*. Kesulitan lainnya yang dihadapi mahasiswa yaitu dalam memahami ide dari laju perubahan rata-rata dan laju perubahan sesaat (Bezuidenhout, 1998; Orton, 1983). Mahasiswa juga kesulitan dalam memahami representasi grafis turunan fungsi

sebagai kemiringan garis tangen (Orton, 1983; Ferrini-Mundy & Graham, 1994; Asiala dkk., 1997; Vinner, 1982; Maharaj, 2013).

Sejalan dengan temuan pada penelitian-penelitian terdahulu, peneliti melakukan studi pendahuluan terhadap tiga orang mahasiswa di Universitas Sampoerna yang baru saja menyelesaikan mata kuliah *Calculus and Analytical Geometry I*. Ketiga responden tersebut diinstruksikan untuk membuktikan turunan fungsi  $f(x) = x^2$  dengan menggunakan definisi turunan fungsi sebagai limit. Mereka mencoba menuliskan definisi turunan fungsi sebagai limit, namun tidak berhasil karena mereka tidak benar-benar memahami konsep tersebut (*conceptual errors*). Mereka mengkonfirmasi bahwa mereka sudah lupa dengan konsep definisi turunan fungsi sebagai limit, karena mereka tidak benar-benar memahami konsep tersebut saat mempelajarinya pada mata kuliah *Calculus and Analytical Geometry I*. Pada akhirnya, para responden menyelesaikan masalah tersebut dengan menggunakan aturan turunan fungsi polinom, sehingga mereka dapatkan  $f'(x) = 2x$ . Temuan pada studi pendahuluan ini mengimplikasikan bahwa terdapat kasus di mana beberapa mahasiswa di Universitas Sampoerna tidak memahami konsep turunan fungsi dan definisinya sebagai limit.

The figure shows three screenshots of student work:

- Top Left:** A student's work showing the limit definition of the derivative for  $f(x) = x^2$ . They start with  $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$  and use algebraic manipulation to simplify the expression, eventually arriving at  $f'(x) = 2x$ .
- Top Right:** A student's work showing the limit definition of the derivative for  $f(x) = x^2$ . They start with  $f'(x) = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(dx)}{dx}$  and use the power rule to simplify the expression, eventually arriving at  $f'(x) = 2x$ . They also mention that they forgot how to finish the formal definition of derivatives.
- Bottom:** A student's work showing the limit definition of the derivative for  $f(x) = x^2$ . They start with  $f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$  and use the power rule to simplify the expression, eventually arriving at  $f'(x) = 2x$ .

Gambar 1.1 Jawaban Ketiga Responden pada Penelitian Pendahuluan

Universitas Sampoerna (*Sampoerna University/SU*) merupakan salah satu universitas swasta di Indonesia yang kurikulumnya diselaraskan dengan standar internasional. Kurikulum SU memiliki kelompok mata kuliah umum yang wajib diambil seluruh mahasiswa pada dua tahun pertama masa studinya, yang mencakup area *Mathematics, Natural Sciences, Social and Behavioral Sciences, Communications, dan Humanities*. *Calculus and Analytical Geometry I* merupakan

Desyarti Safarini TLS, 2024

**PERKEMBANGAN KOGNITIF MAHASISWA DALAM PEMBELAJARAN TURUNAN FUNGSI  
MENGUNAKAN DESMOS CLASSROOM ACTIVITIES BERDASARKAN KERANGKA TIGA DUNIA  
MATEMATIKA: SUATU STUDI KASUS**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

salah satu mata kuliah di area *Mathematics* yang wajib diambil oleh mahasiswa Fakultas Teknik dan Teknologi (*Faculty of Engineering and Technology/ FET*) di semester 1. Penting bagi mahasiswa tersebut untuk memahami konsep turunan fungsi sebelum mereka mempelajari integral dan topik kalkulus lainnya di semester berikutnya. Oleh karena itu, investigasi lebih lanjut terkait kasus yang ditemukan peneliti pada penelitian pendahuluan menjadi esensial untuk dilakukan.

Tall (2012a) mengembangkan kerangka Tiga Dunia Matematika (*The Three Worlds of Mathematics/TWM*), yang dapat menjadi solusi alternatif dari permasalahan yang dihadapi mahasiswa ketika mempelajari turunan fungsi. Kerangka TWM dapat digunakan untuk menganalisis perkembangan kognitif mahasiswa dalam pembelajaran matematika (Tall, 2008). Analisis terhadap perkembangan kognitif dapat menginformasikan mengenai pengetahuan apa yang berkembang dan bagaimana suatu pengetahuan berkembang dari suatu proses pembelajaran (Gauvain & Richert, 2016). Dengan memahami perkembangan kognitif mahasiswa, dosen dapat memfasilitasi pembelajaran yang dapat mendukung mahasiswa dalam memahami konsep turunan fungsi dan menyelesaikan masalah terkait.

Kerangka TWM terdiri atas tiga dunia yang merepresentasikan proses mental seseorang dalam mempelajari matematika, yaitu: (1) dunia *embodied* (terwujud), yaitu dunia konseptual yang diwujudkan berdasarkan persepsi dan refleksi atas sifat-sifat objek; (2) dunia *proceptual*, yaitu dunia komputasi dan manipulasi, di mana simbol-simbol matematika (seperti  $f'(x)$ ) dipandang sebagai proses yang harus dilakukan (seperti *differentiation*) maupun konsep yang harus dipikirkan (seperti *derivative*); dan (3) dunia *axiomatic formal*, adalah dunia aksioma, definisi, atau teorema (Tall, 1991; Tall, 2002). Setiap dunia tidak hanya merepresentasikan cara berpikir (*way of thinking*), tetapi juga mencakup cara-cara membangun persepsi, melakukan tindakan dan refleksi, serta emosi dan makna yang menyertai pemikiran tersebut.

Konsep turunan fungsi sesungguhnya dapat diekspresikan secara visual dan dinamis sebagai perubahan kemiringan grafik fungsi yang dapat didekati dengan perhitungan numerik atau diekspresikan melalui rumus simbolik. Turunan fungsi memadukan imajinasi visual mahasiswa tentang perubahan kemiringan grafik

fungsi dan representasi simbolik dari turunan suatu fungsi. Selanjutnya, definisi turunan fungsi sebagai limit dapat dibangun melalui ide-ide yang terwujud (*embodied*) dan simbolik turunan fungsi. Kerangka TWM memperhitungkan perkembangan kognitif mahasiswa dengan mengusulkan aktivitas pembelajaran yang menggunakan pendekatan *embodied* (terwujud). Pendekatan *embodied* untuk kalkulus berfokus pada aktivitas belajar yang dapat memunculkan ide-ide persepsi mendasar sebelum memperkenalkan mahasiswa dengan simbol dan prosedur pada turunan fungsi. Mahasiswa difasilitasi untuk merasakan perubahan kemiringan grafik fungsi secara dinamis (*embodied*), kemudian mereka menghitung laju perubahan (*proceptual*), dan pada akhirnya mereka memperoleh definisi turunan fungsi sebagai limit (*axiomatic formal*).

Gagasan sentral dari pendekatan *embodied* untuk turunan fungsi dibangun melalui interaksi mahasiswa dengan gambar fisik suatu grafik fungsi. Strategi yang diusulkan oleh Tall (2012a) untuk merealisasikan pendekatan *embodied* berdasarkan kerangka TWM adalah dengan menggunakan program komputer yang dapat membuat *plotting* grafik secara dinamis, dan memperbesar tampilan grafik fungsi dan garis tangen sehingga setiap bagian grafik fungsi dan garis tangen dapat divisualisasikan dengan sangat jelas. Vivier (2010) turut mengusulkan pendekatan kegiatan pembelajaran dengan mengerjakan objek tangen dalam pengaturan grafis dan aljabar untuk menentukan objek tangen. Menurutnya, dengan *interplay* antara aproksimasi dan perhitungan yang tepat, transisi menuju analisis di mana gagasan mengenai laju perubahan sesaat sebagai limit dari laju perubahan rata-rata (*the average rate of change*) dapat dimunculkan. Pada pembelajaran dengan pendekatan *embodied*, program komputer berperan dalam memfasilitasi mahasiswa untuk menggerakkan objek tangen (*tangency point* atau garis tangen) di sepanjang grafik fungsi dan memperbesar tampilan grafik fungsi seperti yang diusulkan oleh Tall (1989).

Program komputer dinamis berguna untuk menunjukkan visualisasi grafik secara dinamis dan memberikan komputasi numerik dan simbolis yang akurat untuk pembelajaran turunan fungsi (Tall, 2010). Program komputer dinamis memungkinkan pengguna untuk membuat objek (titik, garis, grafik fungsi), melakukan pengukuran (sudut, area, kemiringan garis), melakukan transformasi

(rotasi, pencerminan, simetri, pembesaran) dan melakukan manipulasi lainnya dari objek yang dipilih atau dibangun. Selain itu, fitur *drag* dan *animation* dari kebanyakan program dinamis dapat memfasilitasi lingkungan belajar untuk penemuan, eksperimen, melihat pola, menghasilkan dan menguji dugaan dan memvisualisasikan objek matematika (Caballero-Gonzalez & Bernal-Rodriguez, 2011; Herceg, 2010). Program komputer dinamis memfasilitasi mahasiswa untuk memvisualisasikan konsep matematika dalam banyak representasi (aljabar, numerik, dan grafis). Misalnya, mahasiswa dapat membuat tabel nilai, memasukkan persamaan, dan menggambar beragam grafik fungsi. Representasi dinamis dari objek matematika tersebut memungkinkan mahasiswa untuk memvisualisasikan masalah atau proses matematika dengan cara yang tidak mungkin dilakukan secara manual menggunakan kertas dan pensil (Sacristán dkk., 2010).

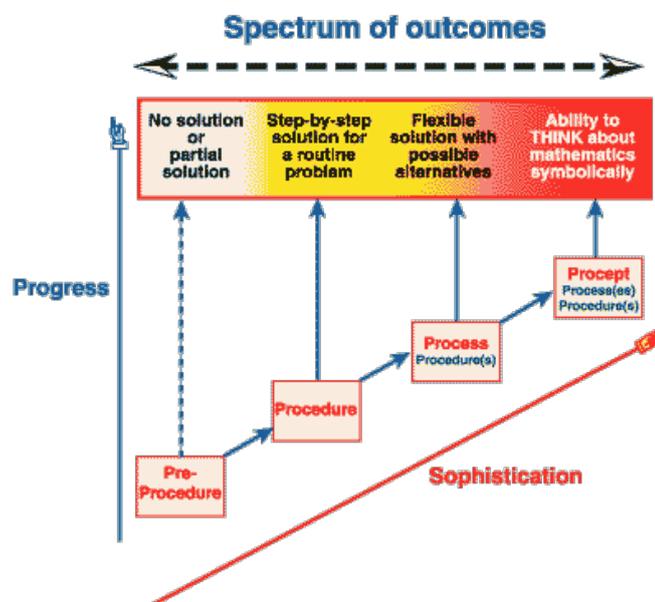
*Desmos Classroom Activities* (DCA) merupakan salah satu program komputer dinamis berbasis *website* yang memiliki banyak keunggulan dibandingkan program atau aplikasi lainnya, yaitu gratis, mudah digunakan, intuitif, dan *powerful* dalam membuat grafik (Ebert, 2014). Beigie (2014) dan Ebert (2014) dalam penelitiannya menyimpulkan bahwa DCA dapat membuat mahasiswa berpartisipasi aktif dalam pembelajaran matematika. DCA terbukti memberikan kesempatan bagi mahasiswa belajar konsep matematika secara produktif dan mendalam. Menurut Gulati (2017), keunggulan DCA adalah bahwa mahasiswa dapat diberikan kesempatan belajar matematika yang bermakna. Mahasiswa bisa menggunakan fitur "grafik" untuk membuat plot, menyampaikan idenya, berbagi temuan dengan mahasiswa dan meninjau capaian pembelajaran mereka sendiri. Selain itu, dosen dapat mengetahui kemajuan belajar setiap mahasiswa secara *real time* (Jon Orr, 2017). Dosen dapat menggunakan fitur "*pause*" untuk memastikan setiap mahasiswa fokus dengan diskusi kelas dan saling menanggapi temuan masing-masing. Dosen dapat mengidentifikasi mahasiswa yang membutuhkan dukungan khusus. Mahasiswa juga memperoleh kesempatan belajar sesuai dengan kemampuan dan kecepatan masing-masing. Dosen diharapkan dapat menyesuaikan kegiatan khusus untuk mahasiswanya guna memenuhi kebutuhan belajar setiap mahasiswa.

Berdasarkan paparan tersebut, DCA merupakan program komputer dinamis yang dapat memfasilitasi pembelajaran dengan pendekatan *embodied* guna mewujudkan persepsi mahasiswa terhadap turunan fungsi, mendukung mereka berpikir di dunia *proceptual*, sehingga pada akhirnya mereka dapat memahami definisi turunan fungsi sebagai limit. Selain itu, DCA merupakan program komputer dinamis dengan beragam fitur terkini yang memiliki banyak kelebihan dibanding program lainnya. Penggunaan DCA memungkinkan dosen untuk memonitor kemajuan belajar mahasiswa secara *real time*, yaitu dengan mengecek respons tertulis mahasiswa terhadap instruksi atau pertanyaan yang diajukan dosen melalui aktivitas-aktivitas pada DCA. Respons mahasiswa yang terekam pada DCA merupakan data yang dapat merepresentasikan hasil dari aktivitas berpikir mereka di tiga dunia matematika selama pembelajaran berlangsung, sehingga proses perkembangan kognitif mahasiswa dapat dianalisis lebih lanjut.

Pada studi kasus ini, peneliti mengembangkan kegiatan pembelajaran turunan fungsi menggunakan DCA dengan mengadaptasi ide-ide yang diajukan oleh Tall (2012a) pada kerangka TWM. Selanjutnya, peneliti mengimplementasikannya pada mata kuliah *Calculus and Analytical Geometry 1* dengan topik-topik bahasan *The Derivative and The Tangent Line Problems, Basic Differentiation Rules and Rates of Change, The Product and The Quotient Rules, and Higher-Order Derivatives, dan The Chain Rule*. Peneliti melakukan investigasi mendalam terhadap proses perkembangan kognitif mahasiswa selama pembelajaran turunan fungsi menggunakan DCA berlangsung. Hal tersebut dilakukan dengan menganalisis respons mahasiswa terhadap beragam aktivitas pada DCA yang melibatkan proses berpikir mereka di tiga dunia matematika (*embodied, proceptual, dan axiomatic formal*).

Perkembangan kognitif mahasiswa juga dievaluasi melalui pemberian kuis di setiap akhir pembelajaran topik tertentu. Tall & Mejia-Ramos (2004) mengklaim bahwa pemahaman mahasiswa terhadap konsep dasar kalkulus dikonstruksi melalui pemikiran dunia *embodied* dan dikembangkan lebih lanjut di dunia *proceptual*. Dalam mempelajari konsep turunan fungsi, mahasiswa program sarjana non matematika (*undergraduate students*) diharapkan mampu berpikir secara fleksibel di dunia *proceptual* dan memahami definisi turunan fungsi

sebagai limit. Berdasarkan Gray dan Tall (1994), kemampuan seseorang berpikir di dunia *proceptual* secara fleksibel merepresentasikan keberhasilannya mencapai spektrum *procept* (lihat Gambar 1.2). Oleh karena itu, setiap kuis dalam penelitian ini terdiri atas soal dengan spektrum capaian *procept* (Gray dan Tall, 1994) dan soal yang berkaitan dengan pembuktian turunan fungsi menggunakan definisi turunan fungsi sebagai limit (berpikir di dunia *axiomatic formal*). Mahasiswa juga diharapkan mampu menggambarkan representasi grafis dari soal dengan spektrum capaian *procept*. Peneliti juga melakukan *Focus Group Discussion* (FGD) terhadap beberapa responden terpilih untuk memperoleh gambaran mengenai pandangan mahasiswa terhadap pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM.



Gambar 1.2 Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa dalam Berpikir di Dunia *Proceptual*

Penelitian studi kasus ini memiliki beberapa aspek kebaruan yang membedakannya dengan penelitian-penelitian terdahulu. Fokus dari penelitian ini adalah menginvestigasi perkembangan kognitif mahasiswa yang mempelajari turunan fungsi dengan menggunakan DCA. Di mana aktivitas-aktivitas pada DCA dikembangkan secara khusus oleh peneliti dengan mengadaptasi ide-ide pada kerangka TWM, sehingga pembelajaran turunan fungsi pada penelitian ini berpotensi mendukung perkembangan kognitif mahasiswa. DCA juga merupakan program komputer dinamis dengan beragam fitur terkini sehingga lebih baik

dibandingkan dengan program komputer yang digunakan pada penelitian-penelitian terdahulu. Penggunaan DCA memungkinkan peneliti mengumpulkan respons mahasiswa yang merepresentasikan hasil dari proses berpikir mereka di tiga dunia matematika selama pembelajaran turunan fungsi berlangsung. Dalam studi ini, peneliti tidak hanya menganalisis spektrum capaian kognitif mahasiswa di dunia *proceptual*, tetapi juga kemampuan mahasiswa dalam membuktikan turunan fungsi menggunakan definisi turunan fungsi sebagai limit (berpikir di dunia *axiomatic formal*), dan keberhasilan mereka menggambarkan representasi grafis dari masalah turunan fungsi. Hasil penelitian ini dapat memberikan wawasan baru mengenai perkembangan kognitif mahasiswa dalam pembelajaran turunan fungsi menggunakan DCA yang secara khusus dikembangkan berdasarkan kerangka TWM.

## 1.2 Rumusan Masalah Penelitian

Penelitian terdahulu mendapati kasus di mana beberapa mahasiswa di Universitas Sampoerna mengalami kesulitan dalam memahami turunan fungsi dan definisi turunan fungsi sebagai limit. Kerangka Tiga Dunia Matematika (TWM) yang dikembangkan oleh Tall (2012a) merekomendasikan pendekatan *embodied* yang dapat mendukung perkembangan kognitif mahasiswa ketika mereka mempelajari turunan fungsi. Mahasiswa difasilitasi untuk merasakan perubahan dinamis yang terwujud (*embodied*), menghitung laju perubahan menggunakan manipulasi aritmetika dan aljabar yang cukup baik (dunia *proceptual*), dan pada akhirnya mereka dapat membuktikan turunan fungsi menggunakan limit (dunia *axiomatic formal*). Strategi yang diusulkan oleh Tall (2012a) untuk merealisasikan ide-ide pada kerangka TWM adalah dengan menggunakan program komputer yang dapat membuat *plotting* grafik fungsi dan garis tangen yang secara dinamis dapat digerakkan dan diperbesar tampilannya oleh mahasiswa. *Desmos Classroom Activities* (DCA) merupakan program komputer dinamis berbasis *website* memiliki banyak keunggulan, yaitu gratis, mudah digunakan, *powerful* dalam membuat grafik, intuitif, dan memfasilitasi mahasiswa berpartisipasi aktif dalam pembelajaran matematika.

Pada studi ini, peneliti mengembangkan DCA dengan mengadapatasi ide-ide pada kerangka TWM dan mengimplementasikannya pada pembelajaran turunan fungsi. Peneliti menginvestigasi perkembangan kognitif mahasiswa dalam pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM. Selanjutnya, dilakukan evaluasi terhadap perkembangan kognitif mahasiswa melalui pemberian kuis di setiap akhir pembelajaran pada topik-topik tertentu. Peneliti juga melakukan FGD terhadap beberapa responden terpilih untuk memperoleh gambaran mengenai pandangan mahasiswa terhadap pembelajaran turunan fungsi menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM.

Berdasarkan rumusan permasalahan tersebut, fokus penelitian ini adalah untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan penelitian berikut ini:

1. Bagaimanakah proses perkembangan kognitif mahasiswa dalam pembelajaran turunan fungsi menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM?
2. Dapatkah pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM mendukung perkembangan kognitif mahasiswa?
3. Bagaimana pandangan mahasiswa terhadap pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA?

Pertanyaan penelitian pertama dijawab peneliti dengan menginvestigasi perkembangan kognitif mahasiswa selama pembelajaran berlangsung, yang direpresentasikan oleh respons mahasiswa terhadap beragam aktivitas pada DCA yang melibatkan proses berpikir di tiga dunia matematika (*embodied, proceptual, dan axiomatic formal*). Sedangkan, pertanyaan kedua dijawab peneliti dengan menganalisis solusi yang dihasilkan mahasiswa dalam menjawab soal-soal pada setiap kuis yang mereka kerjakan setelah mengikuti pembelajaran pada topik tertentu. Lebih lanjut, pertanyaan penelitian ketiga dijawab peneliti dengan menganalisis hasil FGD yang disampaikan responden penelitian terkait pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM.

### 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah: (1) mengembangkan kegiatan pembelajaran turunan fungsi menggunakan DCA yang berdasarkan kerangka TWM; (2) memperoleh deskripsi tentang proses perkembangan kognitif mahasiswa dalam pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM; (3) menganalisis sejauh mana pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM dapat mendukung perkembangan kognitif mahasiswa; (4) memperoleh gambaran mengenai pandangan atau tanggapan mahasiswa terhadap pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM.

### 1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat praktis dan teoretis. Dari perspektif praktis, penelitian ini bermanfaat bagi dosen pengampu mata kuliah Kalkulus dengan memberikan deskripsi tentang bagaimana memfasilitasi pembelajaran turunan fungsi menggunakan DCA yang dapat mendukung perkembangan kognitif mahasiswa sesuai dengan kerangka TWM. Ide-ide pada kerangka TWM yang direalisasikan melalui pembelajaran menggunakan DCA tersebut dapat memberikan wawasan bagi dosen untuk memfasilitasi pembelajaran yang dapat mendukung perkembangan kognitif mahasiswa. Kegiatan pembelajaran tersebut diharapkan dapat mendukung mahasiswa memperoleh pemahaman yang lebih mendalam tentang turunan fungsi, sehingga memungkinkan mahasiswa memperoleh hasil belajar yang baik pada mata kuliah Kalkulus.

Lebih lanjut, penelitian ini juga dapat memberikan manfaat teoretis. Penelitian ini dapat berkontribusi terhadap bidang pendidikan matematika dengan menghasilkan studi yang mengkaji tentang proses perkembangan kognitif mahasiswa dalam mempelajari turunan fungsi dengan menggunakan DCA yang dikembangkan berdasarkan kerangka Tiga Dunia Matematika (TWM). Hasil penelitian ini juga dapat menjadi referensi bagi peneliti yang ingin melakukan studi lanjutan, yaitu mengenai pembelajaran menggunakan DCA yang dikembangkan berdasarkan ide-ide pada kerangka TWM dan berpotensi dapat mendukung perkembangan kognitif mahasiswa. Penelitian ini juga menekankan pentingnya

mempertimbangkan perkembangan kognitif mahasiswa ketika merancang aktivitas pembelajaran. Hal ini dapat mengarah pada praktik pedagogi yang dapat memfasilitasi mahasiswa memperoleh pemahaman yang mendalam mengenai turunan fungsi.

## 1.5 Definisi Istilah

Definisi istilah merupakan penjelasan dari istilah-istilah yang digunakan pada penelitian ini. Dengan diinformasikannya definisi istilah pada disertasi ini, dapat meminimalisir kemungkinan terjadinya kesalahpahaman pembaca terhadap istilah-istilah pada penelitian ini.

### 1. Kognisi

Kognisi adalah aktivitas mental yang mendukung kemampuan seseorang untuk memperoleh dan memproses pengetahuan (Craighero, 2014).

### 2. Perkembangan Kognitif

Menurut Gelman & Greeno (2004), perkembangan kognitif adalah proses perubahan dinamis dari beragam kemampuan mental seseorang yang terjadi di sepanjang hidupnya. Proses perkembangan kognitif mahasiswa pada penelitian ini direpresentasikan oleh berbagai aktivitas berpikir di tiga dunia matematika yang dilakukan mahasiswa selama pembelajaran turunan fungsi berlangsung. Aktivitas-aktivitas berpikir tersebut dianalisis peneliti melalui respons yang mahasiswa sampaikan pada DCA. Perkembangan kognitif mahasiswa dievaluasi melalui pemberian soal-soal kuis di setiap akhir pembelajaran topik tertentu. Masing-masing kuis terdiri atas soal dengan spektrum capaian *procept* berikut representasi grafisnya, dan soal pembuktian turunan fungsi dengan menggunakan definisi turunan fungsi sebagai limit (berpikir di dunia *axiomatic formal*). Perkembangan kognitif mahasiswa diindikasikan oleh adanya peningkatan persentase mahasiswa yang berhasil mencapai spektrum *procept*, menyelesaikan soal pembuktian turunan fungsi (berpikir di dunia *axiomatic formal*), dan menghasilkan representasi grafis dari masalah yang diberikan. Ada atau tidaknya peningkatan tersebut dapat dikonfirmasi dengan membandingkan data hasil kuis dan data *baseline*.

### 3. Pembelajaran Turunan Fungsi

Pembelajaran adalah proses interaksi peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar (Djamaluddin & Wardana, 2019). Pembelajaran turunan fungsi yang dimaksud pada penelitian ini adalah kegiatan belajar dan mengajar mengenai turunan fungsi yang melibatkan interaksi antara mahasiswa, dosen, dan DCA yang dikembangkan berdasarkan ide-ide pada kerangka TWM.

### 4. *Desmos Classroom Activities (DCA)*

*Desmos Classroom Activities (DCA)* merupakan program komputer dinamis yang dapat diakses secara gratis melalui *website* (<https://teacher.desmos.com/>). DCA memiliki beragam fitur terkini yang dapat memfasilitasi aktivitas-aktivitas belajar yang diusulkan pada kerangka TWM.

### 5. Kerangka Tiga Dunia Matematika (*The Three Worlds of Mathematics/ TWM*)

Berdasarkan Tall (2008), kerangka TWM menjelaskan proses mental seseorang dalam mempelajari matematika, yang terdiri atas: (1) dunia *embodied* (terwujud), (2) dunia *proceptual*, dan (3) dunia *axiomatic formal*.

### 6. Dunia *Embodied*

Dunia *embodied* adalah dunia konseptual yang diwujudkan berdasarkan persepsi dan refleksi atas sifat-sifat objek, yang pada awalnya dilihat dan dirasakan di dunia nyata kemudian dibayangkan dalam pikiran (Tall, 2008).

### 7. Pendekatan *Embodied*

Pendekatan *embodied* merupakan suatu pendekatan yang merealisasikan ide-ide pada kerangka TWM dengan gagasan sentral bahwa pembelajaran memfasilitasi interaksi mahasiswa dengan gambar fisik suatu grafik fungsi guna mewujudkan konsep turunan fungsi dan mendukung perkembangan pemikiran mahasiswa terhadap konsep tersebut secara simbolik (Tall, 2008).

### 8. *Embodied Operations*

Menurut Tall (2008), *embodied operations* merupakan aktivitas-aktivitas yang dilakukan mahasiswa sebagai representasi dari proses berpikirnya di dunia *embodied* dalam mewujudkan persepsi terhadap konsep turunan fungsi. *Embodied operations* direalisasikan melalui beragam aktivitas mahasiswa pada DCA, seperti aksi menggerakkan garis *secant* melalui dua titik pada suatu grafik guna memperoleh garis tangen, dan memperbesar tampilan grafik di dekat titik tertentu untuk melihatnya terlihat seperti garis lurus melalui pembesaran yang cukup besar.

#### 9. *Embodying Symbolism*

Berdasarkan Tall (2008), *embodying symbolism* adalah menghasilkan perwujudan dari suatu simbol matematika. *Embodying symbolism* merupakan bagian dari aktivitas berpikir di dunia *proceptual*.

#### 10. *Symbolizing Embodiment*

Berdasarkan Tall (2008), *symbolizing embodiment* adalah menghasilkan suatu simbol matematika berdasarkan perwujudannya. *Symbolizing embodiment* merupakan bagian dari aktivitas berpikir di dunia *proceptual*.

#### 11. Dunia *Proceptual*

Berdasarkan Tall (2008), dunia *proceptual* adalah dunia komputasi dan manipulasi. Di dunia *proceptual*, simbol-simbol matematika (seperti  $f'(x)$ ) dipandang sebagai proses yang harus dilakukan (seperti *differentiation*) maupun konsep yang harus dipikirkan (seperti *derivative*).

#### 12. *Procept*

Teori *procept* pada dasarnya berkaitan dengan simbol-simbol yang mewakili proses ‘untuk dilakukan’ dan konsep ‘untuk dipikirkan’, serta kemampuan yang diperlukan untuk beralih secara fleksibel antara proses dan konsep (Gray dan Tall, 1994).

#### 13. Dunia *Axiomatic Formal*

Dunia *axiomatic formal* berkembang dari sifat-sifat yang muncul dalam dunia *embodied* dan dunia *proceptual*, yang menghasilkan aksioma, definisi, atau teorema (Tall, 1991; Tall, 2002).

## 1.6 Struktur Organisasi Disertasi

Sistematika penulisan disertasi ini terdiri dari lima bagian pokok yang masing-masing saling mendukung dan melengkapi. Bab pertama, berisi pendahuluan yang terdiri atas latar belakang masalah penelitian, rumusan masalah penelitian, tujuan penelitian, manfaat penelitian, definisi istilah, dan struktur organisasi disertasi. Latar belakang masalah penelitian berisi alasan yang melatarbelakangi dipilihnya permasalahan yang akan diteliti. Rumusan masalah menguraikan pokok permasalahan yang berkaitan dengan penelitian studi kasus yang dilakukan. Tujuan penelitian menjelaskan mengenai maksud dari dilakukannya penelitian. Definisi istilah menjelaskan makna dari istilah-istilah yang digunakan dalam penelitian disertasi ini. Struktur organisasi disertasi memaparkan bagian-bagian dari disertasi yang disusun beserta deskripsi singkat isinya. Selanjutnya, pada bab kedua akan dipaparkan kajian literatur mengenai perkembangan kognitif dan kerangka Tiga Dunia Matematika (TWM), turunan fungsi dan pembelajarannya, DCA, dan beberapa penelitian yang relevan dalam kaitannya dengan topik penelitian ini. Pada bab ketiga akan dipaparkan metode penelitian, yang secara umum akan dituliskan tentang bagaimana peneliti merancang penelitiannya dari mulai pendekatan penelitian yang diterapkan, instrumen yang digunakan, tahapan pengumpulan data yang dilakukan, hingga langkah-langkah analisis data yang dilaksanakan dalam penelitian.

Pada bab keempat disampaikan temuan penelitian yang diperoleh dari hasil analisis terhadap respons mahasiswa pada DCA, spektrum capaian kognitif mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal kuis yang diberikan setelah mereka menyelesaikan pembelajaran pada topik tertentu, dan *Focus Group Discussion* (FGD) terhadap beberapa responden penelitian. Kemudian, peneliti juga menuliskan pembahasan hasil penelitian yang menjawab setiap pertanyaan penelitian yang diajukan. Bab kelima mencakup kesimpulan, implikasi, dan rekomendasi untuk penelitian lanjutan. Pada bagian kesimpulan, peneliti menyampaikan paparan dari temuan penelitian yang menjawab ketiga pertanyaan

penelitian. Peneliti juga menyampaikan implikasi penelitian dengan mengajukan hal-hal penting yang dapat dimanfaatkan dari hasil penelitian. Rekomendasi juga disampaikan untuk potensi dilakukannya penelitian lanjutan dengan mengacu pada hasil penelitian dan keterbatasan yang muncul pada penelitian. Pada bagian akhir adalah daftar pustaka yang berisi seluruh sumber referensi yang digunakan oleh peneliti dalam menulis disertasi ini.