

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang

Salah satu tujuan dari pembelajaran matematika menurut Permendikbud Nomor 59 tahun 2014 yaitu siswa dapat memahami konsep matematika agar memiliki kompetensi dalam menjelaskan keterkaitan antar konsep, dan menggunakan konsep maupun algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah. Salah satu konsep penting dalam matematika terutama pada tingkat sekolah menengah adalah aljabar. Menurut kurikulum yang digunakan di Indonesia, aljabar merupakan salah satu materi yang mulai diperkenalkan pada siswa SMP kelas VII Semester 1. Artinya, hampir semua anak mengenal aljabar setelah aritmatika dalam pembelajaran matematika di sekolah (Warren, 2003). Hal ini terjadi karena alasan historis yaitu aljabar diciptakan lama setelah penemuan aritmatika (Carragher et al., 2006). Meskipun, aritmatika dianggap sebagai prasyarat untuk aljabar karena dasar untuk manipulasi aljabar menggunakan empat operasi aritmatika dan mempertahankan maknanya, namun aljabar tidak dapat dianggap sebagai perpanjangan dari aritmatika karena pendekatan pemecahan masalah keduanya berbeda (Dettori, Garuti & Lemut, 2006). Perbedaan tersebut menimbulkan celah antara aritmatika dan aljabar (Fillooy & Rojano, 1989; Herscovics & Linchevski, 1994) sehingga membutuhkan banyak penyesuaian bagi siswa yang bahkan telah mahir aritmatika. Oleh karena itu, jembatan yang lebih halus diperlukan untuk mendukung transisi siswa dari aritmatika ke aljabar.

Ketika siswa mulai belajar aljabar, maka mereka mulai memasuki pintu gerbang berpikir abstrak. Oleh karena itu, siswa mulai mengalami perubahan yang signifikan dalam proses berpikir yaitu dari berpikir aritmatik menjadi berpikir aljabar (abstrak). Fennell (2008) menyatakan bahwa Aljabar adalah pengalaman pertama siswa dengan matematika tingkat tinggi. Brawner (2012) dan Laby, et al (2015) menyatakan untuk siswa sekolah menengah, aljabar telah lama dipandang sebagai pintu gerbang potensial untuk keberhasilan dari cabang matematika lainnya yang lebih tinggi. Aljabar secara historis mewakili titik transisi penting dalam

pembelajaran matematika dimana membutuhkan penggunaan model umum, abstraksi matematis, dan pemahaman variabel dan simbol, semua yang sangat menantang bagi banyak siswa.

Aljabar dikenal menjadi batu sandungan utama dalam matematika sekolah, baik dulu maupun saat ini. Radford (2012 : 1) bahwa aljabar merupakan salah satu cabang yang paling menakutkan dari matematika sekolah dimana pada saat belajar aljabar Radford merasa menemukan dirinya tiba-tiba dihadapkan pada sebuah bahasa simbolik yang abstrak sebagaimana dikemukakannya bahwa:

*Algebra is one of the most frightening branches of school mathematics. As one prospective teacher confessed, prompted by the question of his past experience with mathematics, everything was going well until he met algebra in junior high school. Suddenly, he found himself in front of an abstract symbolic language, the meaning of which he could not grasp—.*

Pembelajaran aljabar banyak menjadi kendala di banyak negara di dunia, termasuk di Indonesia untuk sukses di sekolah menengah dan seterusnya. Penelitian internasional dalam pendidikan matematika, dan khususnya mengenai pengajaran atau belajar aljabar dan kesulitannya, pada beragam usia dari tingkat SMP hingga universitas, menunjukkan belum adanya suatu metode pengajaran yang efektif dalam meminimalisir kesulitan siswa SMP pada saat belajar aljabar. Selama dua puluh tahun terakhir, penelitian telah terfokuskan pada sejumlah besar kemungkinan pendekatan ‘makna’ dari proses aljabar dan unsur-unsurnya sebagaimana dikemukakan oleh Malara & Navarra (2002 : 228) berikut.

*International research in mathematics education, and in particular regarding algebraic teaching/ learning and its difficulties, – at diverse ages from junior levels through to university – have underlined a widespread traditional teaching method quandary. Over the past twenty years, research has focalized on a large number of possible approaches that increment the meaning of the algebraic processes and objects.*

Penting bagi siswa untuk memahami materi aljabar serta menguasai keterampilan dalam melakukan operasi pada bentuk aljabar. Tanpa pemahaman yang mendalam serta penguasaan keterampilan dari materi tersebut, maka siswa akan mengalami kesulitan-kesulitan lain dalam materi-materi yang melibatkan kemampuan aljabar pada tingkat selanjutnya.

Analisis sejarah menurut Puig (2015) berkaitan dengan analisis ide aljabar dan bertalian erat dengan pendidikan matematika. Menurut sejarah, buku al-Khwârizmi yang berjudul *al-jabr wa almuqâbala* merupakan awal dari aljabar karena ia membangun "semua jenis atau spesies angka yang diperlukan untuk perhitungan" dimana jenis angka yang dianggap adalah harta, akar dan bilangan sederhana. Spesies angka merupakan angka-angka konkret dalam perhitungan yang dilakukan, sehingga kuantitas yang tidak diketahui harus diperlakukan seolah-olah itu adalah bilangan konkret. Untuk menyebutkan kuantitas yang tidak diketahui tersebut, al-Khwârizmi menggunakan kata "shay" yang berarti "hal". Operasi dalam al-jabr milik al-Khwarizmi memiliki tujuan "keseimbangan" yang berarti harus tidak ada yang "kurang" di kedua sisi persamaan. Karena istilah al-jabr secara harfiah berarti "restorasi" yaitu mengembalikan apa yang kurang. Sedangkan almuqâbala, secara harfiah berarti "oposisi" merujuk pada transformasi aljabar yang dilakukan. Operasi sintaktis tercapai ketika seseorang menggabungkan representasi kuantitas dengan huruf, yang diperkenalkan oleh Vieta. Aturan algoritmik untuk konstruksi nama-nama spesies kemudian dapat diganti dengan angka-angka dan diubah menjadi bagian dari perhitungan. Berdasarkan definisi tersebut dapat dikatakan bahwa al-Khwarizmi memperkenalkan aljabar sebagai aturan yang berkaitan dengan 'persamaan'.

Salah satu konsep paling penting untuk mengembangkan pemikiran aljabar siswa sekolah adalah persamaan matematika (Knuth, et al, 2006; McNeil, et al., 2011). Tanda sama (dengan) penting karena merupakan dasar untuk dapat memahami persamaan dimana persamaan adalah inti dari pemahaman aljabar, oleh karena itu pemahaman yang benar tentang tanda sama (dengan) memiliki urgensi penting untuk sukses dalam aljabar (Banerjee, 2011; Filloy dan Rojano, 1989; Kieran, 1981; Oksuz, 2007). Pemahaman tentang persamaan tidak terlepas dari konsep tanda sama (dengan), sehingga konsep tanda sama (dengan) dan konsep persamaan tidak dapat dipisahkan (Baiduri, 2015).

Hampir semua manipulasi pada persamaan aljabar membutuhkan pemahaman bahwa tanda sama (dengan) merupakan simbol menunjukkan suatu kesetaraan relasional dari kedua sisi tanda sama (dengan). Sehingga definisi persamaan harus dipahami dengan baik oleh siswa agar tidak menjadi batu sandungan utama transisi mereka dari aritmatika ke aljabar (Falkner, Levi & Carpenter, 1999; Kieran, 1981; Oksuz, 2007). Selain itu, Ann van Amerom (2003) melaporkan

bahwa pengembangan kemampuan siswa untuk beroperasi pada variabel dalam aljabar juga membutuhkan gagasan tentang kesetaraan. Oleh karena itu, tanpa adanya pemahaman yang kuat tentang tanda sama (dengan) maka siswa tidak akan dapat menghubungkan makna dengan prosedur yang biasanya digunakan untuk menyelesaikan persamaan aljabar (Carpenter et al., 2003). Pemahaman formal tentang persamaan tersebut melibatkan pengetahuan tentang angka, pengukuran, dan ekspresi dapat diwakili dalam berbagai cara yang sama dan dapat dipertukarkan serta pemahaman tentang tanda sama (dengan) sebagai simbol relasional yaitu menyatakan hubungan kesamaan yaitu di kedua sisi tanda sama (dengan) memiliki nilai yang sama tanpa perlu menghitung (Kieran, 1981; Knuth, et al., 2006; Matthews, 2010; McNeil, Fyfe, & Dunwiddie, 2015).

Belajar tanda sama (dengan) dalam konteks aljabar akan memberikan pengalaman belajar yang sama sekali berbeda dari belajar tanda sama (dengan) dalam konteks aritmatika di sekolah dasar. Pemahaman siswa tentang tanda sama (dengan) dalam aritmatika yang tidak tepat dapat mengarah pada respons yang tidak sesuai dalam aljabar (Falkner et al., 1999; Leavy, Hourigan, & McMahan, 2013; Molina & Ambrose, 2008). Pengalaman siswa sebelumnya dalam aritmatika biasanya hanya berupa menentukan hasil dari suatu operasi hitung bilangan yang melibatkan proses komputasi dari serangkaian angka-angka dan tanda operasi hitung sehingga tanda sama (dengan) dipahami oleh sebagian besar siswa secara operasional yaitu sebagai tanda untuk melakukan suatu rangkaian proses komputasi (Kieran, 1981; Knuth, et al., 2006; McNeil et al., 2006; Powell, 2012). Pemahaman relasional tanda sama (dengan) yang cenderung non-komputasi sangat penting untuk memahami aturan dalam konteks aljabar, karena dalam prosesnya ada banyak tuntutan kognitif yang harus dipenuhi siswa untuk beroperasi pada simbol aljabar, misalnya siswa perlu menerima bahwa tanda operasi hitung seperti '+', '-', dan '=' memiliki banyak makna (Wagner dan Parker, 1999). Hal ini bertujuan agar siswa mampu untuk memahami makna simbol yang berbeda sesuai dengan konteks, memilih satu yang sesuai dengan situasi, dan mengakui bahwa simbol mewakili hasil dan proses (Davis, 1975).

Meskipun tanda sama (dengan) merupakan suatu konsep yang sangat penting untuk dipahami oleh siswa, namun banyak peneliti melaporkan bahwa pemahaman siswa tentang tanda sama (dengan) merupakan salah satu batu sandungan utama bagi siswa ketika bertransisi dari

aritmatika ke aljabar. Terdapat banyak literatur (misalnya Alibali, 2007; Carpenter, et al, 2003; Cooper et al., 1997; Darr, 2003; Falkner, Levi dan Carpenter, 1999; Herscovics, 1989; Hewitt, 2012; Kieran, 1981; Knuth, et al., 2005, 2006, 2008) menyebutkan bahwa makna ‘sama’ merupakan gagasan yang kompleks dan sulit untuk dipahami oleh banyak siswa sekolah dasar dan menengah pertama dalam penelitian mereka. Para peneliti tersebut mengamati bahwa siswa sekolah dasar cenderung menganggap tanda sama (dengan) dalam kalimat aritmatika sebagai simbol operasional yaitu tanda sama (dengan) dimaknai sebagai jumlah total atau hasil perhitungan atau jawaban untuk suatu masalah sehingga mereka cenderung membaca dan melakukan perhitungan pada kesamaan aritmatika atau persamaan aljabar dari kiri ke kanan. Ketika siswa bertemu dengan ekspresi seperti  $5 + n$  misalnya, mereka cenderung menuliskan  $5n$  sebagai ‘jawaban’. Selain itu, siswa sekolah dasar juga seringkali bereaksi negatif ketika kalimat angka tidak sesuai dengan konsepsi yang mereka miliki selama ini seperti dalam kalimat bentuk  $c = a + b$  kemudian mengubahnya menjadi  $a + b = c$ . Dalam kalimat-kalimat dari bentuk  $a + b = \text{_____} + d$ , siswa cenderung untuk menuliskan hasil penjumlahan dari  $a + b$  di bagian  $\text{_____}$  serta menolak kalimat tanpa simbol operasional seperti  $a = a$  atau simbol operasional di kedua sisi seperti  $a + b = c + d$  (Hewitt, 2012; MacGregor & Stacey, 1997). Hewitt (2012) memberikan contoh kasus seperti ketika siswa diberikan kalimat matematika  $3 + 5 = \text{_____} + 1$ , siswa cenderung mengisi 8 di bagian  $\text{_____}$ , selain itu siswa juga cenderung mengubah  $3 + 2 = 2 + 3$  menjadi  $3 + 2 + 2 + 3 = 10$  dan  $3 = 3$  menjadi  $3 + 0 = 3$  atau  $3 - 3 = 0$ .

Aljabar yang diuraikan dalam buku-buku teks matematika memiliki sifat sebagai pengetahuan *a priori* atau sebagai *scholarly knowledge* yakni pengetahuan yang hanya tergantung pada makna simbol, hubungan antar simbol yang membentuk proposisi, serta hubungan antar proposisi dimana tidak ada kaitannya dengan konteks dan pengalaman tertentu. Pengetahuan aljabar berubah menjadi pengetahuan *a posteriori* ketika dituangkan sebagai materi yang akan diajarkan seperti dalam kurikulum atau desain didaktis yang dibuat oleh guru melalui proses kontekstualisasi dengan mempertimbangkan pengalaman dan pengetahuan yang telah dimiliki siswa. Proses pembangunan pengetahuan menurut Tall (1995) dimulai dengan persepsi (cara menganggap, memahami, dan menginterpretasikan sesuatu) sebagai input dan aksi sebagai output. Hal tersebut menunjukkan bahwa persepsi merupakan langkah awal siswa dalam memahami suatu konsep dimana persepsi tersebut bersifat tidak unik yaitu satu siswa dengan

Lia Ardiansari, 2023

**STUDI FENOMENOLOGI HERMENEUTIK TANDA SAMA (DENGAN)  
DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

siswa lainnya dapat memiliki persepsi yang berbeda-beda tentang konsep yang sama bergantung dari interpretasi siswa terhadap konsep yang diberikan. Perbedaan persepsi tersebut disebabkan oleh cara dalam memfokuskan aspek dan karakter tertentu dari stimulus yang diberikan berdasarkan makna dan pengalaman yang dimiliki setiap siswa yang tentunya berbeda-beda.

Menurut Sa'adah, et al., (2015) interpretasi seseorang terhadap suatu konsep disebut konsepsi dimana konsepsi seorang individu dapat sesuai dengan konsepsi saintifik namun dapat juga berbeda bahkan bertentangan. Sfard (1991) menginterpretasikan konsep dan konsepsi serupa seperti Tall & Vinner (1981) menginterpretasikan *concept definition* dan *concept image*. Sfard (1991) mengemukakan perbedaan konsep dengan konsepsi yaitu, konsep merupakan ide matematis secara formal sedangkan konsepsi adalah representasi internal dan hubungan yang muncul yang dipicu oleh konsep. Dengan demikian, konsepsi serupa seperti *concept image* yaitu representasi internal yang muncul dalam benak siswa terhadap suatu konsep yang dibangun oleh pengalaman-pengalaman sebelumnya. Konsepsi-konsepsi yang saling terkait merupakan *concept image* yang didefinisikan oleh Tall & Vinner (1981) sebagai keseluruhan struktur kognisi yang terasosiasi dengan konsep, termasuk gambaran mental, sifat dan karakteristik, serta proses-proses yang terkait dengan konsep tersebut. Sedangkan *concept definition* didefinisikan oleh Tall & Vinner (1981) sebagai definisi formal atau rangkaian kata-kata yang digunakan secara khusus untuk menentukan konsep yang dapat dipelajari oleh siswa secara individu baik diberikan atau dibangun sendiri terkait dengan tingkat yang lebih besar atau rendah terhadap konsep secara keseluruhan. Dengan cara ini, *concept definition* pribadi dapat berbeda dari definisi konsep formal yang diterima oleh komunitas matematika yang besar. Untuk setiap *concept definition* individu akan menghasilkan *concept image*-nya sendiri (atau disebut sebagai *concept definition image*) yang merupakan bagian dari *concept image*. Lebih lanjut, Tall & Vinner menyatakan bahwa *concept definition* tidak menjamin seseorang dapat memahami konsep matematika karena seseorang dapat mempelajari definisi formal tanpa sebuah pemahaman yakni memproses pre-konsepsi atau prasangka dari konsep matematika sebelum definisi formal matematika diajarkan. Proses tersebut didasarkan pada pengalaman-pengalaman sebelumnya, konsepsi, dan juga latihan-latihan yang diberikan ketika belajar matematika.

Vinner (1991) dalam model proses kognisinya menyebutkan bahwa di dalam struktur kognisi setiap individu terdapat *concept image* dan sel *concept definition*. Pada saat mempelajari suatu konsep, seseorang pada awalnya akan memiliki gambaran mental dari konsep yang diberikan yaitu semua representasi visual seperti grafik, sifat-sifat, dan juga simbol-simbol dari konsep tersebut yang kemudian disebut sebagai *concept image*. Misalnya, ketika seseorang mendengar kata “meja” maka akan muncul bayangan mengenai meja di benak masing-masing orang. Namun interpretasi meja bagi setiap orang pastinya berbeda-beda seperti berbentuk kotak terbuat dari kayu, atau meja mewah terbuat dari kaca berbentuk bundar, memiliki empat kaki, dan masih banyak lagi. Dengan demikian, kata-kata untuk mendefinisikan konsep “meja” tentu saja juga beragam, tetapi pasti terdapat definisi atau kata-kata umum tentang “meja” yang disepakati oleh sebagian besar orang.

Lebih lanjut, Vinner (1991) menyatakan bahwa proses berpikir ketika seseorang mempelajari konsep matematika diharapkan diformulasikan melalui sel *concept definition*. Namun, pada kenyataannya sangatlah sulit untuk mengendalikan sistem kognitif yang mengharuskan menggunakan *concept definition* untuk memperoleh solusi karena yang sering terjadi ketika seseorang mempelajari suatu konsep matematika yaitu dengan respon intuitif (pengetahuan atau persepsi mental yang merupakan pemahaman yang bersifat seketika tanpa adanya intervensi proses pemikiran atau penalaran atau *concept image*) dimana seseorang memformulasikan solusi dari permasalahan matematika tanpa melalui sel *concept definition*.

Vinner (1983) melaporkan bahwa mengetahui *concept image* siswa merupakan sesuatu yang sangat penting bagi guru dalam menambah pengetahuan guru akan pemahaman yang lebih baik terhadap siswa serta memberikan masukan perbaikan dalam cara mengajar apabila terjadi adanya kesalahan *concept image* yang terbentuk dalam diri siswa. Hal ini menunjukkan bahwa peran guru sangat penting dalam membentuk *concept image* siswa terhadap suatu konsep yang diajarkannya. Apabila *concept image* guru jauh dari konsepsi saintifik maka akan mempengaruhi performa guru dalam proses belajar-mengajar di kelas serta dapat menyebabkan *concept image* siswa yang lebih jauh lagi dari konsepsi saintifik sehingga berpotensi menimbulkan adanya hambatan belajar (*learning obstacles*) yang tentu akan berimplikasi pada optimalisasi penerahuan siswa terkait pada konsep yang diajarkan.

*Learning obstacles* menurut Brosseau (2022) bukan merupakan kekurangan pengetahuan melainkan potongan pengetahuan yang diterima individu ketika belajar matematika yang berasal dari luar (faktor eksternal) yang dikelompokkan ke dalam tiga kategori yaitu *ontogenic obstacle* (hambatan yang berhubungan dengan tingkat kesiapan mental individu ketika menerima pengetahuan yang disebabkan karena ketidaksesuaian tuntutan berpikir individu dan pengetahuan prasyarat yang tidak memenuhi sehingga pengetahuan yang baru yang sedang dipelajari sulit untuk diadaptasi); *didactical obstacle* (hambatan yang terjadi akibat sistem edukasi atau sistem didaktis seperti kekeliruan system pembelajaran, urutan atau tahapan kurikulum, alur pembelajaran yang tidak benar, atau penyajian materi pembelajaran ketika belajar); dan *epistemological obstacle* (hambatan yang terjadi akibat pengetahuan yang terbatas terhadap suatu konteks tertentu sehingga ketika individu dihadapkan pada konteks yang berbeda maka pengetahuan yang dimiliki menjadi tidak bisa atau sulit digunakan).

Pada pembelajaran matematika di Indonesia, umumnya tanda sama (dengan) mulai diperkenalkan sejak siswa belajar aritmatika di sekolah dasar. Oleh karena itu, bagaimana tanda sama (dengan) dimaknai dan diajarkan di sekolah dasar merupakan pondasi penting bagi terbentuknya *concept image* yang ada dalam diri siswa dimana *concept image* tersebut melibatkan aktivitas mental subjektif sehingga masing-masing individu dapat memiliki makna yang berbeda sesuai dengan pengalaman belajarnya (Kieran, 1981; McNeil, et al., 2006; Prediger, 2010; Radford, 2000; Sherman & Bisanz, 2009, Suryadi, 2019). Pemahaman yang diperoleh siswa dari pengalaman sebelumnya dapat berulang dan konsisten dalam jangka panjang (Knuth et al., 2006; McNeil & Alibali, 2005). Pengetahuan yang diperoleh dari pengalaman awal jika tidak sesuai dengan informasi yang ditemukan dalam upaya di masa depan maka akan menimbulkan efek ‘top-down’ sehingga kesulitan pembelajaran di awal menjadi penyebab kesulitan pembelajaran di kemudian hari (Bruner, 1957; McNeil & Alibali, 2004, 2005; Rumelhart, 1980). Sehingga kesalahan siswa dalam menafsirkan makna tanda sama (dengan) di kelas awal dapat menjadi penyebab kesulitan pembelajaran di kemudian hari bahkan pada tingkat pendidikan tinggi (Baiduri 2015; Best, McRoberts, & Goodell, 2001; Flege, Yeni Komshian, & Liu, 1999; Knuth et al., 2006; McNeil & Alibali, 2005). Oleh karena itu desain didaktis yang telah dibuat oleh guru utamanya di sekolah dasar dan menengah pertama

merupakan pondasi penting bagi terbentuknya *concept image* yang ada dalam diri siswa tentang tanda sama (dengan).

Guru sebagai pendidik memegang peranan penting dalam proses pemaknaan tanda sama (dengan) siswa dalam pembelajaran matematika salah satunya sebagai penyusun desain didaktis pembelajaran yang menjadi *learning environment* yang memicu terjadinya persepsi tentang dan aksi atas desain didaktis tersebut. Desain didaktis pembelajaran merupakan skenario utama guru dalam menyampaikan materi pembelajaran kepada siswa. Apa yang diajarkan guru akan menentukan *concept image* siswa tentang materi pembelajaran yang disampaikan. Guru sebagai pendidik pasti memiliki *concept image* pemaknaan tanda sama (dengan) sesuai dengan kapasitas, pengalaman belajar, serta pengetahuan yang menjadi sumber bagi mereka untuk menyusun suatu desain didaktis tertentu. Dengan demikian *concept image* guru merupakan modal utama untuk membentuk *concept image* yang dimiliki siswa. Oleh karena itu, bagaimana demikian *concept image* tanda sama (dengan) yang dimiliki guru menjadi sangat penting untuk dipelajari. Desain pembelajaran yang belum cukup untuk menciptakan lingkungan belajar yang mendukung tindakan mental subjektif siswa akan mengarah pada adanya *Zone of Concept Image Differences* (ZCID) yaitu yaitu kesenjangan yang terjadi antara *concept image* pada siswa, *concept image* pada guru, dan *scientific conception* (matematikawan) (Suryadi, 2019). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa desain didaktis pembelajaran yang memberikan makna tanda sama (dengan) yang sesuai dengan konsepsi ilmiah yang tepat bukanlah suatu yang dapat dianggap sepele.

Studi pendahuluan di lapangan telah dilakukan dengan melibatkan tiga puluh partisipan yang terdiri atas 6 siswa kelas 6 sekolah dasar, 14 siswa kelas 7 SMP, 4 siswa kelas 8 SMP, 3 siswa kelas 12 SMA, dan 3 mahasiswa untuk mengeksplorasi *concept image* siswa tentang tanda sama (dengan). Instrumen penelitian yang digunakan dalam studi pendahuluan ini yaitu 16 pertanyaan dalam *task based interview* dengan menggunakan empat jenis tugas berbeda dimana masing-masing tugas berisi empat pertanyaan yang melibatkan perhitungan maupun yang tidak melibatkan perhitungan, dikemas dalam bentuk *open number sentences* dan *true/false number sentences*, serta disajikan dalam berbagai konteks kesamaan aritmatika dan persamaan aljabar.

- a) Ketika diberikan soal  $8 - \underline{\quad} = 10$  terdapat 6 siswa SD, 14 siswa SMP, 1 siswa SMA dan 1 mahasiswa memiliki jawaban yang salah dikarenakan mereka cenderung membaca

persamaan tersebut secara berurutan dari kiri ke kanan sebagai “delapan dikurangi berapa hasilnya sepuluh”. Sebanyak 22 siswa tersebut mengisi 2 sebagai jawaban, hal ini disebabkan karena mereka berpikir bahwa tanda pengurangan sebagai selisih dari dua bilangan tanpa memperhatikan letak tanda sama (dengan) dalam kalimat matematika yang diberikan.

- b) Ketika diberikan soal  $19 = \text{_____} + 25$  terdapat 6 siswa SD, 11 siswa SMP, 2 siswa SMA dan 1 mahasiswa memiliki jawaban yang salah. Terdapat 2 siswa SD dan 1 siswa SMP yang mengisi 41 sebagai jawaban. Hal ini menunjukkan bahwa siswa-siswa tersebut hanya berfokus kepada tanda operasi penjumlahan (+) sehingga mereka memandang tanda sama (dengan) sebagai simbol “hitung total“. Terdapat 10 siswa SMP, 1 siswa SMA, dan 1 mahasiswa yang mengisi 6 sebagai jawaban dimana mereka mereformulasi ulang sintaksis seperti membaca  $19 = 6 + 25$  sebagai “6 ditambah 19 sama dengan 25“. Hal ini nampaknya dikarenakan mereka menerima pernyataan kesetaraan dari bentuk sintaksis ekspresi = angka (dimana ekspresi adalah string angka-operator) untuk memiliki konsepsi operator dari tanda sama (dengan). Sedangkan 5 siswa lainnya tidak menjawab.
- c) Ketika diberikan soal  $\text{_____} = 12 - 17$  hanya terdapat 1 siswa SD memiliki jawaban yang salah dimana siswa tersebut menuliskan 5 sebagai jawaban. Ia cenderung membaca persamaan tersebut secara berurutan dari kiri ke kanan dimana tanda sama (dengan) sebagai penanda jawaban sehingga memandang 17 sebagai jawaban yaitu  $5+12=17$ .
- d) Ketika diberikan soal  $\text{_____} + 13 = 9$  terdapat 5 siswa SD dan 4 siswa SMP memiliki jawaban yang salah. Ada sebanyak 4 siswa SD dan 1 siswa SMP yang menjumlahkan 13 dengan 9 sehingga diperoleh 22 sebagai jawaban. Sepertiya siswa-siswa tersebut memandang tanda sama (dengan) sebagai simbol “hitung total“. Sedangkan 4 siswa lainnya menulis 4 sebagai jawaban nampaknya memaknai tanda sama (dengan) sebagai tanda untuk “melakukan sesuatu” seperti perhitungan atau manipulasi tertentu sehingga mereka mengubah persamaan menjadi  $\text{_____} + 13-9 = 4$  untuk memperoleh jawaban.
- e) Ketika diberikan soal  $\square+(12-3) = 20$  terdapat 6 siswa SD, 17 siswa SMP, 1 siswa SMA dan 1 mahasiswa memiliki jawaban yang salah. Ketika tanda sama (dengan) disajikan dalam beberapa konteks persamaan, terdapat beberapa respon yang tidak terduga muncul seperti salah seorang siswa SD yang menjawab 4 pada  $\square+(12-3) =$

20 dengan alasan karena “disitu kan ada kotak, kotak itu sisinya 4 jadi jawabannya pasti 4” tanpa memperhatikan persamaan matematikanya sama sekali. Sebanyak 3 siswa SD dan 7 siswa SMP mengisi 35 sebagai jawaban, sepertinya mereka hanya berfokus kepada angka, mengabaikan adanya dua operasi hitung yang berbeda, dan memandang tanda sama (dengan) sebagai simbol “hitung total” sehingga mereka menjumlahkan seluruh angka yang ada dalam persamaan kemudian menghitung totalnya sebagai jawaban. Sedangkan 2 siswa SD lainnya menulis 9 di dalam kotak yang diperoleh dari  $12-3 = 9$  dan mengabaikan angka 20 di sebelah kanan tanda sama (dengan). Dalam hal ini sepertinya tanda sama (dengan) dimaknai sebagai pemisah antara masalah (operasi hitung) dengan jawaban. Sedangkan 1 siswa SMA dan 1 mahasiswa yang menuliskan 29 sebagai jawaban sepertinya memaknai tanda sama (dengan) sebagai tanda operator yang berarti “menambahkan” atau “mendapat jawaban”.

- f) Ketika diberikan soal  $4 \times 3 = 7 + \square$  terdapat 6 siswa SD, 17 siswa SMP, 2 siswa SMA dan 2 mahasiswa memiliki jawaban yang salah. Seorang siswa SD secara konsisten menuliskan 4 sebagai jawaban dengan alasan jumlah sisi kotaknya adalah 4. Kemudian 4 orang siswa SD dan 10 siswa SMP menjumlahkan semua angka sehingga menuliskan 14 sebagai jawaban, nampaknya mereka melihat tanda sama (dengan) semacam perintah untuk menyelesaikan perhitungan “ $4 + 3 + 7$ ” dan membuat jawaban di dalam kotak tanpa memperhatikan tanda operasi hitung dan tanda sama (dengan) dalam persamaan matematika yang diberikan. Sebanyak 1 siswa SD dan 2 siswa SMP menuliskan 12 sebagai jawaban, sepertinya memaknai tanda sama (dengan) sebagai pemisah antara masalah (operasi hitung) dengan jawaban. Sedangkan 2 siswa SD, 5 siswa SMP, 2 siswa SMA dan 1 mahasiswa menjumlahkan  $4 \times 3 = 12$  kemudian tambah 7 hasilnya 19 pada persamaan  $4 \times 3 = 7 + \square$  sepertinya memaknai tanda sama (dengan) sebagai “tanda untuk menghitung”. Sedangkan 1 mahasiswa lainnya menuliskan 4 sebagai jawaban karena kekurangahirannya dalam melakukan operasi hitung perkalian.
- g) Ketika diberikan soal  $3 + \square = 4 + 12$  terdapat 6 siswa SD, 16 siswa SMP, dan 1 siswa SMA memiliki jawaban yang salah. Seluruh siswa SD dan 12 siswa SMP mengisi 1 sebagai jawaban sepertinya menampilkan pendekatan “jawaban datang berikutnya segera setelah tanda sama (dengan)” dan menjawab bahwa angka yang hilang, dalam hal ini

harus 1. Sedangkan *concept image* yang dimiliki siswa adalah tanda sama (dengan) bermakna sebagai “menghasilkan” pada konteks ini adalah angka berapa yang jika ditambahkan 3 menghasilkan 4. Terdapat 1 siswa SMP yang menuliskan 16 sebagai jawaban hanya berfokus kepada ruas kanan saja kemudian menambahkan tanda sama (dengan) di kanan angka 12 dan menuliskan 16 setelah tanda sama (dengan). Hal ini menunjukkan dengan jelas bahwa siswa tersebut tidak memiliki *concept image* tanda sama (dengan) selain sebagai penanda hasil perhitungan. Sebanyak 3 siswa SMP dan 1 siswa SMA menuliskan 19 sebagai jawaban sepertinya hanya berfokus kepada tanda operasi penjumlahan (+) sehingga mereka memandang tanda sama (dengan) sebagai simbol “hitung total”.

- h) Ketika diberikan soal  $\square + 15 = 29 + 9$  terdapat 6 siswa SD dan 17 siswa SMP memiliki jawaban yang salah. Sebanyak 3 siswa SD dan 5 siswa SMP hanya berfokus pada operasi di ruas kanan saja yaitu  $29 + 9$  sehingga mereka kemudian menuliskan 38 sebagai jawaban. Mereka mengabaikan adanya angka 15 di ruas kiri tanda sama (dengan) dimana hal ini menunjukkan siswa-siswa tersebut memiliki *concept image* tanda sama (dengan) sebagai penanda hasil perhitungan. Terdapat 6 siswa SMP yang konsisten memandang tanda sama (dengan) sebagai simbol “hitung total” sehingga mereka menjumlahkan seluruh angka yang ada dalam persamaan kemudian menghitung totalnya sebagai jawaban lalu menuliskan 53 ke dalam kotak. Terdapat 6 SMP siswa yang menuliskan 14 ke dalam kotak, sepertinya mereka memandang tanda sama (dengan) sebagai penanda hasil perhitungan dengan membaca persamaan sebagai “berapa jika ditambah 15 akan menghasilkan 29”.
- i) Ketika diberikan soal  $5 + 7 + 8 = 6 + \square$  terdapat 6 siswa SD dan 11 siswa SMP memiliki jawaban yang salah. Seluruh siswa tersebut hanya berfokus kepada angka dan tanda operasi penjumlahan (+) serta mereka memandang tanda sama (dengan) sebagai simbol “hitung total” sehingga mereka menuliskan 26 sebagai jawaban.
- j) Ketika diberikan soal  $(17 + 4) : 3 = \square + 4$  terdapat 1 siswa SD yang konsisten menuliskan 4 sebagai jawaban dengan alasan jumlah sisi kotaknya adalah 4, sedangkan 5 siswa lainnya tidak menjawab soal ini. Sebanyak 15 siswa SMP, 2 siswa SMA, dan 1 mahasiswa memiliki jawaban yang salah yaitu menuliskan 7 di dalam kotak dan

mengabaikan angka 4 di sebelah kanan kotak. Sementara itu 2 siswa SMP lainnya menuliskan 11 sebagai jawaban.

- k) Ketika diberikan soal  $\triangle + 9 = 13 - 7 + 9$  terdapat 1 siswa SD yang menuliskan 3 sebagai jawaban dengan alasan jumlah sisi segitiganya adalah 3, sepertinya siswa tersebut paham jika ia harus berbuat sesuatu tetapi tidak tahu musti bagaimana oleh karena itu ia memusatkan perhatiannya kepada simbol kotak atau segitiga yang terdapat dalam persamaan. Siswa tersebut nampaknya juga tidak terbiasa bekerja dengan simbol seperti kotak, segitiga ataupun simbol lain selain tanda titik-titik ..... atau \_\_\_\_\_. Hal ini menunjukkan indikasi adanya pandangan sempit terhadap simbol dalam persamaan matematika sehingga dapat menjadi salah satu batu sandungan dalam kinerja siswa dalam belajar matematika. Selain itu, terdapat 3 siswa SMP yang menuliskan 4 sebagai jawaban dengan memusatkan 13 sebagai hasil operasi dari persamaan, terdapat 6 siswa SMP yang hanya berfokus pada angka dan mencari totalnya sehingga mereka menuliskan 38 sebagai jawaban. Terdapat 2 siswa SMA dan 1 mahasiswa memiliki jawaban yang salah dimana mereka bertiga menuliskan 17 disebelah kanan menjadi  $\triangle + 9 = 13 - 7 + 9 = 17$ .
- l) Ketika diberikan soal  $(3 \times 4) + \triangle = 3 \times 7$  terdapat 1 siswa SD konsisten menjawab 3 dengan alasan jumlah sisi segitiga ada 3, terdapat 3 siswa SD dan 12 siswa SMP menulis 12, terdapat 1 siswa SD dan 2 siswa SMP menulis 7, serta terdapat 1 siswa SD, 4 siswa SMP, dan 1 siswa SMA lainnya tidak menjawab soal. Sedangkan 1 siswa SMA dan 1 mahasiswa menulis jawaban  $3 \times 4 = 12 + 3 \times 7$ .
- m) Ketika diberikan tugas untuk menjawab pertanyaan berjenis *true/false number sentences* seperti (a)  $10 + 16 = 15 + 11$ ; (b)  $42 : 16 = 84 : 32$ ; dan (c)  $8 + (3 \times 8) = (5 \times 8) - 8$ , mereka masih memiliki ketergantungan yang sangat tinggi terhadap komputasi untuk menjawab setiap pertanyaan. Padahal yang diharapkan mereka dapat memberikan argumentasi hubungan numerik, misalnya pada persamaan matematika  $10 + 16 = 15 + 11$  bernilai benar “karena 11 adalah lebih besar 1 nilai dari 10 begitu juga dengan 16 dan 15”. Mahasiswa sekalipun masih belum ‘terbebas’ dari konteks tanda sama (dengan) sebagai hasil komputasi sehingga sangat wajar bahwa siswa kelas rendah

juga memiliki makna demikian. Artinya, seluruh responden belum mampu menggunakan pemikiran relasional, yaitu memecahkan kalimat angka dengan berfokus pada hubungan antara angka-angka dalam persamaan.

- n) Contoh kasus lainnya yaitu pada masalah “ $3x = 20$  berapakah nilai  $x$ ?”. Salah satu mahasiswa yang telah berkenan menjadi responden dalam penelitian ini menjawab 17 sebagai solusi. Ketika ditanya “mengapa 17?”, mahasiswa tersebut menjawab “karena 3 ditambah berapa hasilnya 20”.

Berdasarkan uraian contoh-contoh kasus tersebut dapat diambil beberapa kesimpulan diantaranya yaitu *concept image* tanda sama (dengan) yang dimiliki oleh seluruh partisipan diantaranya yaitu sebagai tanda untuk “melakukan sesuatu” seperti perhitungan atau manipulasi tertentu, tanda operator yang berarti “menambahkan” atau “mendapat jawaban”, tanda pemisah antara masalah (operasi hitung) dengan jawaban; simbol “hitung total”, serta menunjukkan “hasilnya”. Seluruh partisipan dalam studi pedahuluan ini juga menunjukkan kinerja yang lebih baik di tugas yang melibatkan perhitungan daripada yang tidak melibatkan perhitungan. Mereka cenderung memberikan tanggapan berdasarkan proses yang berorientasi pada hasil sehingga memiliki “keharusan untuk menghitung” yang terkategori sebagai pandangan operasional dari tanda sama (dengan). Selain itu, sepertinya partisipan dalam studi kasus ini lebih cenderung menganggap tanda sama (dengan) sebagai tanda “menemukan hasil atau melakukan sesuatu” atau tanda “keharusan menghitung atau indikator yang digunakan sebelum jawaban”. Hasil ini sejalan dengan beberapa hasil penelitian sebelumnya bahwa “keharusan untuk menghitung” ini sering mendorong pandangan operasional dari tanda sama (dengan) (Baroody & Ginsburg, 1983; Borenson, 2013; Carpenter, et al, 2003; Darr, 2003; Kiziltoprak & Kose, 2017; Machaba, 2017; McNeil, 2008).

Meskipun responden mahasiswa mengakui bahwa tanda sama (dengan) bermakna ‘*the same as*’ namun mereka masih sangat bergantung dengan proses perhitungan dalam mengambil kesimpulan. Mereka belum mampu mengambil kesimpulan menggunakan hubungan numerik. Bahkan pada persamaan yang lebih sederhana seperti  $10 + 16 = 15 + 11$ , mahasiswa yang telah sangat mahir dalam aljabar memberikan respon ‘benar’ pada setiap pertanyaan dengan argumentasi ‘tanda sama (dengan) menjamin bahwa nilai sisi kiri dan kanan pasti memiliki nilai

yang sama' namun strategi yang digunakan masih komputasi (yaitu kedua sisi bernilai 26) untuk meyakinkan bahwa sisi kiri tanda sama (dengan) memiliki nilai yang sama dengan sisi kanan. Padahal yang diharapkan mereka dapat memberikan argumentasi hubungan numerik, misalnya pada kalimat matematika  $10 + 16 = 15 + 11$  bernilai benar 'karena 11 adalah lebih besar 1 nilai dari 10 begitu juga dengan 16 dan 15'. Tapi tidak ada satupun responden yang memberikan alasan demikian. Responden siswa SD juga mengalami kesulitan besar untuk menafsirkan tanda sama (dengan) sebagai simbol relasional. Hal ini sepertinya disebabkan karena siswa membangun pengalaman awal yang terlalu sempit tentang aritmatika di sekolah yang biasanya diajarkan dengan cara yang sangat prosedural (misal  $3 + 5 = \underline{\quad}$ ) dengan sedikit atau tidak ada referensi untuk konsep kesetaraan matematika (misal  $2 + 4 = \underline{\quad} - 3$ ). Pengalaman awal tersebut dapat menyebabkan ketergantungan dan berkontribusi pada kesulitan dengan masalah tingkat tinggi. Minimnya variasi latihan soal terkait kesetaraan matematika yang dapat mengaktifkan pemikiran relasional siswa seperti menginduksi pasangan adenden yang setara berdasarkan pada hubungan transitif (misal: jika  $3 + 4 = 7$  dan  $5 + 2 = 7$ , maka  $3 + 4 = 5 + 2$ ) dan minimnya upaya untuk membangun pemahaman tentang kesetaraan melalui kata-kata relasional seperti "adalah jumlah yang sama dengan" daripada menggunakan simbol "=" yang digunakan untuk mewakili kesetaraan.

Temuan ini sejalan dengan yang dilaporkan oleh beberapa peneliti sebelumnya (misalnya, Hattikudur & Alibali, 2010; Kiziltoprak & Kose, 2017; Knuth, et al., 2008; McNeil & Alibali, 2005). Kesulitan tersebut ditemukan juga masih dialami oleh seorang mahasiswa dalam penelitian ini. Penyebab kesulitan-kesulitan tersebut, diklaim oleh beberapa peneliti dikarenakan siswa membangun pengalaman awal yang terlalu sempit tentang aritmatika di sekolah dasar yang biasanya diajarkan dengan cara yang sangat prosedural dengan sedikit atau tidak ada referensi untuk konsep kesetaraan matematika. Pengalaman awal siswa yang dibangun secara sempit tersebut dapat menyebabkan ketergantungan dan berkontribusi pada kesulitan dengan masalah berikutnya. Hal ini menjadi salah satu temuan yang penting dalam penelitian ini karena sejalan dengan klaim beberapa peneliti sebelumnya (seperti Bruner, 1957; McNeil & Alibali, 2004, 2005; Rumelhart, 1980) tentang adanya efek 'top-down' yaitu kesalahpahaman siswa tentang tanda sama (dengan) sejak tahun-tahun awal sekolah dapat menjadi kesalahpahaman jangka panjang bahkan mungkin masih terjadi hingga pendidikan tinggi.

Lia Ardiansari, 2023

**STUDI FENOMENOLOGI HERMENEUTIK TANDA SAMA (DENGAN)  
DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Temuan-temuan tersebut juga selaras dengan laporan penelitian sebelumnya (misal, Baiduri 2015; Knuth et al., 2006). Temuan-temuan hasil studi pendahuluan ini menunjukkan bahwa tanda sama (dengan) terbukti juga menjadi ‘masalah’ yang berpotensi menjadi salah satu batu sandungan utama bagi siswa di Indonesia ketika mereka melakukan transisi dari aritmatika ke aljabar. Sebagian besar siswa dalam studi pendahuluan ini belum mampu menunjukkan pemahaman tanda sama (dengan) di luar konteks hasil dari perhitungan (operasional). Nampaklah bahwa siswa-siswa tersebut mengalami kesulitan dalam mempelajari persamaan aljabar. Kesalahan-kesalahan yang dijabarkan tersebut menunjukkan dominasi fokus siswa terletak pada jawaban, angka, proses kalkulasi dan ekspresi aljabar pada bagian kanan tandasama (dengan) yang membuat mereka mengabaikan tanda sama (dengan) sebagai tanda kesetaraan. Dengan demikian, temuan-temuan dari studi pendahuluan ini juga mendukung klaim bahwa kesalahpahaman siswa tentang tanda sama (dengan) sejak tahun-tahun awal sekolah dapat menjadi kesalahpahaman jangka panjang bahkan masih terjadi hingga pendidikan tinggi. Bahkan Capraro (2007) menyatakan bahwa meskipun kesalahpahaman tersebut telah diteliti selama lebih dari tiga puluh tahun di berbagai negara, namun belum banyak memberikan penyempurnaan dalam teori. Oleh karena itu, pembelajaran makna tanda sama (dengan) tidak dapat disepelekan bahkan memiliki urgensi yang tinggi dalam membantu siswa untuk mempelajari aljabar di sekolah.

Berdasarkan studi pendahuluan yang dilakukan peneliti melalui studi literatur, analisis buku teks, serta diskusi terbuka dengan beberapa rekan sejawat yang berprofesi sebagai guru dan dosen matematika, peneliti memperoleh beberapa informasi awal terkait hal-hal yang menjadi penyebab kesulitan atau hambatan guru dalam menjelaskan makna dari tanda sama (dengan) yang sesuai dengan konsepsi saintifik, diataraya yaitu: materi kurikulum sekolah dasar sering menyajikan tanda sama (dengan) dalam konteks yang mendukung interpretasi operasional tetapi kurang mendukung keterampilan aritmatika mendasar yang memungkinkan menuliskan persamaan dengan simbol matematika, memahami fitur dasar operasi, dan mengkonseptualisasikan angka dalam berbagai bentuk. Banyaknya target tujuan pembelajaran yang harus dicapai membuat guru tidak memiliki waktu untuk lebih mengembangkan pemahaman relasional dari tanda sama (dengan), sebagian guru sekolah dasar berpendapat bahwa *concept image* siswa tentang tanda sama (dengan) akan otomatis berubah menjadi

canggih seiring dengan bertambah tingginya tingkatan kelas sehingga konsep tanda sama (dengan) kurang mendapat perhatian lebih dalam proses belajar-mengajar di kelas awal maka tidak mengejutkan jika banyak siswa di berbagai tingkatan yang memahami tanda sama (dengan) sebagai indikator operasional mengarahkan mereka untuk melakukan perhitungan. Guru juga tidak memiliki desain didaktis yang berkualitas yang dapat mendorong proses belajar dalam diri siswa secara optimal. Banyak instruksi guru dan buku teks yang menyajikan persamaan dimana jawaban selalu perlu dihitung setelah tanda sama (dengan), banyak buku teks yang hanya berisi sedikit informasi bagi guru untuk menjelaskan tanda sama (dengan), tidak ada definisi "sama dengan" sebagai konsep kesetaraan dalam buku teks siswa di sekolah, sangat jarang menyajikan masalah persamaan dengan operasi di kedua sisi tanda sama (dengan) yang sangat bermanfaat untuk mendorong pandangan relasional tanda sama (dengan). Oleh karena itu, siswa jarang diajarkan untuk menafsirkan makna dari tanda sama (dengan) selama proses pembelajaran.

Studi pendahuluan tersebut sangat berguna dalam memberikan gambaran awal dari permasalahan yang diteliti serta membantu mempersiapkan diri dengan baik untuk penelitian utama. Beberapa tindak lanjut yang dilakukan setelah melakukan studi pendahuluan diantaranya yaitu: merumuskan pertanyaan penelitian yang lebih spesifik untuk penelitian utama, menentukan partisipan penelitian yang sesuai, memilih metode pengumpulan data yang sesuai, memilih teknis analisis data, melakukan studi literatur yang relevan, kemudian menuliskan hasil penelitian.

Menurut studi literatur yang telah dilakukan, banyak pemikiran dan penelitian di berbagai negara telah mengeksplorasi pemahaman siswa tentang tanda sama (dengan) dalam berbagai konteks, misalnya yaitu: pada konteks pemahaman/penalaran siswa tentang tanda sama (dengan) terkait kesamaan aritmatika (seperti McNeil, et al., 2017)); pemahaman/penalaran siswa tentang tanda sama (dengan) terkait persamaan aljabar (seperti Prediger, 2010); kesalahan/kesulitan siswa dalam mempelajari tanda sama (dengan) terkait persamaan aljabar (seperti Vermeulen & Meyer (2017)); peningkatan/pengembangan pemahaman siswa tentang tanda sama (dengan) terkait persamaan aljabar (seperti Borenson, 2013); dan kesenjangan/gap terkait makna tanda sama (dengan) antara operasional dengan relasional (seperti Mirin, 2019). Hal tersebut menunjukkan bahwa pemahaman tanda sama (dengan) telah menjadi titik fokus dari upaya reformasi dan penelitian dalam pendidikan matematika sebagai 'masalah' yang terbukti kuat

dalam berbagai konteks, dalam kurun waktu jangka panjang, dan dapat dialami oleh siswa mulai dari siswa sekolah dasar, sekolah menengah dan bahkan mahasiswa.

Diantara beberapa studi terkait tentang pembelajaran tanda sama (dengan) dalam matematika yang telah disebutkan sebelumnya tersebut, belum ada studi yang melakukan eksplorasi secara mendalam terhadap *concept image* (yaitu istilah yang menggambarkan persepsi dalam diri seseorang tentang suatu konsep sesuai kapasitas, pengalaman belajar, serta pengetahuan yang dimiliki dimana persepsi tersebut belum tentu sesuai dengan *scientific conception* yang seharusnya) yang terbentuk pada siswa dan *concept image* yang terbentuk pada guru untuk mengungkap adanya *Zone of Concept Image Differences* (ZCID) (Suryadi, 2019). Hasil pengkajian ZCID pada studi ini akan dijadikan sebagai indikator bukti adanya permasalahan mendasar tentang pemaknaan tanda sama (dengan) yang kemudian digunakan untuk memunculkan ide-ide terobosan pengembangan desain didaktis yang lebih baik. Pentingnya studi ini adalah bahwa selain dapat menanamkan *concept image* yang lebih sesuai dengan konsepsi ilmiah yang tepat tentang tanda sama (dengan) kepada siswa, juga dapat meningkatkan kemahiran guru dalam merancang dan mengatur situasi pembelajaran yang mempromosikan pemahaman relasional siswa sekolah dasar dan siswa sekolah menengah pertama. Hal ini penting dilakukan mengingat pemahaman relasional diklaim oleh banyak peneliti (misalnya Kilpatrick, Swafford & Findell, 2002; Knuth, et al., 2006; Meyer, 2016) dapat mendukung pemahaman aljabar yang lebih baik.

Sesuai dengan definisi *concept image* maka pemaknaan siswa terhadap tanda sama (dengan) sangat bergantung dari pengalaman belajar yang mereka peroleh sebelumnya. Pengalaman belajar tersebut tentunya tidak terlepas dari desain didaktis yang disusun oleh guru sesuai dengan *concept image* yang mereka miliki. Oleh karena itu *concept image* guru berdasarkan pengalaman, pengetahuan awal, dan sumber belajar merupakan titik awal dari kontrol terbesar dalam menyusun *concept image* siswa. *Concept image* yang tidak sesuai dengan *scientific conception* menunjukkan adanya *Zone of Concept Image Differences* (ZCID) yaitu kesenjangan yang terjadi antara *concept image* pada siswa, *concept image* pada guru, dan *scientific conception* (matematikawan). Kesenjangan antara *concept image* siswa dengan *scientific conception* dapat menyebabkan siswa memiliki *concept image* yang belum matang sehingga terjadi 'perbedaan konsepsi' yang resisten terhadap perubahan (Vermeulen dan Meyer;

Lia Ardiansari, 2023

**STUDI FENOMENOLOGI HERMENEUTIK TANDA SAMBA (DENGAN)  
DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

2017). Sedangkan kesenjangan antara *concept image* guru dengan *scientific conception* dapat menyebabkan desain didaktis yang dibuat oleh guru kurang menciptakan lingkungan belajar yang mendukung dinamika perubahan situasi didaktik dan pedagogik sesuai dengan kebutuhan, kapasitas, dan percepatan proses pembentukan *concept image* siswa tentang tanda sama (dengan). Desain didaktis pembelajaran yang kurang tepat dapat membangun pengalaman awal yang terlalu sempit tentang tanda sama (dengan). Pengetahuan yang diperoleh dari pengalaman awal jika tidak sesuai dengan informasi yang ditemukan di kemudian hari maka dapat menyebabkan ketergantungan dan berkontribusi pada kesulitan atau kesalahan yang lebih tinggi.

Tema riset tentang *concept image* telah cukup banyak dilakukan dalam studi-studi di matematika dalam berbagai tema dan konteks. Beberapa riset tentang *concept image* dalam studi di matematika yang pernah dilakukan diantaranya sebagai berikut. Studi Nurwahyu (2014) merupakan tinjauan beberapa hasil penelitian tentang *concept image* siswa yang bertujuan untuk menjelaskan peran *concept image* dan *concept definition* dalam penalaran matematis sebagai proses yang menghubungkan antara *concept image* dan *concept definition* serta menjelaskan tentang tingkatan *concept image* siswa; Nurwahyu, Tatag, & Suwarsono pada tahun 2016 melakukan studi tentang *concept image* yang dilakukan untuk mengungkapkan tentang profil *concept image* mahasiswa program studi matematika tentang konsep kombinasi, dengan cara membandingkan *concept image* mahasiswa laki-laki yang memiliki kemampuan rendah di Matematika Dasar dan mahasiswa perempuan dengan kemampuan tinggi di Matematika Dasar; Maulida pada tahun 2018 berfokus pada analisis ZCID, penyebab *concept image* siswa terhadap sistem pertidaksamaan linear dua variabel, serta kemungkinan adanya *learning obstacle*; serta Misu, Hasnawati, & Busnawir pada tahun 2020 melakukan studi untuk menelusuri kognisi mahasiswa tentang *concept definition* dan *concept image* dalam mendefinisikan konsep matematika pada Jurusan Pendidikan Matematika pada konteks Kalkulus Diferensial. Berdasarkan uraian tersebut, nampak bahwa studi tentang ZCID di matematika telah dilakukan oleh Maulida pada tahun 2018, namun studi yang dilakukan hanya pada konteks sistem pertidaksamaan linear dua variabel. Dengan demikian, studi yang bertemakan ZCID pada konteks tanda sama (dengan) baik kepada siswa, calon guru, ataupun kepada guru yang telah memiliki pengalaman mengajar matematika di sekolah dasar maupun menengah belum pernah dilakukan sebelumnya. Penelitian ini bertemakan ZCID pada konteks tanda sama (dengan)

Lia Ardiansari, 2023

**STUDI FENOMENOLOGI HERMENEUTIK TANDA SAMBA (DENGAN)  
DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

dengan menggali *concept image* siswa berdasarkan pengalaman belajar mereka, dimana belum pernah ditemukan dalam laporan penelitian nasional ataupun internasional, hal ini menunjukkan orisinalitas dari studi ini. Selain itu, alternatif solusi dalam rangka mengatasi kesulitan belajar di SMP selama ini belum mempertimbangkan tanda sama (dengan) sebagai “penghubung (*trajectory*)” dari gap antara aritmatika dan aljabar, oleh karena itu studi ini sangat berharga.

Fenomenologi menurut Kuswarno (2009) memiliki tujuan untuk mengetahui sesuatu dari subjektivitas pelakunya secara langsung sebelum proses penyimpulan terhadap fenomena. Fenomena yang dimaksud dalam studi fenomenologi adalah sesuatu yang memanifestasikan dirinya dalam diri subjek dimana tidak ada sesuatu yang memanifestasikan pada dirinya subjek melainkan yang dialaminya melalui sesuatu yang termanifestasikan dalam pengalaman. Oleh karena itu, makna sangat penting dalam studi fenomenologi ini sehingga konsep utama fenomenologi adalah makna yang muncul dari pengalaman dan kesadaran subjek yang diteliti. Terdapat beragam metode fenomenologi yang telah dikembangkan oleh para ahli fenomenologi dimana setiap metode memiliki karakteristik tersendiri serta penggunaannya disesuaikan dengan fenomena dan permasalahan yang hendak diteliti (Giorgi, 1997; Kruger, 1979), salah satunya adalah fenomenologi hermeneutik dari Paul Ricoeur yang diperkenalkan mulai tahun 1985. Metode ini dalam literatur ilmu humaniora diakui sebagai metode penafsiran yang *rigorous* (ketat), dapat membawa peneliti kepada pemahaman tentang fenomena secara apa adanya, menyeluruh dan sistematis terutama dalam menjelaskan tentang identitas-diri tanpa mengabaikan aspek objektivitasnya (Scott-Baumann, 2009; Smith, 1997).

Fenomenologi hermeneutik merupakan sintesis dari beberapa metode hermeneutik dan metode fenomenologi (Ricoeur, 1985). Sambil mengkritik idealisme Husserl, Ricoeur menunjukkan bahwa hermeneutika tidak dapat dilepaskan dari fenomenologi. Fenomenologi merupakan asumsi dasar yang tak tergantikan bagi hermeneutika. Di sisi lain, fenomenologi tidak dapat menjalankan programnya untuk memahami berbagai fenomena secara utuh dan menyeluruh tanpa penafsiran terhadap pengalaman-pengalaman subyek. Untuk keperluan penafsiran itu dibutuhkan hermeneutika. Menurut Ricoeur (1985), sejauh tentang makna dan pemaknaan yang dilakukan manusia, hermeneutik terlibat disana. Jadi pada dasarnya fenomenologi dan hermeneutik saling melengkapi. Dengan dasar itu, Ricoeur mengembangkan metode fenomenologi hermeneutik.

Lia Ardiansari, 2023

**STUDI FENOMENOLOGI HERMENEUTIK TANDA SAMA (DENGAN)  
DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

Universitas Pendidikan Indonesia | repository.upi.edu | perpustakaan.upi.edu

Meskipun tanda sama (dengan) merupakan suatu konsep yang sangat penting untuk pemahaman matematika di seluruh tingkatan matematika sekolah, namun pemahaman siswa tentang tanda sama (dengan) belum menjadi titik fokus dari upaya reformasi dan penelitian dalam pendidikan matematika di Indonesia. Hal ini ditunjukkan dengan sangat minimnya atau bahkan dapat dikatakan belum ada studi yang secara khusus menggali *concept image* siswa tentang tanda sama (dengan) serta pengalaman yang mendasari terbentuknya *concept image* tersebut. Padahal sangat penting untuk mengetahui *concept image* yang dimiliki oleh siswa tentang tanda sama (dengan) apakah telah sesuai dengan konsepsi saintifik ataukah justru terdapat kesenjangan yang dapat menyebabkan 'perbedaan konsepsi' yang mengakar (Vermeulen & Meyer; 2017). Sehingga kesalahan siswa dalam menafsirkan makna tanda sama (dengan) di kelas awal dapat menjadi penyebab kesulitan pembelajaran di kemudian hari bahkan pada tingkat pendidikan tinggi (Baiduri 2015; Knuth et al., 2006). Penggalan makna (*concept image*) dan pengalaman belajar siswa tentang tanda sama (dengan) dalam penelitian ini akan dikaitkan dengan makna tanda sama (dengan) menurut guru dan konsepsi saintifik. Oleh karena itu, studi ini bertujuan untuk menggali informasi tentang “makna” dari tanda sama (dengan) menurut siswa dan guru serta menelusuri “pengalaman” yang mendasari *concept image* yang terbentuk. Studi ini menggunakan fenomenologi hermeneutik karena dalam studi ini dilakukan penelusuran tentang “makna” (yang merupakan studi hermeneutik) dari tanda sama (dengan) dan sekaligus juga dilakukan penelusuran tentang “pengalaman” (yang merupakan studi fenomenologi) yang berkaitan dengan makna dari tanda sama (dengan) tersebut.

## **B. Tujuan Penelitian**

Penelitian ini memiliki beberapa tujuan diantaranya adalah sebagai berikut.

1. memperoleh informasi tentang *concept image* apa saja yang dimiliki oleh siswa kelas VI dan VII tentang makna tanda sama (dengan);
2. memperoleh informasi tentang pengalaman belajar siswa yang melatarbelakangi terbentuknya *concept image* yang dimiliki oleh siswa kelas VI dan VII tentang makna tanda sama (dengan);

3. memperoleh informasi tentang *concept image* apa saja yang dimiliki oleh guru tentang makna tanda sama (dengan);
4. mengidentifikasi kesenjangan atau *Zone of Concept Image Differences (ZCID)* antara *concept image* yang dimiliki oleh siswa dengan *scientific conception*;

### C. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian yang telah diuraikan dalam sub bab sebelumnya yaitu untuk mendeskripsikan perbedaan *concept image* diantara matematikawan, guru, dan siswa tentang tanda sama (dengan), menganalisis pengalaman belajar yang melatarbelakangi *concept image* tersebut, serta kemungkinan adanya ‘perbedaan konsepsi’ pada siswa. Sehingga pertanyaan penelitian yang memandu penelitian ini diantaranya adalah:

1. Apasajakah *concept image* yang dimiliki oleh siswa kelas VI dan kelas VII tentang tanda sama (dengan)?
2. Apasajakah pengalaman belajar siswa yang melatarbelakangi terbentuknya *concept image* yang dimiliki oleh siswa kelas VI dan VII tentang makna tanda sama (dengan)?
3. Apasajakah *concept image* yang dimiliki oleh guru kelas VI dan guru matematika kelas VII tentang tanda sama (dengan)?
4. Apasajakah hasil analisis dari *Zone of Concept Image Differences (ZCID)*?

### D. Kontribusi untuk Penelitian dan Praktik Pendidikan

Studi ini hendak menyoroti perlunya perhatian berkelanjutan untuk tanda sama (dengan) dalam instruksi matematika sekolah. Hal ini dikarenakan kurangnya fokus terhadap penekanan makna tanda sama (dengan) sebagai tanda kesetaraan dapat menjadi batu sandungan siswa dalam belajar aljabar. Oleh karena itu urgensi dari studi ini terletak pada pentingnya memahami bagaimana *concept image* yang dimiliki oleh siswa tentang tanda sama (dengan), ragam bentuk perbedaan konsepsi siswa dengan *scientific conception*, pengalaman belajar yang mendasari terbentuknya *concept image* tersebut. Pengalaman belajar siswa sangat berpengaruh terhadap pemahaman mereka tentang konsep-konsep, termasuk pemaknaan tanda sama (dengan). Misalnya, jika siswa terbiasa melihat tanda sama (dengan) dalam konteks seperti  $2 + 2 = 4$ , mereka mungkin menginterpretasikan tanda itu sebagai “hasil dari” bukan sebagai “sama

dengan”, mereka akan kesulitan saat menemukan tanda sama (dengan) dalam konteks aljabar seperti  $2 + x = 4$ . Ini bisa mempengaruhi pemahaman siswa tentang konsep-konsep matematika yang lebih kompleks dan akhirnya membatasi kemampuan mereka untuk memecahkan masalah matematika dalam berbagai konteks yang berbeda. Oleh karena itu, pemahaman yang benar tentang tanda sama (dengan) sangat penting bagi keberhasilan siswa dalam matematika.

Penggunaan pendekatan hermeneutik pada studi tentang tanda sama (dengan) ini merupakan salah satu sisi kreatif dan original karena hermeneutika adalah studi tentang interpretasi yang biasanya digunakan dalam studi teks atau sastra atau filsafat, sehingga menggunakannya pada konsep matematika seperti tanda sama (dengan) dapat memberikan perspektif baru dan segar untuk memunculkan ide-ide penelitian dalam pembelajaran matematika. Selain itu, sisi fenomenologi yang biasa digunakan untuk memahami pengalaman subjektif manusia, dalam studi ini digunakan untuk memahami dan menginterpretasikan tanda sama (dengan) dapat memberikan wawasan baru bagaimana konsep matematika dipahami dan diinterpretasikan. Dengan demikian hasil dari studi ini dapat digunakan untuk mengembangkan metode pengajaran atau desain didaktis yang baru dan lebih efektif, membantu dalam pengembangan alat penilaian yang lebih baik dan lebih akurat untuk mengukur pemahaman siswa tentang tanda sama (dengan), membantu guru memahami cara terbaik mengajarkan tanda sama (dengan) dan mengatasi perbedaan konsepsi yang mungkin dimiliki siswa, membantu mengidentifikasi dan mengatasi kesulitan belajar siswa seperti misalnya siswa tidak memahami bahwa tanda sama (dengan) sebagai kesetaraan maka guru dapat focus pada mengajarkan konsep ini, serta mendorong pemikiran kritis dan analitis siswa untuk dapat belajar melihat hubungan dan pola sehingga bukan hanya sekedar menghafal fakta atau prosedur.

Studi ini juga diharapkan dapat memberikan inspirasi bagi peneliti lain untuk fokus kepada konsep yang kecil dan mendasar (seperti tanda sama (dengan), tanda kurung, tanda perkalian, dan lain sebagainya) yang memegang peranan besar dalam kesuksesan ataupun kesulitan jangka panjang dalam belajar matematika. Hal kecil yang tidak mendapat perhatian yang cukup atau disepelekan dapat menjadi permulaan dari permasalahan yang besar, sebagaimana pepatah yang berasal dari Negara Jepang berikut “karena satu paku terlepas maka tapal kuda terlepas, karena

tapal kuda terlepas maka kuda tidak dapat berlari, karena kuda tidak dapat berlari maka pesan tidak dapat terkirim, karena pesan tidak terkirim maka kalah dalam perang”.

## E. Definisi Istilah

1. **Konsep** merupakan elemen umum antara sekelompok skema atau simbol yang merupakan alat mental yang membantu untuk mengatur pengalaman yang kompleks menjadi lebih bermakna dalam kehidupan sehari-hari.
2. **Concept image** menggambarkan persepsi dalam diri seseorang tentang suatu konsep sebagai dampak pengalaman belajar dengan desain didaktis tertentu.
3. **Tanda sama (dengan)** dalam matematika disimbolkan dengan “=” merupakan representasi dari kesetaraan antara dua ekspresi matematika pada kedua sisi persamaan mewakili nilai yang sama.
4. **Zone of Concept Image Differences (ZCID)** kesenjangan atau perbedaan konsepsi antara *concept image* pada siswa dan *scientific conception* (matematikawan) pada suatu konsep.
5. **Fenomenologi Hermeneutik** merupakan pendekatan penelitian yang berfokus pada pemahaman subjektif dan persepsi individu yang bertujuan untuk memahami secara mendalam tentang fenomena tertentu dari perspektif individu yang mengalami.