

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Tujuan pembelajaran matematika pada umumnya adalah menyelesaikan masalah matematik, yang di antaranya meliputi masalah pemahaman, penalaran, pemecahan masalah, komunikasi dan masalah koneksi matematik. Di tingkat perguruan tinggi, khususnya di jurusan matematika, tujuan pembelajaran matematika tidak lepas dari tujuan pembelajaran matematika di SMA. Sebagaimana diketahui, tujuan tersebut di antaranya menghendaki siswa/mahasiswa untuk mampu memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar-konsep (koneksi) dan mengaplikasikannya dalam pemecahan masalah, juga menggunakan penalaran, menyusun bukti atau menjelaskan (mengkomunikasikan) gagasan dan pernyataan matematika.

Berkaitan dengan kemampuan pemahaman dan pembuktian atau menjelaskan argumen, berbagai penelitian telah dilakukan, diantaranya oleh Moore (Weber, 2003). Ia mengemukakan bahwa mahasiswa kadang-kadang dapat menyatakan definisi suatu konsep, tetapi tanpa diikuti dengan pemahaman yang memadai terhadap konsep tersebut. Kurangnya pemahaman terhadap konsep tersebut menyebabkan mereka mengalami kesulitan ketika harus menjelaskan konsep tersebut dengan kata-katanya sendiri atau membuat generalisasi sebuah contoh dari konsep tersebut.

Sehubungan dengan bukti, Solow (1990) berpendapat bahwa setiap pernyataan matematika yang dikemukakan, harus teruji kebenarannya, sebelum pernyataan tersebut dapat digunakan sebagai dasar atau acuan untuk menguji kebenaran pernyataan matematika yang lain. Selanjutnya, kebenaran yang sudah teruji tersebut disampaikan dalam bahasa matematika melalui bukti.

Mengajarkan bagaimana menyusun bukti adalah suatu pekerjaan yang tidak mudah. Penelitian Senk (Hanna & Jahnke, 1996) menguatkan pendapat tersebut. Senk melaporkan bahwa berdasarkan penelitiannya tentang kemampuan menulis bukti terhadap 1520 siswa sekolah menengah atas untuk pelajaran Geometri Euclidean, hanya 30% dari siswa tersebut yang mencapai tingkat penguasaan menulis bukti sebesar 75% dan hanya 3% dari siswa tersebut yang mencapai skor ideal. Selain itu, pendapat Tall (1999) juga menguatkan anggapan tentang kesulitan mengajarkan bukti. Ia menyatakan bahwa bukti merupakan suatu hal yang mendasar dalam matematika, namun bukti sering sulit untuk diajarkan.

Banyak teori dikemukakan untuk menelusuri penyebab kurangnya kemampuan pembuktian siswa. Salah satu teori yang dikemukakan menyoroti bahasa yang digunakan dalam bukti, yang umumnya sulit dipahami. Susunan kata (kalimat) atau notasi yang digunakan sangat baku, sehingga kadang-kadang mahasiswa perlu bantuan untuk memahami bukti dengan baik. Selain itu, mungkin karena sebagian mahasiswa menganggap bahwa bukti hanyalah merupakan permainan manipulasi lambang-lambang matematika yang tidak bermakna, sebagaimana diungkapkan oleh Downs & Downs (Arnawa, 2006). Mahasiswa tidak menyadari bahwa bukti memang disusun berdasarkan kata-kata dan lambang-lambang mate-

matematika yang ada dalam suatu teorema, dan juga berdasarkan teorema sebelumnya.

Peneliti mengamati bahwa mahasiswa kurang melihat sisi penting dari bukti dalam matematika. Sepanjang teorema itu dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika, bukti tidak lagi menjadi fokus perhatian mereka. Selain itu, masalah kurangnya pemahaman matematik, mengakibatkan mahasiswa tidak mempunyai gambaran tentang bagaimana memulai sebuah pembuktian. Sebagaimana diketahui, antara satu konsep matematika dengan konsep matematika yang lain saling terkait. Pemahaman terhadap suatu konsep baru akan melibatkan pemahaman terhadap konsep yang sudah dipelajari sebelumnya. Tanpa adanya pemahaman terhadap konsep yang sudah dipelajari sebelumnya, akan sulit bagi mahasiswa untuk menjelaskan atau bahkan memulai sebuah pembuktian.

Selden & Selden (1995) dengan mengutip pernyataan Moore (1994), mengemukakan bahwa mengetahui sebuah definisi dan dapat memberikan contoh dan bukan contoh, tidak serta merta dapat menguasai bahasa dan struktur logis untuk menulis bukti. Mahasiswa dapat memahami bukti yang diberikan dosennya di kelas, tetapi mereka tidak dapat menyusun bukti sendiri, sebagaimana diungkapkan oleh Barnard (2000). Kesulitan ini disebabkan oleh ketidakmampuan mereka dalam menelusuri suatu pernyataan matematika secara lebih jauh.

Selain itu, sikap pasif mahasiswa dalam memahami bukti, menjadi salah satu sebab kesulitan mahasiswa dalam membuktikan. Bila mahasiswa terbiasa menyalin bukti dari dosen, tanpa pernah menyusun bukti sendiri, maka mahasiswa akan kesulitan membuktikan. Moore (Weber, 2003) meyakini bahwa mahasiswa

hanya akan mendapatkan sedikit pelajaran tentang matematika lanjut, bila mereka hanya menulis (mencatat) bukti yang diberikan oleh dosennya di papan tulis secara pasif. Sementara mahasiswa akan banyak belajar tentang konsep matematik dan bukti apabila mereka mencoba untuk membuktikan sendiri suatu pernyataan matematik.

Selden dan Selden (Weber, 2003) menyatakan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam membuktikan karena mereka tidak dapat menentukan keabsahan suatu bukti. Mereka tidak mengetahui apakah suatu bukti itu benar atau tidak. Selanjutnya menurut Weber (2003), pada umumnya mahasiswa mengetahui apa yang menyusun sebuah bukti. Mereka dapat menalar secara deduktif, mengulang dan memanipulasi definisi, dan menarik kesimpulan yang sah. Namun, mengetahui aturan logis dan definisi dari sebuah konsep tidak menjamin mahasiswa dapat menalar konsep tersebut. Mahasiswa perlu memahami suatu konsep secara intuitif sebelum mereka dapat menyusun bukti.

Secara detil, Moore (1994) mengemukakan tujuh sumber kesulitan mahasiswa dalam membuktikan, yaitu:

1. mahasiswa tidak tahu definisi, atau tidak dapat menyatakan definisi-definisi. Mereka melihat konsep-konsep matematik sebagai sesuatu yang abstrak;
2. mahasiswa mempunyai sedikit pemahaman intuitif terhadap konsep-konsep;
3. pemahaman konsep mahasiswa tidak mencukupi untuk melakukan bukti;

4. mahasiswa tidak dapat membuat generalisasi dan menggunakan contoh mereka sendiri;
5. mahasiswa tidak tahu bagaimana menggunakan definisi untuk memperoleh struktur bukti secara keseluruhan,
6. mahasiswa tidak dapat memahami dan menggunakan bahasa matematik dan notasinya;
7. mahasiswa tidak tahu bagaimana memulai membuktikan.

Dari tujuh kesulitan pembuktian yang disampaikan oleh Moore, sebagian besar disebabkan oleh kurangnya pemahaman terhadap konsep atau definisi yang diberikan. Rendahnya pemahaman konsep seseorang membuat ia tidak mampu melakukan pembuktian. Selain itu, kurangnya pemahaman matematik seseorang menyebabkan ia tidak mampu menuliskan notasi yang benar atau menggunakan bahasa matematik yang benar. Akibatnya, kemampuan pembuktiannya semakin rendah. Oleh sebab itu, sebelum melakukan pembuktian, semua hal yang berkaitan dengan definisi atau teorema yang mendahuluinya, sudah harus dipahami dengan baik, sehingga kesulitan dalam memulai pembuktian tidak terjadi. Berdasarkan temuan Moore terhadap kesulitan pembuktian tersebut, dapat dikatakan bahwa kemampuan pembuktian matematik seseorang berkaitan sangat erat dengan kemampuan pemahaman matematik seseorang.

Bila merunut ke belakang, ke masa-masa pembelajaran matematika di sekolah menengah, kesulitan mahasiswa dalam membuktikan ini dapat dipahami. Pembelajaran matematika di sekolah menengah masih kurang memperhatikan masalah pembuktian ini. Dengan alasan tidak ada soal-soal tentang pembuktian da-

lam Ujian Akhir Nasional, pengajar kurang mengajarkan tentang pembuktian, kecuali induksi matematika. Dalam pengajaran induksi matematik, kesalahan juga sering terjadi. Pernyataan yang seharusnya dibuktikan malahan digunakan untuk memulai pembuktian. Bila masalah kesulitan pembuktian ini tidak diatasi, maka kesulitan ini akan terus mengiringi siswa sampai perguruan tinggi. Akibatnya, ketika sebagian siswa ini menjadi mahasiswa jurusan matematika atau pendidikan matematika, yang akan selalu menemui pembuktian dalam setiap kuliah matematika, mereka akan mengalami kesulitan.

Selain masalah kurangnya perhatian terhadap pembuktian dalam pembelajaran matematika di sekolah, kualitas seorang pengajar dan siswa juga menentukan kualitas pemahaman dan pembuktian matematik siswa. Menurut Wahyudin (1999), rata-rata tingkat penguasaan para guru matematika dalam mata pelajaran matematika adalah 62,88%, sementara hanya 50% guru matematika yang dapat menuliskan langkah-langkah yang tepat pada pembuktian sebuah rumus dengan menggunakan induksi matematik. Dalam hal kualitas siswa dalam memahami matematika, ia menemukan bahwa siswa yang dapat menguasai setiap pokok bahasan dalam mata pelajaran matematika hanya 20%, sementara 80% lainnya masih belum atau kurang menguasai. Dari temuan tersebut, dapat dipahami bahwa pemahaman dan pembuktian matematik siswa masih kurang optimal.

Untuk mengatasi kesulitan pembuktian, peneliti mengemukakan suatu metode pembelajaran, yaitu **Metode Moore Termodifikasi** (*Modified Moore Method*), yang memotivasi mahasiswa untuk terlibat aktif dalam pembelajaran. Mereka dimotivasi untuk berpikir secara mandiri mulai dengan yang sederhana, untuk me-

ngembangkan suatu solusi atau menyelesaikan masalah dengan alasan yang mendukung dan mengkomunikasikan ide-idenya secara tertulis dan lisan, agar dapat dipahami oleh mahasiswa lainnya. Dalam mengkomunikasikan ide-idenya, mahasiswa yang bersangkutan harus mampu mempertahankan pendapatnya. Agar dapat dipahami oleh mahasiswa lain, solusi dikemukakan dalam bentuk tulisan dan lisan. Dalam bentuk tulisan, mahasiswa menuliskan solusi atau ide-idenya di papan tulis (atau dalam bentuk makalah), sehingga dapat dibaca dan dipahami oleh mahasiswa lain. Dalam bentuk lisan, presentasi di depan kelas merupakan cara yang tepat untuk meyakinkan dan mempertahankan pendapat.

Dengan kata lain, pembelajaran dengan metode ini akan melatih mahasiswa agar mempunyai kemandirian berpikir dalam menyelesaikan masalah, kemampuan menyusun alasan yang mendukung, dan kemampuan meyakinkan orang lain dalam bentuk presentasi tertulis dan lisan. Dengan sedikit bimbingan atau pengajaran dari dosen, pembelajaran dengan metode ini diharapkan mampu membantu mahasiswa mengatasi kesulitannya dalam pemahaman dan pembuktian matematika.

Salah satu syarat agar metode ini dapat diterapkan dalam pembelajaran adalah jumlah mahasiswa dalam satu kelas hanya diperbolehkan sampai 24 orang saja. Mengingat situasi yang ada di kelas matematika, jumlah mahasiswanya lebih besar daripada 24 orang, maka dilakukan modifikasi metode, berupa pengelompokan mahasiswa. Setiap kelompok terdiri atas beberapa orang mahasiswa, yang anggotanya mempunyai kemampuan awal matematik beragam.

Struktur Aljabar adalah salah satu mata kuliah matematika lanjut yang pembelajarannya banyak menyetengahkan masalah pembuktian. Kebiasaan pasif mahasiswa dalam membuktikan menyebabkan mahasiswa mengalami kesulitan membuktikan dalam kuliah tersebut. Akibatnya, banyak mahasiswa harus mengulang kuliah ini dikarenakan mereka tidak lulus.

Berkaitan dengan pembelajaran Struktur Aljabar, beberapa penelitian telah dilakukan, di antaranya oleh Arnawa (2006) dan Nurlaelah (2009). Arnawa meneliti tentang kemampuan pembuktian mahasiswa dalam kuliah Aljabar Abstrak dan Nurlaelah meneliti tentang daya matematik dalam kuliah Struktur aljabar. Keduanya menggunakan pendekatan teori APOS.

Melengkapi studi Arnawa dan Nurlaelah, peneliti mengadakan penelitian berkaitan dengan masalah pembuktian dan pemahaman matematik dalam kuliah Struktur Aljabar 2. Untuk melihat kemampuan awal mahasiswa, peneliti merujuk pada nilai akhir mahasiswa dalam Struktur Aljabar 1. Berdasarkan kemampuan awal tersebut, diketahui bahwa lebih dari 50% mahasiswa berada pada kategori kemampuan awal rendah.

Berdasarkan karakteristik metode Moore termodifikasi yang sudah dikemukakan sebelumnya dan kasus kemampuan awal mahasiswa pada pembelajaran Struktur Aljabar 1, maka peneliti mengajukan penelitian dengan judul: “Pengaruh Pembelajaran dengan Metode Moore Termodifikasi terhadap Pencapaian Kemampuan Pemahaman dan Pembuktian Matematik Mahasiswa”.



## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan pada latar belakang masalah yang telah diuraikan, masalah dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut:

1. Apakah pencapaian kemampuan pemahaman matematik mahasiswa yang memperoleh pembelajaran dengan metode Moore termodifikasi lebih baik daripada pencapaian kemampuan pemahaman matematik mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, ditinjau:
  - a. secara keseluruhan;
  - b. dari tingkat kemampuan awal matematika mahasiswa.
2. Apakah pencapaian kemampuan pembuktian matematik mahasiswa yang memperoleh pembelajaran dengan metode Moore termodifikasi lebih baik daripada pencapaian kemampuan pembuktian matematik mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, ditinjau:
  - a. secara keseluruhan;
  - b. dari tingkat kemampuan awal matematika mahasiswa.
3. Adakah interaksi antara pembelajaran (dengan metode Moore termodifikasi dan pembelajaran konvensional) dan kemampuan awal matematik mahasiswa (tinggi, sedang dan rendah) terhadap pencapaian kemampuan pemahaman matematik dan kemampuan pembuktian matematik mahasiswa?
4. Adakah asosiasi antara kemampuan pemahaman matematik dan kemampuan pembuktian matematik mahasiswa?

5. Bagaimanakah pendapat mahasiswa terhadap pembelajaran dengan metode Moore termodifikasi?
6. Kesulitan-kesulitan apa yang dialami mahasiswa selama pembelajaran dengan metode Moore termodifikasi, dalam memahami konsep matematika dan melakukan pembuktian matematika?

Untuk lebih jelasnya, rumusan masalah 1 dan 2 dinyatakan dalam bentuk Tabel 1.1.

**Tabel 1.1**  
**Kemampuan Pemahaman dan Pembuktian Matematik Mahasiswa**

KAM	Jenis Kemampuan Matematik											
	Pemahaman						Pembuktian					
	MMT			KONV			MMT			KONV		
	n	$\bar{x}$	s	n	$\bar{x}$	s	n	$\bar{x}$	s	n	$\bar{x}$	s
Rendah												
Sedang												
Tinggi												
<b>Total</b>												

**Keterangan:**

MMT = pembelajaran dengan metode Moore termodifikasi; KONV = pembelajaran konvensional; KAM = Kemampuan Awal Matematik.

### 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian secara umum adalah untuk mendapatkan informasi obyektif mengenai pencapaian kemampuan pemahaman matematik mahasiswa (KPMM) dan kemampuan pembuktian matematik mahasiswa (KBMM), yang memperoleh pembelajaran dengan metode Moore termodifikasi (MMT) dan pembelajaran konvensional (KONV).

Secara terperinci, tujuan penelitian dapat dinyatakan sebagai berikut:

1. Menelaah pencapaian KPMM dan KBMM, ditinjau secara keseluruhan dan dari tingkat kemampuan awal matematik (KAM) mereka.
2. Menelaah interaksi antara pembelajaran (MMT dan KONV) dan KAM (tinggi, sedang dan rendah) mahasiswa terhadap KPMM dan KBMM.
3. Menelaah asosiasi antara KPMM dan KBMM.
4. Mengamati sikap mahasiswa terhadap pembelajaran dengan MMT dan KONV.
5. Menelusuri kesulitan-kesulitan yang dialami mahasiswa selama pembelajaran dengan MMT.

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Sebagaimana sudah dijelaskan dalam latar belakang masalah, penelitian ini memberikan beberapa manfaat bagi mahasiswa, pengajar maupun universitas di mana penelitian berlangsung. Melalui pembelajaran dengan menggunakan metode Moore termodifikasi, mahasiswa termotivasi untuk terlibat aktif dalam pembelajaran, mampu berpikir secara mandiri, mampu menyusun alasan-alasan yang mendukung dan mampu meyakinkan orang lain, melalui presentasi tertulis dan lisan.

Bagi pengajar, wawasan terhadap metode pembelajaran bertambah. Pengajar tidak lagi hanya sekedar transfer ilmu atau informasi kepada mahasiswa (mahasiswa pasif menerima informasi). Mengajarkan ilmu dapat dengan cara memotivasi mahasiswa untuk terlibat aktif dalam pembelajaran, mengarahkan mahasiswa untuk mandiri dalam berpikir dan menyelesaikan masalah matematika. Pengajar tidak lagi berperan penuh dalam mengajar, namun hanya sebagai pengarah,

pembimbing dan pemberi motivasi kepada mahasiswa. Dalam hal pembelajaran dengan metode ini, mahasiswa berlaku sebagai *creator of knowledge*.

Bagi universitas, dampak positif bagi kemandirian berpikir mahasiswa untuk pembelajaran dalam jangka panjang, dapat memotivasi pengajar-pengajar lain dalam lingkungan universitas tersebut. Meskipun dampak positif bagi prestasi belajar belum terlihat, namun melibatkan mahasiswa secara aktif dalam pembelajaran akan memotivasi mahasiswa untuk belajar lebih baik lagi. Pembelajaran dengan metode ini dapat diterapkan tidak hanya untuk pembelajaran Struktur Aljabar saja, namun dapat dilakukan untuk topik-topik matematika yang lain maupun untuk mata kuliah lain yang relevan.

### **1.5 Definisi Operasional**

Dalam penelitian ini, definisi operasional yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Kemampuan pemahaman matematik:
  - a. Kemampuan menjelaskan konsep-konsep matematika dalam bentuk konsep-konsep yang lebih sederhana;
  - b. Kemampuan membuat koneksi logis di antara fakta dan konsep yang berbeda;
  - c. Kemampuan mengenali keterkaitan antara konsep yang baru dengan konsep sebelumnya yang sudah dipahami (Alfeld, 2004).
2. Kemampuan pembuktian matematik adalah kemampuan menyusun bukti berdasarkan informasi yang diketahui, dalam bentuk argumen yang valid.
3. Pembelajaran dengan metode Moore termodifikasi adalah pembelajaran yang dirancang agar mahasiswa belajar aktif dalam kelompok kecil melalui

Rippi Maya, 2011

**PENGARUH PEMBELAJARAN DENGAN METODE MOORE TERMODIFIKASI TERHADAP PENCAPAIAN KEMAMPUAN PEMAHAMAN DAN PEMBUKTIAN MATEMATIK MAHASISWA**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

bahan ajar yang disusun oleh peneliti, yang dimulai dengan masalah sederhana dalam pemaparan sebuah ilustrasi, sehingga mahasiswa mempunyai pemahaman tentang definisi dan teorema yang akan dikemukakan, menarik kesimpulan, dan latihan soal mengenai pemahaman dan pembuktian matematik.

## 1.6 Hipotesis

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan sebelumnya, maka hipotesis yang diajukan dalam penelitian ini adalah:

1. Kemampuan pemahaman matematik mahasiswa (KPMM), yang pembelajarannya menggunakan metode Moore termodifikasi (MMT), lebih baik daripada KPMM yang pembelajarannya konvensional (KONV).
2. Kemampuan pembuktian matematik mahasiswa (KBMM), yang pembelajarannya menggunakan MMT, lebih baik daripada KBMM yang pembelajarannya KONV.
3. KPMM dengan kemampuan awal rendah, yang memperoleh pembelajaran dengan menggunakan MMT, lebih baik daripada pencapaian KPMM dengan kemampuan awal yang sama, yang pembelajarannya KONV.
4. KBMM dengan kemampuan awal rendah, yang memperoleh pembelajaran dengan menggunakan MMT, lebih baik daripada pencapaian KBMM dengan kemampuan awal yang sama, yang pembelajarannya KONV.

5. KPMM mahasiswa dengan kemampuan awal sedang, yang memperoleh pembelajaran dengan MMT, lebih baik daripada pencapaian KPMM dengan kemampuan awal yang sama, yang pembelajarannya KONV.
6. KBMM dengan kemampuan awal sedang, yang memperoleh pembelajaran dengan MMT, lebih baik daripada pencapaian KBMM dengan kemampuan awal yang sama, yang pembelajarannya KONV.
7. KPMM dengan kemampuan awal tinggi, yang memperoleh pembelajaran dengan MMT, lebih baik daripada pencapaian KPMM dengan kemampuan awal yang sama, yang pembelajarannya KONV.
8. KBMM dengan kemampuan awal tinggi, yang memperoleh pembelajaran dengan MMT, lebih baik daripada pencapaian KBMM dengan kemampuan awal yang sama, yang pembelajarannya KONV.
9. Terdapat interaksi antara pembelajaran dan kemampuan awal mahasiswa terhadap KPMM.
10. Terdapat interaksi antara pembelajaran dan kemampuan awal mahasiswa terhadap KBMM.
11. Terdapat asosiasi antara KPMM dan KBMM ditinjau dari kemampuan awal matematika mahasiswa.