

**PERKEMBANGAN KOGNITIF MAHASISWA DALAM
PEMBELAJARAN TURUNAN FUNGSI MENGGUNAKAN
DESMOS CLASSROOM ACTIVITIES BERDASARKAN
KERANGKA TIGA DUNIA MATEMATIKA: SUATU STUDI KASUS**

DISERTASI

Diajukan untuk memenuhi sebagian syarat untuk memperoleh gelar
Doktor Pendidikan Matematika



Oleh
Desyarti Safarini TLS
NIM 1906685

**PROGRAM STUDI S3 PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA**

2024

LEMBAR HAK CIPTA

**PERKEMBANGAN KOGNITIF MAHASISWA
DALAM PEMBELAJARAN TURUNAN FUNGSI MENGGUNAKAN
DESMOS CLASSROOM ACTIVITIES BERDASARKAN
KERANGKA TIGA DUNIA MATEMATIKA: SUATU STUDI KASUS**

Oleh

Desyarti Safarini TLS

S.Pd., Universitas Negeri Jakarta, 2007

M.Si., Institut Pertanian Bogor, 2009

Sebuah Disertasi yang diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Doktor Pendidikan (Dr.) pada Fakultas Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

@ Desyarti Safarini TLS 2024

Universitas Pendidikan Indonesia

Juni 2024

Hak Cipta dilindungi undang-undang.

Disertasi ini tidak boleh diperbanyak seluruhnya atau sebagian, dengan dicetak ulang, difotokopi, atau cara lainnya tanpa ijin dari penulis.

Desyarti Safarini TLS, 2024

**PERKEMBANGAN KOGNITIF MAHASISWA DALAM PEMBELAJARAN TURUNAN FUNGSI
MENGGUNAKAN *DESMOS CLASSROOM ACTIVITIES* BERDASARKAN KERANGKA TIGA DUNIA
MATEMATIKA: SUATU STUDI KASUS**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

LEMBAR PENGESAHAN DISERTASI

DESYARTI SAFARINI TLS

**PERKEMBANGAN KOGNITIF MAHASISWA
DALAM PEMBELAJARAN TURUNAN FUNGSI MENGGUNAKAN
DESMOS CLASSROOM ACTIVITIES BERDASARKAN
KERANGKA TIGA DUNIA MATEMATIKA: SUATU STUDI KASUS**

Disetujui dan Disahkan oleh:



Prof. Dr. H. Darhim, M.Si.
Promotor merangkap Ketua



Prof. Dr. H. Dadang Juandi, M.Si.
Ko-promotor merangkap Sekretaris



Prof. Siti Fatimah, S.Pd., M.Si., Ph.D.
Anggota Penguji



Prof. Dr. H. Wahyudin, M.Pd.
Anggota Penguji



Prof. Dr. Suyono, M.Si.
Penguji Luar Universitas

Mengetahui,
Ketua Program Studi Pendidikan Matematika
Universitas Pendidikan Indonesia



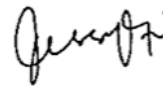
Prof. Al Jupri, S.Pd., M.Sc., Ph.D.
NIP. 198205102005011002

PERNYATAAN KEASLIAN DISERTASI

Dengan ini saya menyatakan bahwa disertasi dengan judul "Perkembangan Kognitif Mahasiswa dalam Pembelajaran Turunan Fungsi Menggunakan *Desmos Classroom Activities* Berdasarkan Kerangka Tiga Dunia Matematika: Suatu Studi Kasus", beserta seluruh isinya adalah benar-benar karya saya sendiri. Saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika ilmu yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung tindakan/sanksi apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran etika keilmuan atau ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya saya ini.

Bandung, 10 Juni 2024

Yang membuat pernyataan,



Desyarti Safarini TLS

KATA PENGANTAR

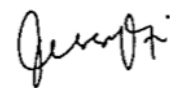
Penulis bersyukur kepada Allah SWT atas segala rahmatNya sehingga Disertasi ini dapat diselesaikan. Penyusunan Disertasi dengan judul "Perkembangan Kognitif Mahasiswa dalam Pembelajaran Turunan Fungsi Menggunakan *Desmos Classroom Activities* Berdasarkan Kerangka Tiga Dunia Matematika: Suatu Studi Kasus", menjadi salah satu persyaratan bagi penulis untuk memperoleh gelar Doktor Pendidikan Matematika di Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung.

Dengan diselesaikannya Disertasi ini, penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada:

- Prof. H. Darhim, M.Si., sebagai Promotor 1 yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan masukan terhadap Disertasi ini.
- Prof. Dr. H. Dadang Juandi, M.Si., sebagai Promotor 2 yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan masukan terhadap Disertasi ini.
- Prof. Siti Fatimah, S.Pd., M.Si., Ph.D., sebagai salah satu Penguji pada Ujian Tahap 1 dan Ujian Tahap 2 yang telah memberikan masukan terhadap Disertasi ini.
- Prof. Dr. H. Wahyudin, M.Pd., sebagai salah satu Penguji pada Ujian Tahap 1 dan Ujian Tahap 2 yang telah memberikan masukan terhadap Disertasi ini.
- Prof. Dr. Suyono, M.Si., sebagai salah satu Penguji pada Ujian Tahap 1 dan Ujian Tahap 2 yang telah memberikan masukan terhadap Disertasi ini.
- Prof. Al Jupri, S.Pd., M.Sc., Ph.D., selaku Ketua Departemen Pendidikan Matematika, FPMIPA Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung.
- Prof. H. Yaya S. Kusumah, M.Sc., Ph.D., yang telah memberikan masukan terhadap Disertasi ini.
- Keluarga, para sahabat, kolega, dan civitas akademika di Universitas Pendidikan Indonesia dan Universitas Sampoerna yang senantiasa memberikan inspirasi, doa, dan dukungan selama masa studi S3.
- Lembaga Pengelola Dana Pendidikan (LPDP) yang telah memberikan beasiswa sehingga penulis dapat memperoleh kesempatan melanjutkan studi di jenjang S3.
- Semua pihak yang telah memberikan perhatian dan dukungan kepada penulis dalam penyusunan Disertasi ini.

Penulis menyadari masih terdapat banyak kekurangan dalam Disertasi ini. Oleh karena itu, penulis menerima dengan terbuka segala kritik dan saran yang membangun untuk perbaikan Disertasi ini di masa depan. Penulis berharap Disertasi ini dapat bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan khususnya di bidang Pendidikan Matematika.

Jakarta, 10 Juni 2024



Desyarti Safarini TLS

Desyarti Safarini TLS, 2024

**PERKEMBANGAN KOGNITIF MAHASISWA DALAM PEMBELAJARAN TURUNAN FUNGSI
MENGGUNAKAN DESMOS CLASSROOM ACTIVITIES BERDASARKAN KERANGKA TIGA DUNIA
MATEMATIKA: SUATU STUDI KASUS**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

ABSTRAK

Desyarti Safarini TLS (1906685). Perkembangan Kognitif Mahasiswa dalam Pembelajaran Turunan Fungsi Menggunakan *Desmos Classroom Activities* Berdasarkan Kerangka Tiga Dunia Matematika: Suatu Studi Kasus.

Pada *preliminary study*, didapati beberapa mahasiswa Universitas Sampoerna mengalami kesulitan dalam memahami konsep turunan fungsi. Kerangka Tiga Dunia Matematika (TWM) merekomendasikan pendekatan *embodied* guna mendukung perkembangan kognitif mahasiswa melalui penggunaan program komputer dinamis. Penelitian studi kasus ini bertujuan untuk menginvestigasi perkembangan kognitif mahasiswa dalam pembelajaran turunan fungsi menggunakan *Desmos Classroom Activities* (DCA) yang dikembangkan berdasarkan ide-ide pada kerangka TWM. Dua puluh lima orang mahasiswa tahun pertama yang mengambil mata kuliah *Calculus and Analytical Geometry 1* menyampaikan responsnya terhadap kegiatan pembelajaran yang menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM. Spektrum capaian kognitif mahasiswa diukur melalui solusi yang mereka hasilkan terhadap soal-soal pada keempat kuis. Perkembangan kognitif mahasiswa selama pembelajaran berlangsung direpresentasikan oleh berbagai aktivitas berpikir di dunia *embodied*, dunia *proceptual*, dan dunia *axiomatic formal*. Pada studi ini, mahasiswa melakukan *embodied operations*, menyelesaikan soal-soal turunan fungsi (berpikir di dunia *proceptual*), menemukan beragam konsep, dan membuktikan aturan-aturan turunan fungsi (berpikir di dunia *axiomatic formal*). Pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA berdasarkan kerangka TWM dapat mendukung perkembangan kognitif mahasiswa. Hasil kuis menunjukkan bahwa mayoritas mahasiswa dapat mencapai spektrum *procept* pada keempat kuis. Hampir semua mahasiswa mampu berpikir di dunia *axiomatic formal* dengan membuktikan turunan fungsi. Sebagian besar mahasiswa juga dapat menggambarkan representasi grafis dari soal-soal pada keempat kuis. Hasil *Focus Group Discussion* terhadap tujuh orang mahasiswa terpilih juga mengkonfirmasi bahwa mahasiswa memiliki pandangan yang positif terhadap pembelajaran turunan fungsi yang menggunakan DCA. Penelitian ini mengimplikasikan bahwa penggunaan DCA yang dikembangkan berdasarkan kerangka TWM dapat menjadi strategi alternatif yang dapat mendukung perkembangan kognitif mahasiswa dalam mempelajari turunan fungsi.

Kata Kunci: Perkembangan kognitif, Turunan, *Desmos Classroom Activities* (DCA), Tiga Dunia Matematika (TWM)

Desyarti Safarini TLS, 2024

**PERKEMBANGAN KOGNITIF MAHASISWA DALAM PEMBELAJARAN TURUNAN FUNGSI
MENGUNAKAN DESMOS CLASSROOM ACTIVITIES BERDASARKAN KERANGKA TIGA DUNIA
MATEMATIKA: SUATU STUDI KASUS**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

ABSTRACT

Desyarti Safarini TLS (1906685). *Students' Cognitive Development in Learning Derivatives Using Desmos Classroom Activities Based on the Three Worlds of Mathematics: A Case Study.*

The preliminary study found that some Sampoerna University students had difficulty understanding the derivative of a function. The Three Worlds of Mathematics (TWM) framework recommends an embodied approach to support students' cognitive development through dynamic software. This case study research investigates students' cognitive development in learning the derivatives using Desmos Classroom Activities (DCA) based on the TWM framework. Twenty-five first-year students who took Calculus and Analytical Geometry 1 responded to the learning activities of the derivatives using DCA based on the TWM framework. Students' cognitive spectrum outcomes were measured through the solutions they produced to the problems in the four quizzes conducted at the end of each learning topic. Various thinking activities in the embodied, proceptual, and axiomatic formal worlds represent students' cognitive development. In this study, students can perform embodied operations on the graph of functions and tangent lines, solve the derivatives problems (thinking in the proceptual world), find concepts, and prove differentiation rules (thinking in the axiomatic formal world). The learning activities using DCA based on the TWM framework can support students' cognitive development. The results of the quizzes show that most students can reach the procept spectrum in all four quizzes. Almost all students can demonstrate their ability to think in the axiomatic formal world by proving the derivatives. Furthermore, many students can draw the graphical representation of the problems in all four quizzes. Seven selected students involved in the Focus Group Discussion confirmed that they have a favorable view of learning activities using DCA. This study implies that using DCA based on the TWM framework can be an alternative strategy that can support students' cognitive development in learning derivatives.

Keywords: *Cognitive Development, Derivatives, Desmos Classroom Activities (DCA), Three Worlds of Mathematics (TWM)*

DAFTAR ISI

LEMBAR HAK CIPTA.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN DISERTASI.....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN DISERTASI	iv
KATA PENGANTAR.....	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xxiv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang Penelitian.....	1
1.2 Rumusan Masalah Penelitian.....	8
1.3 Tujuan Penelitian.....	10
1.4 Manfaat Penelitian.....	10
1.5 Definisi Istilah	11
1.6 Struktur Organisasi Disertasi.....	14
BAB II KAJIAN PUSTAKA	16
2.1 Perkembangan Kognitif dan Kerangka Tiga Dunia Matematika (TWM).....	16
2.1.1 Perkembangan Kognitif.....	16
2.1.2 Kerangka Tiga Dunia Matematika (<i>The Three Worlds of Mathematics</i>)	19
2.1.3 Spektrum Capaian Kognitif di Dunia <i>Proceptual</i>	21
2.2 Kalkulus Turunan (<i>Derivative Calculus</i>)	24
2.2.1 Turunan Fungsi.....	25
2.2.2 Turunan Fungsi dan Permasalahan Garis Tangen	26
2.3 Pembelajaran Turunan Fungsi.....	28
2.3.1 Bagaimana Mahasiswa Belajar Turunan Fungsi	28
2.3.2 Tantangan dalam Pembelajaran Turunan Fungsi.....	30

2.3.3	Metode Pengajaran Turunan Fungsi	31
2.3.4	Pendekatan <i>Embodied</i> untuk Pembelajaran Turunan Fungsi berdasarkan Kerangka Tiga Dunia Matematika	32
2.4	Peran Program Komputer Dinamis pada Pembelajaran Turunan Fungsi	37
2.5	<i>Desmos Classroom Activities</i> (DCA)	39
2.6	Penelitian yang Relevan	44
BAB III METODE PENELITIAN		50
3.1	Fondasi Filosofis Penelitian.....	50
3.2	Desain Penelitian	51
3.3	Kerangka Kerja Penelitian Pendidikan Matematika.....	52
3.4	Alur Pikir Penelitian	55
3.5	Partisipan dan Tempat Penelitian	57
3.6	Teknik Pengumpulan Data	60
3.7	Instrumen Penelitian	61
3.8	Prosedur Penelitian	75
3.9	Analisis Data.....	76
3.10	Validitas, Kredibilitas, dan Kepercayaan Data.....	77
3.11	Siklus ACE sebagai Strategi Kegiatan Perkuliahan	78
3.12	Isu Etik.....	83
BAB IV TEMUAN DAN PEMBAHASAN		84
4.1	Temuan	84
4.1.1	Proses Perkembangan Kognitif Mahasiswa dalam Pembelajaran Topik <i>the Derivatives and the Tangent Line Problems</i> Menggunakan DCA berdasarkan Kerangka TWM	84
4.1.2	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa setelah Mempelajari Topik <i>the Derivatives and the Tangent Line Problems</i>	109
4.1.3	Proses Perkembangan Kognitif Mahasiswa dalam Pembelajaran Topik <i>Basic Differentiation Rules</i> Menggunakan DCA berdasarkan Kerangka TWM.....	136
4.1.4	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa setelah Mempelajari Topik <i>Basic Differentiation Rules</i>	177

4.1.5	Proses Perkembangan Kognitif Mahasiswa dalam Pembelajaran Topik <i>The Product and The Quotient Rules</i> Menggunakan DCA berdasarkan Kerangka TWM.....	190
4.1.6	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa setelah Mempelajari Topik <i>The Product and The Quotient Rules</i>	237
4.1.7	Proses Perkembangan Kognitif Mahasiswa dalam Pembelajaran Topik <i>The Chain Rule</i> Menggunakan DCA berdasarkan Kerangka TWM.....	253
4.1.8	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa setelah Mempelajari Topik <i>The Chain Rule</i>	271
4.1.9	Hasil <i>Focus Group Discussion</i> (FGD) terhadap Responden Penelitian	283
4.2	Pembahasan	303
4.2.1	Pertanyaan Penelitian 1: Bagaimanakah Proses Perkembangan Kognitif Mahasiswa dalam Pembelajaran Turunan Fungsi Menggunakan DCA berdasarkan Kerangka TWM?.....	303
4.2.2	Pertanyaan Penelitian 2: Dapatkah Pembelajaran Turunan Fungsi yang Menggunakan DCA berdasarkan Kerangka TWM Mendukung Perkembangan Kognitif Mahasiswa?	318
4.2.3	Pertanyaan Penelitian 3: Bagaimana Pandangan Mahasiswa terhadap Pembelajaran Turunan Fungsi yang Menggunakan Desmos Classroom Activities (DCA)?	328
BAB V KESIMPULAN, IMPLIKASI, DAN REKOMENDASI		
PENELITIAN.....		331
5.1	Kesimpulan Penelitian.....	331
5.2	Implikasi Penelitian	332
5.3	Rekomendasi Penelitian	333
DAFTAR PUSTAKA		334

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	<i>Symbols as Process and Concept</i>	22
Tabel 3.1	Partisipan Penelitian.....	59
Tabel 3.2	Aspek-Aspek Penilaian pada Uji Validasi Ahli	62
Tabel 3.3	Hasil Uji Validasi Ahli.....	63
Tabel 3.4	Capaian Pembelajaran dan Tautan Akses Keenam DCA	67
Tabel 3.5	Panduan Observasi Pembelajaran Mengacu pada Kerangka Tiga Dunia Matematika.....	73
Tabel 3.6	Topik Bahasan dan Hasil Belajar Mahasiswa.....	80
Tabel 4.1	Pemetaan Capaian Pembelajaran Topik <i>the Derivatives and the Tangent Line Problems</i> dengan Aktivitas Berpikir di Tiga Dunia Matematika.....	84
Tabel 4.2	Pemetaan Soal Latihan Mandiri dengan Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa	99
Tabel 4.3	Soal-Soal pada Kuis 1	109
Tabel 4.4	<i>Errors</i> pada Solusi Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal 1a dan Soal 1b.....	122
Tabel 4.5	<i>Errors</i> pada Solusi Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal 2 ..	132
Tabel 4.6	Pemetaan Capaian Pembelajaran Topik <i>Basic Differentiation Rules</i> dengan Aktivitas Berpikir di Tiga Dunia Matematika.....	137
Tabel 4.7	Pemetaan Soal Latihan Mandiri dengan Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa	171
Tabel 4.8	Soal-Soal pada Kuis 2	177
Tabel 4.9	Dualitas Proses dan Konsep dalam Penyelesaian Soal Kedua..	183
Tabel 4.10	<i>Errors</i> pada Solusi Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal 2 ..	185
Tabel 4.11	Pemetaan Capaian Pembelajaran Topik <i>The Product and The Quotient Rules</i> dengan Aktivitas Berpikir di Tiga Dunia Matematika.....	190
Tabel 4.12	Pemetaan Soal Latihan Mandiri dengan Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa	229
Tabel 4.13	Soal-Soal pada Kuis 3	237

Tabel 4.14	Dualitas Proses dan Konsep dalam Penyelesaian Soal Pertama	246
Tabel 4.15	<i>Errors</i> pada Solusi Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal 1 ..	248
Tabel 4.16	Pemetaan Capaian Pembelajaran Topik <i>The Chain Rule</i> dengan Aktivitas Berpikir di Tiga Dunia Matematika	254
Tabel 4.17	Pemetaan Soal Latihan Mandiri dengan Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa	266
Tabel 4.18	Soal-Soal pada Kuis 4	271
Tabel 4.19	Dualitas Proses dan Konsep dalam Penyelesaian Soal Pertama	278
Tabel 4.20	<i>Errors</i> pada Solusi Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal 1 dan Soal 2.....	280
Tabel 4.21	Aktivitas Berpikir di Tiga Dunia Matematika	312

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	Jawaban Ketiga Responden pada Penelitian Pendahuluan	2
Gambar 1.2	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa.....	7
Gambar 2.1	<i>Cognitive Development through the Three Worlds of Mathematics</i>	20
Gambar 2.2	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa dalam Berpikir di Dunia <i>Proceptual</i>	23
Gambar 2.3	Peta Konsep Turunan Fungsi	26
Gambar 2.4	Contoh-Contoh Garis Tangen	26
Gambar 2.5	Representasi Garis <i>Secant</i>	27
Gambar 2.6	Aproksimasi Kemiringan Garis Tangen Melalui Kemiringan Garis <i>Secant</i>	27
Gambar 2.7	Mahasiswa Menelusuri Grafik dengan Jari dan Merasakan Perubahan Kemiringan.....	33
Gambar 2.8	Simulasi Seseorang Merasakan Perwujudan Perubahan Kemiringan Garis Tangen.....	34
Gambar 2.9	Korespondensi antara Visualisasi Dinamis dan Simbolisasi	35
Gambar 2.10	Turunan Fungsi $f(x) = x^3$	35
Gambar 2.11	Laman https://teacher.desmos.com/	40
Gambar 2.12	Tampilan Muka (<i>Home</i>) DCA	40
Gambar 2.13	Tampilan Fitur <i>Pause Class</i>	41
Gambar 2.14	Tampilan Fitur <i>Teacher Pacing</i>	41
Gambar 2.15	Tampilan Fitur <i>Anonymize</i>	42
Gambar 2.16	Tampilan Fitur <i>Snapshots</i>	42
Gambar 3.1	Kerangka Kerja Penelitian Pendidikan Matematika	52
Gambar 3.2	Alur Pikir Penelitian.....	57
Gambar 3.3	Siklus Pengajaran ACE.....	79
Gambar 4.1	Respons VIN	85
Gambar 4.2	Respons SHAH	85
Gambar 4.3	Respons HR.....	85
Gambar 4.4	Tampilan Eksplorasi Garis <i>Secant</i> dan Kemiringannya.....	86

Gambar 4.5	Mahasiswa Menggerakkan Kedua Titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) Menjadi Sangat Dekat Satu Sama Lain Sehingga Terlihat Garis Tangen.....	86
Gambar 4.6	Tampilan <i>Screen</i> yang Menunjukkan Perbedaan Garis <i>Secant</i> dan Garis Tangen Secara Visual	86
Gambar 4.7	Tampilan <i>Screen</i> ZEA saat Menggerakkan Dua Buah Titik $(x, f(x))$ dan $(c, f(c))$ Menjadi Semakin Dekat Satu Sama Lain.	86
Gambar 4.8	Respons ERW terkait Kemiringan Garis <i>Secant</i>	88
Gambar 4.9	Penjelasan mengenai Hubungan antara Garis <i>Secant</i> dan Garis Tangen.....	88
Gambar 4.10	Penjelasan mengenai Kemiringan Garis Tangen yang Diperoleh Melalui Kemiringan Garis <i>Secant</i> ketika Kedua Titik yang Dilalui Berhimpit.....	88
Gambar 4.11	Penjelasan mengenai Definisi Garis Tangen dengan Kemiringan m	88
Gambar 4.12	Visualisasi Garis Tangen (Garis Berwarna Hijau) dan Bukan Garis Tangen (Garis Berwarna Kuning).....	89
Gambar 4.13	Respons ERW dalam Menentukan Interval untuk Ketiga Jenis Nilai Kemiringan Garis Tangen.	89
Gambar 4.14	Definisi Turunan Fungsi	89
Gambar 4.15	Tampilan <i>Screen</i> mengenai Konsep Turunan Fungsi Secara Umum dan Notasinya.....	89
Gambar 4.16	Respons ZEA terkait Kemiringan Garis Tangen dari Grafik Fungsi $f(x) = x^2$ pada $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$	90
Gambar 4.17	Respons Mahasiswa HR terkait <i>Plotting</i> Nilai Kemiringan Garis Tangen untuk Masing-Masing Nilai x , dan Kesimpulan atas Temuannya.....	90
Gambar 4.18	Respons BRY terkait Pembuktian bahwa Turunan Fungsi $f(x) = x^2$ adalah $f'(x) = 2x$	91
Gambar 4.19	Tampilan <i>Screen</i> terkait Penjelasan <i>Differentiability</i> dan <i>Continuity</i>	92

Gambar 4.20	Respons BAT mengenai <i>Differentiability</i> dan <i>Continuity</i> Fungsi $f(x) = x-2 $ pada $x = 2$	92
Gambar 4.21	Soal mengenai <i>Continuity</i> dan <i>Differentiability</i> pada Fungsi $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$	93
Gambar 4.22	Sampel Respons NIS.....	93
Gambar 4.23	Tampilan <i>Screen</i> yang Menampilkan Hubungan antara Konsep Kontinuitas (<i>Continuity</i>) dan Konsep Fungsi Terdiferensialkan (<i>Differentiability</i>)	93
Gambar 4.24	Sampel Kesimpulan AUR dan BAT mengenai Fungsi $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ yang Kontinu tetapi Tidak Memiliki Turunan Fungsi pada $x = 0$	93
Gambar 4.25	Tampilan Keempat Pasang Kartu Hasil Kerja Mahasiswa ANG	94
Gambar 4.26	Tampilan Respons VIN dan NAD	95
Gambar 4.27	Refleksi ZEA.....	95
Gambar 4.28	Jawaban NIS.....	110
Gambar 4.29	Jawaban AVEL	111
Gambar 4.30	Jawaban ANG	111
Gambar 4.31	Jawaban BRY untuk Soal 1b dan 1c	112
Gambar 4.32	Jawaban AVEL untuk Soal 1b dan Soal 1c	113
Gambar 4.33	Jawaban MATHER	114
Gambar 4.34	Jawaban KEN.....	114
Gambar 4.35	Jawaban FAK	115
Gambar 4.36	Jawaban IKH untuk Soal 1b.....	116
Gambar 4.37	Jawaban RUB untuk Soal 1b dan Soal 1c.....	117
Gambar 4.38	Jawaban ERW untuk Soal 1b dan Soal 1c	117
Gambar 4.39	Jawaban NAD untuk Soal 1b	118
Gambar 4.40	Jawaban NAD untuk Soal 1c	118
Gambar 4.41	Jawaban YUN untuk Soal 1c	119
Gambar 4.42	Jawaban SHAH untuk Soal 1c	119
Gambar 4.43	Jawaban JOS untuk Soal 1c	120
Gambar 4.44	Jawaban NIEL untuk Soal 1c	120

Gambar 4.45	Dualitas Proses dan Konsep Matematika (<i>Proceptual Thinking</i>) dalam Menyelesaikan Soal 1b.....	121
Gambar 4.46	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal-Soal 1a, 1b, dan 1c pada Kuis 1	125
Gambar 4.47	Solusi BRY.....	127
Gambar 4.48	Jawaban MAR.....	127
Gambar 4.49	Representasi Grafis yang Dihasilkan YUN.....	128
Gambar 4.50	Jawaban KIR untuk Soal 2	128
Gambar 4.51	Jawaban KEN untuk Soal 2.....	128
Gambar 4.52	Jawaban FAK untuk Soal 2.....	129
Gambar 4.53	Jawaban ZEA	130
Gambar 4.54	Dualitas Proses dan Konsep Matematika dalam Menyelesaikan Soal 2.....	131
Gambar 4.55	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa dalam Menyelesaikan Permasalahan <i>Differentiability</i> pada Kuis 1	135
Gambar 4.56	Grafik Fungsi Konstan $f(x) = 7$ dan Grafik $f'(x)$	138
Gambar 4.57	Aturan Turunan Fungsi Konstan.....	138
Gambar 4.58	Respons ZEA terkait Pembuktian Aturan Turunan Fungsi Konstan	139
Gambar 4.59	Representasi Grafis dari Fungsi $f(x) = x^3$ dan Turunannya.....	139
Gambar 4.60	Tampilan <i>Screen</i> Kegiatan Mengisi Tabel Turunan dari Kelima Fungsi Polinom	140
Gambar 4.61	Pembuktian Turunan Fungsi $f(x) = x$ oleh RUB	141
Gambar 4.62	Pembuktian Turunan Fungsi $f(x) = x^2$ oleh MAR.....	141
Gambar 4.63	Pembuktian Turunan Fungsi $f(x) = x^3$ oleh BAB.....	141
Gambar 4.64	Pembuktian Turunan Fungsi $f(x) = \sqrt{x}$ oleh NAD	141
Gambar 4.65	Pembuktian Turunan Fungsi $f(x) = \frac{1}{x}$ oleh HR	141
Gambar 4.66	Kesimpulan AVEL.....	141
Gambar 4.67	Kesimpulan ZEA.....	141
Gambar 4.68	Tampilan <i>Screen</i> Mahasiswa ketika Mereka Menginput Fungsi Polinom $f(x) = x^2$	142
Gambar 4.69	<i>Screen</i> yang Menampilkan <i>The Binomial Expansion</i>	143

Desyarti Safarini TLS, 2024

**PERKEMBANGAN KOGNITIF MAHASISWA DALAM PEMBELAJARAN TURUNAN FUNGSI
MENGUNAKAN DESMOS CLASSROOM ACTIVITIES BERDASARKAN KERANGKA TIGA DUNIA
MATEMATIKA: SUATU STUDI KASUS**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Gambar 4.70	Tampilan <i>Screen</i> Aturan Turunan Fungsi Ponomial Berderajat n	143
Gambar 4.71	Pembuktian <i>The Power Rule</i> oleh NIS.....	144
Gambar 4.72	Jawaban VIN.....	144
Gambar 4.73	Jawaban VIN.....	144
Gambar 4.74	Tampilan <i>The Constant Multiple Rule</i>	145
Gambar 4.75	Pembuktian <i>The Constant Multiple Rule</i> oleh SHAH.....	145
Gambar 4.76	Jawaban SHAH	145
Gambar 4.77	Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $f(x) = -5x^2$ dan Garis Tangen.....	146
Gambar 4.78	Solusi yang Diperoleh HR	146
Gambar 4.79	Tampilan <i>The Sum and The Difference Rules</i>	147
Gambar 4.80	Tampilan <i>Screen</i> BAB yang Berhasil Membuktikan <i>The Sum Rule</i>	147
Gambar 4.81	Jawaban SHAH	148
Gambar 4.82	Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $f(x) = \frac{(3x^7-5\sqrt{x}+1)}{x}$ dan Garis Tangen.....	148
Gambar 4.83	Soal mengenai Persamaan Garis Tangen	149
Gambar 4.84	Representasi Grafis dari $f(x) = \frac{(3x^7-5\sqrt{x}+1)}{x}$ dan Garis Tangen.....	149
Gambar 4.85	Tampilan <i>Screen</i> BAB ketika Menyelesaikan Permasalahan Garis Tangen.....	150
Gambar 4.86	<i>Screen</i> yang Menampilkan Aturan-Aturan Dasar Turunan Fungsi (<i>Basic Diffrentiation Rules</i>)	150
Gambar 4.87	Respons dari NIS.....	150
Gambar 4.88	Refleksi yang Disampaikan BAB	150
Gambar 4.89	Refleksi yang Disampaikan HR.....	151
Gambar 4.90	<i>Screen</i> yang Menampilkan Beragam Aturan Turunan Fungsi pada Pertemuan Tiga	151
Gambar 4.91	Respons ZEA	152

Gambar 4.92	Tampilan <i>Screen</i> ERW saat Dia Mengidentifikasi Turunan Fungsi $f(x) = \sin x$	152
Gambar 4.93	Tampilan <i>Screen</i> NIS saat Diat Mengidentifikasi Turunan dari $f(x) = \cos x$	153
Gambar 4.94	Tampilan Aturan Turunan Fungsi Sinus dan Cosinus	154
Gambar 4.95	Pembuktian yang Dihasilkan NIS	154
Gambar 4.96	Respons AUR.....	154
Gambar 4.97	Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $f(x) = a \sin x$	155
Gambar 4.98	Respons HR.....	156
Gambar 4.99	Kesimpulan VIN	156
Gambar 4.100	Respons NIEL	156
Gambar 4.101	Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $f(x) = e^x$ dan Garis Tangennya.....	157
Gambar 4.102	Jawaban IKH.....	157
Gambar 4.103	Respons ZEA	157
Gambar 4.104	Respons NIS.....	157
Gambar 4.105	Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $f(x) = (1 + \frac{x}{n})^n$	158
Gambar 4.106	Penjelasan mengenai Definisi e	159
Gambar 4.107	Pembuktian yang Diperoleh YUN	159
Gambar 4.108	Tampilan <i>Screen</i> BRY ketika Dia Menggunakan Aturan Turunan Fungsi Eksponensial.....	160
Gambar 4.109	Tampilan <i>Screen</i> mengenai <i>The Rate of Change</i>	161
Gambar 4.110	Tampilan <i>Screen</i> tentang Kecepatan Rata-rata dari Sebuah Bola Jatuh	161
Gambar 4.111	Visualisasi Bola Jatuh Menggunakan Fitur Grafik DCA.....	162
Gambar 4.112	Solusi dari Permasalahan Laju Perubahan Rata-rata Bola Jatuh yang Diperoleh ZEA	162
Gambar 4.113	Visualisasi dari Permasalahan Laju Perubahan Sesaat/Seketika.....	163
Gambar 4.114	Tampilan <i>Screen</i> mengenai Permasalahan Laju Perubahan Sesaat/Seketika.....	163

Gambar 4.115	Solusi dari Permasalahan Laju Perubahan Sesaat yang Diperoleh NIS	164
Gambar 4.116	Tampilan Poin-Poin Penting dari Konsep yang telah Dibahas .	164
Gambar 4.117	Refleksi Belajar Mahasiswa	165
Gambar 4.118	Solusi YUN	178
Gambar 4.119	Solusi JOS	179
Gambar 4.120	Jawaban JAM	180
Gambar 4.121	Jawaban MATHER	181
Gambar 4.122	Representasi Grafis dari RUB	182
Gambar 4.123	Representasi Grafis dari MAR	182
Gambar 4.124	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa pada Kuis 2	189
Gambar 4.125	<i>Screen</i> mengenai Riviur Aturan-Aturan Dasar Turunan Fungsi	192
Gambar 4.126	Strategi dalam Memperoleh Turunan Fungsi $f(x)$ dan Fungsi $g(x)$	192
Gambar 4.127	Kegiatan <i>Guess and Check</i> Formula <i>The Product Rule</i>	193
Gambar 4.128	Tampilan <i>Screen</i> NAD	194
Gambar 4.129	Tampilan <i>Screen</i> ZEA	194
Gambar 4.130	Pembuktian <i>The Product Rule</i> oleh NIS	195
Gambar 4.131	ASH Mengaplikasikan <i>The Product Rule</i>	196
Gambar 4.132	Permasalahan Garis Tangen terhadap Fungsi $f(x) = (x-1)e^x$ pada $x = 1$	196
Gambar 4.133	Kegiatan Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $f(x) = (x-1)e^x$ dan Garis Tangen	197
Gambar 4.134	Jawaban BRY	197
Gambar 4.135	Jawaban ZEA	198
Gambar 4.136	Jawaban NIS	199
Gambar 4.137	<i>Screen The Product Rule (Extended)</i>	199
Gambar 4.138	Pertanyaan Pembuka mengenai <i>The Quotient Rule</i>	200
Gambar 4.139	Jawaban AVEL	200
Gambar 4.140	Jawaban ZEA	200
Gambar 4.141	Jawaban JAM	200
Gambar 4.142	Pembuktian <i>The Quotient Rule</i> oleh NAD	202

Gambar 4.143	Jawaban NAD	202
Gambar 4.144	Permasalahan Garis Tangen terhadap $f(x) = \frac{3-\frac{1}{x}}{x+5}$ pada $x = 2$	203
Gambar 4.145	Eksplorasi terhadap Grafik $f(x) = \frac{3-\frac{1}{x}}{x+5}$ dan Garis Tangen	203
Gambar 4.146	Jawaban HR	204
Gambar 4.147	Soal Cerita mengenai Laju Perubahan Sesaat dari Populasi Bakteri.....	205
Gambar 4.148	Kegiatan Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $P(t) = 500 \left(1 + \frac{4t}{50+t^2}\right)$ dan Turunannya.....	205
Gambar 4.149	Jawaban NIS.....	206
Gambar 4.150	Tampilan Ringkasan Aturan-Aturan Turunan Fungsi.....	207
Gambar 4.151	Refleksi NAD.....	207
Gambar 4.152	Refleksi NIS	207
Gambar 4.153	Refleksi NIS	208
Gambar 4.154	Refleksi AUR.....	208
Gambar 4.155	Refleksi SHAH.....	208
Gambar 4.156	Refleksi ZEA.....	208
Gambar 4.157	Screen yang Menampilkan Ringkasan Aturan-Aturan Turunan Fungsi.....	209
Gambar 4.158	Respons BRY	209
Gambar 4.159	Respons RUB	209
Gambar 4.160	Respons HR.....	210
Gambar 4.161	Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $f(x) = \tan x$ dan Turunannya	211
Gambar 4.162	Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi Trigonometri Lainnya dan Turunannya	211
Gambar 4.163	Respons BRY	212
Gambar 4.164	Respons KIR	213
Gambar 4.165	Respons HR.....	213
Gambar 4.166	Jawaban KIR	214

Gambar 4.167	Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $f(x) = \sec x$ dan Garis Tangen.....	215
Gambar 4.168	Jawaban BRY	216
Gambar 4.169	Jawaban NAD	216
Gambar 4.170	<i>Screen</i> mengenai <i>Higher Order Derivatives</i>	217
Gambar 4.171	Respons SHAH	218
Gambar 4.172	Tampilan Layar HR.....	219
Gambar 4.173	Tampilan <i>Screen</i> ERW.....	219
Gambar 4.174	Respons ZEA	220
Gambar 4.175	Respons BRY	220
Gambar 4.176	Soal Cerita mengenai Fungsi Posisi, Turunan Pertama, dan Turunan Keduanya	221
Gambar 4.177	Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi Posisi, Turunan Pertama, dan Turunan Keduanya	221
Gambar 4.178	Solusi ZEA	221
Gambar 4.179	Solusi ERW	221
Gambar 4.180	<i>Screen</i> yang Menampilkan Ringkasan Aturan-Aturan Dasar Turunan Fungsi	222
Gambar 4.181	Respons VIN	222
Gambar 4.182	Respons NIS.....	222
Gambar 4.183	Refleksi ZEA.....	222
Gambar 4.184	Refleksi SHAH.....	222
Gambar 4.185	Solusi BRY untuk Soal 1	239
Gambar 4.186	Solusi RUB untuk Soal 1	240
Gambar 4.187	Solusi NIEL untuk Soal 1	241
Gambar 4.188	Solusi ZEA untuk Soal 1	242
Gambar 4.189	Jawaban AVEL untuk Soal 1	243
Gambar 4.190	Jawaban NIS untuk Soal 2	244
Gambar 4.191	Jawaban RUB untuk Soal 2.....	244
Gambar 4.192	Jawaban BRY untuk Soal 2.....	245
Gambar 4.193	Jawaban ASH untuk Soal 2.....	245

Gambar 4.194	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal-Soal mengenai <i>The Product and The Quotient Rules</i> pada Kuis 3	252
Gambar 4.195	<i>Screen Rivi</i> u Berbagai Aturan Dasar Turunan Fungsi.....	254
Gambar 4.196	Tampilan Layar ZEA	255
Gambar 4.197	Tampilan Layar HR.....	255
Gambar 4.198	Penjelasan mengenai <i>The Chain Rule</i>	256
Gambar 4.199	Pembuktian <i>The Chain Rule</i> oleh ZEA.....	257
Gambar 4.200	ERW Memverifikasi Turunan Fungsi yang Dihasilkan.....	258
Gambar 4.201	Respons RUB	258
Gambar 4.202	Respons SHAH	258
Gambar 4.203	Jawaban HR	259
Gambar 4.204	Jawaban BRY	260
Gambar 4.205	Kegiatan Eksplorasi terhadap Grafik Fungsi $f(x) = 2e^{1-x^2}$ dan Garis Tangen	261
Gambar 4.206	Jawaban ERW	262
Gambar 4.207	Soal Aplikasi	263
Gambar 4.208	Solusi ZEA	263
Gambar 4.209	Tampilan <i>Screen</i> yang Merangkum Berbagai Aturan Turunan Fungsi.....	264
Gambar 4.210	Refleksi Mahasiswa terhadap Pembelajaran.....	264
Gambar 4.211	Jawaban ERW untuk Soal 1	272
Gambar 4.212	Solusi RUB untuk Soal 1	273
Gambar 4.213	Solusi FAK untuk Soal 1.....	274
Gambar 4.214	Solusi MATHER untuk Soal 1.....	274
Gambar 4.215	Solusi YUN untuk Soal 1	274
Gambar 4.216	Solusi AVEL untuk Soal 1	274
Gambar 4.217	Solusi ERW Menggunakan <i>The Quotient Rule</i>	275
Gambar 4.218	Solusi NIS Menggunakan <i>The Chain Rule</i>	276
Gambar 4.219	Solusi MATHER Menggunakan Definisi Turunan Fungsi.....	277
Gambar 4.220	IKH Membuktikan bahwa $\frac{d}{dx}[\cot x] = -\csc^2 x$ dengan Menggunakan <i>The Quotient Rule</i>	278

Gambar 4.221	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal 1 dan Soal 2 pada Kuis 4.....	282
Gambar 4.222	Spektrum Capaian Kognitif Mahasiswa.....	325

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.	Lembar Validasi Ahli Terhadap <i>Desmos Classroom Activities</i>	339
Lampiran 2.	Rancangan Pembelajaran Topik <i>The Derivative and The Tangent Line Problem</i> Menggunakan DCA Berdasarkan Kerangka TWM	355
Lampiran 3.	Rancangan Pembelajaran Topik <i>Basic Differentiation Rules</i> Menggunakan DCA Berdasarkan Kerangka TWM	398
Lampiran 4.	Rancangan Pembelajaran Topik <i>The Product and The Quotient Rules and Higher-Order Derivatives</i> Menggunakan DCA Berdasarkan Kerangka TWM	456
Lampiran 5.	Rancangan Pembelajaran Topik <i>The Chain Rule</i> Menggunakan DCA Berdasarkan Kerangka TWM	509
Lampiran 6.	Respons Mahasiswa pada <i>Desmos Classroom Activities</i>	534
Lampiran 7.	Kisi-kisi Soal-Soal Kuis	593
Lampiran 8.	Solusi yang Dihasilkan Mahasiswa dalam Menjawab Kuis	607
Lampiran 9.	Panduan <i>Focus Group Discussion</i> (FGD)	632
Lampiran 10.	Transkrip FGD Sesi 1	635
Lampiran 11.	Transkrip FGD Sesi 2	652
Lampiran 12.	Surat Keterangan Penelitian	668
Lampiran 13.	<i>Informed Consent</i> ORY	669

DAFTAR PUSTAKA

- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*: Springer Science & Business Media.
- Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. *Research in collegiate mathematics education*, 2(3), 1-32.
- Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 399-431.
- Azevedo, R., Cromley, J. G., & Seibert, D. (2004). Does adaptive scaffolding facilitate students' ability to regulate their learning with hypermedia? *Contemporary Educational Psychology*, 29(3), 344-370.
- Baxter, P. & Jack, S. (2008). Qualitative Case Study Methodology: Study Design and Implementation for Novice Researchers. *The Qualitative Report*, 13(4), 544-559. doi:<https://doi.org/10.46743/2160-3715/2008.1573>
- Beigie, D. (2008). The Algebra Artist. *The Mathematics Teacher*, 108(4), 258-265. doi:<https://doi.org/10.5951/mathteacher.108.4.0258>
- Bergsten, C. (2008). On the influence of theory on research in mathematics education: the case of teaching and learning limits of functions. *ZDM*, 40(2), 189-199.
- Bezuidenhout, J. (1998). First-year university students' understanding of rate of change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(3), 389-339. doi:<https://doi.org/10.1080/0020739980290309>
- Bingham, A. J. & Witkowsky, P. (2022). Deductive and inductive approaches to qualitative data analysis. Dalam C. Vanover, P. Mihas, & J. Saldaña (Eds.), *Analyzing and interpreting qualitative data: After the interview* (hlm. 133-146). SAGE Publications.

- Brijlall, D. & Maharaj, A. (2010). An APOS analysis of students' construction of the concept of continuity of a single-valued function. Paper dipresentasikan di *the Proceeding of the 7th Southern Hemisphere Conference on Mathematics and Statistics Teaching and Learning*. Stellenbosch, SA.
- Brijlall, D., Maharaj, A., Bansilal, S., Mkhwanazi, T., & Dubinsky, E. (2011). A pilot study exploring pre-service teachers' understanding of the relationship between 0,9... and 1. Dalam H. Venkat & A. Essien (Eds.), *Proceedings of the 17th Annual National Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa* (hlm. 154-160). Johannesburg: AMESA.
- Bogdan, R. & Biklen, S. K. (1998). *Qualitative Research for Education: An introduction to theories and methods*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Brush, T. A. & Saye, J. W. (2002). A summary of research exploring hard and soft scaffolding for teachers and students using a multimedia supported learning environment. *The Journal of Interactive Online Learning*, 1(2), 1-12.
- Burns, A. (2014). *Calculus Students' Understanding of the Derivative in Relation to the Vertex of a Quadratic Function* [Disertasi doctoral, Georgia State University]. ScholarWorks@GSU.
- Caballero-Gonzalez, C. & Bernal-Rodriguez, J. (2011). New Technologies and Education: Constructive, Geometric and Dynamic Introduction of the Derivative Concept. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 18(4), 203-208.
- Clark, J. M., Cordero, F., Cottrill, J., Czarnocha, B., DeVries, D. J., St John, D., Tolias, G., & Vidakovic, D. (1997). Constructing a schema: The case of The Chain Rule? *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 345-364.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. London; New York: Routledge.
- Crabtree, B. F. & Miller, W. L. (1999). *Doing Qualitative Research (2nd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Craighero, L. (2014). The Role of the Motor System in Cognitive Functions. Dalam Shapiro, L., *The Routledge Handbook of Embodied Cognition* (hlm. 51-58). Routledge.

- Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. London, UK : Sage publications.
- Creswell, J. W. (2014). *Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches (4th ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Crick, F. (1994). *The Astonishing Hypothesis*. London: Simon & Schuster.
- Crotty, M. (1998). *The Foundations of Social Research: Meaning and Perspective in the Research Process*. London: SAGE Publications Inc.
- Danielson, C. & Meyer, D. (2016). Increased Participation and Conversation Using Networked Devices. *MATHEMATICS TEACHER*, 110(4). Diakses dari www.nctm.org.
- Denzin, N. & Lincoln, Y. (2000) The Discipline and Practice of Qualitative Research. Dalam Denzin, N.K. and Lincoln, Y.S., Eds., *Handbook of Qualitative Research* (hlm. 1-32). Thousand Oaks: Sage.
- Djamaluddin, A. & Wardana (2019). *Belajar dan Pembelajaran 4 Pilar Peningkatan Kompetensi Pedagogis*. Parepare: CV. Kaafah Learning Center.
- Dreyfus, H. (1991). *Being-in-the-World: A Commentary on Heidegger's Being and Time, Division I*. Cambridge: MIT Press.
- Dubinsky, E., Mathews, D., & Reynolds, B. (1997). *Readings in Cooperative Learning for Undergraduate Mathematics*. Washington DC: Mathematical Association of America.
- Dubinsky, E. (2001). Using a theory of learning in college mathematics courses. *MSOR Connections*, 1(2), 10-15.
- Dubinsky, E. & McDonald, M. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. Dalam Holton, D., Artigue, M., Kirchgräber, U., Hillel, J., Niss, M., Schoenfeld, A. (Eds.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level* (hlm. 275-282). New ICMI Study Series, vol 7. Springer, Dordrecht. doi:https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7_25
- Dubinsky, E., Weller, K., & Arnon, I. (2013). Preservice teachers understanding of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion: the case of 0.999... and 1. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, 13(3), 232-258

- Ebert, D. (2014). Graphing Projects with Desmos. *MATHEMATICS TEACHER* |, 108(5). Diakses dari <http://www.nctm.org/publications>
- Ferrini-Mundy, J. & Graham, K. (1994). Research in calculus learning: Understanding limits, derivatives, and integrals. Dalam E. Dubinsky & J. Kaput (Eds.), *Research issues in undergraduate mathematics learning* (hlm. 19-26). Mathematical Association of America.
- Gauvain, M. & Richert, R. (2016). Cognitive Development. *Encyclopedia of Mental Health*, 1, 317-323. doi:<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-397045-9.00059-8>
- Gelman, R. & Greeno, J. G. (2004). Complex systems in cognitive development. *Annual Review of Psychology*, 55(1), 487-518.
- Gray E. & Tall, D. (1991). Duality, Ambiguity and Flexibility in Successful Mathematical Thinking. Dalam *Proceedings of PME 15* (Vol. 2, hlm. 72-79).
- Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A "Proceptual" View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 116–140. doi:<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.25.2.0116>
- Gray, E. & Tall, D. (2001). Relationships between embodied objects and symbolic procepts: an explanatory theory of success and failure in mathematics. Dalam *Proceedings of PME 25* (hlm. 65-72).
- Gravemeijer, K. & Doorman, M. (1999). Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 111-129. doi:<https://doi.org/10.1023/A:1003749919816>
- Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. Dalam Denzin, N.K. and Lincoln, Y.S., Eds., *Handbook of Qualitative Research* (hlm. 105-117). Thousand Oaks : Sage Publications, Inc.
- Gulati, S. (2017). Desmos Activity Builder CREATE YOUR OWN INTERACTIVE ACTIVITY. *At Right Angle*, 6(3). Diakses dari www.desmos.com
- Habre, S. & Abboud, M. (2006). Students' conceptual understanding of a function and its derivative in an experimental calculus course. *The Journal of*

- Mathematical Behavior*, 25(1), 57–72.
doi:<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.11.004>
- Hähkiöniemi, M. (2004). Perceptual and symbolic representations as a starting point of the acquisition of the derivative. Dalam *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, hlm. 73–80). Bergen: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Heck, R. H. (2006). Conceptualizing and conducting meaningful research studies in education. Dalam C.F. Conrad & R.C. Serlin (Eds.), *The Sage handbook for research in education: Engaging ideas and enriching inquiry* (hlm. 373–392). Sage Publications, Inc.
- Heid, M. K. (1984). An Exploratory Study to Examine the Effects of Resequencing Skills and Concepts. Dalam *An Applied Calculus Curriculum through the Use of the Microcomputer*. University of Maryland.
- Herceg, Đ. (2010). Numerical Integration with GeoGebra in High School. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 16(1), 37–41.
- Huberman, M. & Miles, M. B. (2002). *The Qualitative Researcher's Companion*. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.
- Jojo, Z. M. M. (2011). *An APOS exploration of conceptual understanding of The Chain Rule in calculus by first year engineering students* [Disertasi doktoral, University of KwaZulu-Natal].
- Jon Orr. (2017). Function Transformations and the Desmos Activity Builder. *The Mathematics Teacher*, 110(7), 549.
doi:<https://doi.org/10.5951/mathteacher.110.7.0549>
- Kendal, M. & Stacey, K. (2003). Tracing learning of three representations with the differentiation competency framework. *Math Ed Res J*, 15, 22–41.
doi:<https://doi.org/10.1007/BF03217367>
- Kitzinger, J. (1995). Qualitative research. Introducing focus groups. *BMJ: British medical journal*, 311(7000), 299–302.

- Kivunja, C. & Kuyini, A. B. (2017). Understanding and Applying Research Paradigms in Educational Contexts. *International Journal of Higher Education*, 6(5), 26-41.
- Krefting, L. (1991). Rigor in qualitative research: The assessment of trustworthiness. *American journal of occupational therapy*, 45(3), 214-222.
- Lather, P. (1992). Critical Frames in Educational Research: Feminist and Post-Structural Perspectives. *Theory Into Practice*, 31(2), 87–99. Diakses dari <http://www.jstor.org/stable/1476394>
- Leedy, P. D. & Ormrod, J. E. (2005). *Practical Research: Planning and Design*. NJ: Prentice Hall.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1–63. doi:<https://doi.org/10.2307/1170224>
- Mabry, L. (2008). Case study in social research. *The Sage handbook of social research methods*, 214-227.
- Maharaj, A. (2010). An APOS Analysis of Students' Understanding of the Concept of a Limit of a Function. *Pythagoras*, 71, 41-52.
- Maharaj, A. (2013). An apos analysis of natural science students' understanding of derivatives. *South African Journal of Education*, 33(1), 1–19. doi:<https://doi.org/10.15700/saje.v33n1a458>
- McCosker, N. & Diezmann, C. M. (2009). Scaffolding students' thinking in mathematical investigations. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 14(3), 27-32.
- Mejia-Ramos, J. P. & Tall, D. O. (2004). Reflecting on post-calculus-reform. *Opening plenary Topic Group 12: Calculus, International Congress of Mathematics Education*, Copenhagen, Denmark.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education. Revised and Expanded from "Case Study Research in Education."*: ERIC.
- Meyer, D. D. (2020). Social and Creative Classrooms. *MATHEMATICS TEACHER: LEARNING & TEACHING PK–12*, 113(3). Diakses dari nctm.org/mtlt11303c_2

- Miles M. B., Huberman A. M., & Saldanã J. (2020). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook (4th ed.)*. Sage.
- Naidoo, R. (2007). Higher Education As A Global Commodity: The Perils and Promises for Developing Countries. *The Observatory on Borderless Higher Education, UK*, 1-19.
- Orhun, N. (2012). Graphical understanding in mathematics education: Derivative functions and students' difficulties. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 55, 679–684. doi:<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.551>
- Orton, A. (1983). Students' understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics*, 14(3), 235-250. Diakses dari <http://www.jstor.org/stable/3482279>
- Park, J. (2015). Is the derivative a function? If so, how do we teach it? *Educational Studies in Mathematics*, 89(2), 233-250.
- Park, J. (2016). Communicational approach to study textbook discourse on the derivative. *Educational Studies in Mathematics*, 91, 395-421. doi:<https://doi.org/10.1007/s10649-015-9655-6>
- Piaget, J., Grize, J. B., Szeminska, A., & Bang, V. (1977). *Epistemology and Psychology of Functions*. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.
- Porter, M. K. & Masingila, J. O. (2000). Examining the Effects of Writing on Conceptual and Procedural Knowledge in Calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 165–177. Diakses dari <http://www.jstor.org/stable/3483283>
- Punch, K. F. (2009). *Introduction to research methods in education*. Sage.
- Rubin, H. J. & Rubin, I. S. (2011). *Qualitative interviewing: The art of hearing data* (2nd ed.). London, UK: SAGE.
- Ryan, J. (1992). Integrating computers into the teaching of calculus: differentiating student needs. Dalam B Southwell, B Perry, & K Owens (Eds.), *Proceedings of the 13th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (hlm. 478–487). Richmond: University of Western Sydney. 4–8 July.

- Robottom, I. & Hart, P. (1993). *Research in environmental education: Engaging the debate*. Geelong, Victoria: Deakin University.
- Rogawski, J. & Adams, C. (2015). *Calculus*. W. H. Freeman.
- Sacristán, A. I., Calder, N., Rojano, T., Santos, M., Friedlander, A., & Meissner, H. (2010). The influence and shaping of digital technologies on the learning—and learning trajectories—of mathematical concepts. Dalam C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology—Rethinking the terrain* (hlm. 179–226). Dordrecht, The Netherlands: Springer
- Saldaña, J. & Omasta, M. (2017). *Qualitative Research: Analyzing Life*. Sage Publications.
- Sánchez-matamoros, G., García, M., & Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en Didáctica de la Matemática [The understanding of derivative as an research topic in Mathematics Education]. *RELIME-Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11, 267-296.
- Smithson, J. (2008). Focus groups. *The Sage handbook of social research methods*, 357-370.
- Stake, R. E. (1978). The case study method in social inquiry. *Educational researcher*, 7(2), 5-8.
- Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Tall, D. O. (1989). Concept Images, Generic Organizers, Computers, and Curriculum Change. *For the Learning of Mathematics*, 9(3), 37–42. Diakses dari <https://www.jstor.org/stable/40248161>
- Tall, D. (1992). Students' difficulties in calculus. Paper dipresentasikan di *the ICME Working Group 3*, u bec.
- Tall, D. (1995). *Cognitive Growth in Elementary and Advanced Mathematical Thinking*. University of Warwick.
- Tall, D. (1997). Functions and calculus *International handbook of mathematics education* (hlm. 327-370): Springer.

- Tall, D. (1998). Symbols and the Bifurcation between Procedural and Conceptual Thinking. Paper dipresentasikan di *International Conference on Teaching Mathematics at Pythagorion*, Samos, Greece.
- Tall, D., McGowen, M., & DeMarois, P. (2000a). Using the Function Machine as a Cognitive Root. *Proceedings of PME-NA, 1*, 255–261.
- Tall, D., McGowen, M., & DeMarois, P. (2000b). The Function Machine as a Cognitive Root for building a rich concept image of the Function Concept. *Proceedings of PME-NA, 1*, 247–254.
- Tall, D. (2000). Cognitive Development In Advanced Mathematics Using Technology. *Mathematics Education Research Journal, 12*(3), 210–230.
- Tall, D., Gray, E., Ali, M. B., Crowley, L., DeMarois, P., McGowen, M., ... Yusof, Y. (2001). Symbols and the bifurcation between procedural and conceptual thinking. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 1*(1), 81–104. doi:<https://doi.org/10.1080/14926150109556452>
- Tall, D. (2002). Using Technology to support an Embedded Approach to Learning Concepts in Mathematics. Paper dipresentasikan di *First Coloquio de Historia e Tecnologia no Ensino de Matematica*, State University, Rio de Janiero.
- Tall, D., & Mejía-Ramos, J.P. (2007). The Long-Term Cognitive Development of Different Types of Reasoning and Proof. University of Warwick.
- Tall, D. (2008). The transition to formal thinking in mathematics. *Mathematics Education Research Journal, 20*(2), 5–24.
- Tall, D. (2009). Cognitive and social development of proof through embodiment, symbolism & formalism. Paper dipresentasikan di *ICMI Conference on Proof*, Taipei.
- Tall, D. (2010). A Sensible Approach to the Calculus. Plenary di *The National and International Meeting on the Teaching of Calculus*, Puebla, Mexico.
- Tall, D. (2012a). A Sensible approach to the Calculus. *El cálculo Y Su enseñanza, 3*(1), 81–128.
- Tall, D. (2012b). Making Sense of Mathematical Reasoning and Proof. Plenary di *Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground*:

A Symposium in Honor of Ted Eisenberg, Ben-Gurion University of the Negev, Beer Sheva, Israel.

- Ubuz, B. (2007). Interpreting a graph and constructing its derivative graph: Stability and change in students' conceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(5), 609–637. doi:<https://doi.org/10.1080/00207390701359313>
- Van Merriënboer, J. J. G. & Sweller, J. (2010). Cognitive load theory in educational design for training complex skills. *Educational Psychologist*, 45(1), 14-29.
- Vinner, S. (1982). Conflicts between definitions and intuitions: The case of the tangent. Dalam A. Vermandel (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (hlm. 24-28). Antwerp, Belgium: Universitaire Instelling Antwerpen.
- Vivier, L. (2010). Un milieu théorique pour la notion de tangente dans l'enseignement secondaire. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 25, 173-199.
- Weller, K., Arnon, I., & Dubinsky, E. (2009). Preservice Teachers' Understanding of the Relation Between a Fraction or Integer and Its Decimal Expansion. *Can J Sci Math Techn*, 9, 5–28. doi:<https://doi.org/10.1080/14926150902817381>
- Weller, K., Arnon, I., & Dubinsky, E. (2011). Pre-service teachers' understanding of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion: Strength and stability of belief. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, 11(2), 129–159. doi:<https://doi.org/10.1080/14926156.2011.570612>
- Zandieh, M. J. (1998). The Role of a Formal Definition in Nine Students' Concept Image of Derivative. Dalam *Proceedings of the 20th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, hlm. 136–141). Raleigh: North Carolina State University. 31 October – 3 November.